

**ESTIMAÇÃO DE ESTADOS, PARÂMETROS E VELOCIDADE  
DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO COM METODOLOGIAS  
DE IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL**

**AMÉRICO VICENTE TEIXEIRA LEITE**

**Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para obtenção  
do grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica e de Computadores.**

FEUP, Abril de 2004

**Dissertação de doutoramento realizado sob a orientação do**  
**Prof. Doutor Diamantino Freitas**  
**Professor Associado do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**Com a colaboração do Prof. Doutor Rui Araújo**  
**Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**

*Aos meus pais,  
à Beatriz  
e à Ana Beatriz.*

# Agradecimentos

A conclusão desta dissertação de doutoramento é o culminar de uma etapa importante e singular da minha formação pessoal e científica. É agora chegado o momento de agradecer às duas pessoas que se empenharam directamente na realização dos trabalhos conducentes à dissertação que agora apresento à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Assim, quero agradecer ao meu orientador científico, Prof. Doutor Diamantino Freitas, a sua contribuição no rigor científico e exigência no cumprimento dos objectivos e realização desta dissertação. Quero agradecer também, ao colega e amigo, Prof. Doutor Rui Araújo, o seu estímulo a participação activa no desenvolvimento e realização do plano de trabalhos.

Gostaria ainda de agradecer a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta dissertação, nomeadamente:

Aos meus ex-alunos, Eng.º Henrique Teixeira, Eng.º Francisco Casais e Eng.º José Barbosa, pelas suas contribuições no desenvolvimento e implementação de diversos instrumentos da banca de testes instalada;

À colega, Mestre Eng.ª Angela Ferreira, pelo apoio prestado, particularmente na leitura da dissertação;

Ao Eng.º José Batista e ao Senhor Filipe Fernandes, pelo apoio que prestaram durante a instalação da banca de testes e realização dos trabalhos laboratoriais;

À minha esposa Beatriz, a quem devo um agradecimento muito especial, pelo apoio, compreensão e paciência que sempre teve, particularmente durante os últimos dois anos, depois do nascimento da nossa filha, Ana Beatriz;

Aos meus pais, pelo seu incentivo e por me terem dado a possibilidade de fazer a minha formação, mesmo com muitas dificuldades e sacrifício pessoal.

Uma palavra final para:

A Escola Superior de Tecnologia e de Gestão (ESTiG) do Instituto Politécnico de Bragança e, em particular, o Laboratório de Electrónica e Instrumentação, pelos meios laboratoriais disponibilizados;

O programa PRODEP, pelo apoio financeiro e pela dispensa de serviço docente, concedida durante três anos;

O Departamento de Electrotecnia da ESTiG, pela dispensa de serviço concedida durante um semestre;

A Fundação para a Ciência e a Tecnologia e a Fundação Luso-Americana para o Desenvolvimento, pelo apoio concedido na participação em conferências internacionais.

# Resumo

As leis de controlo dos sistemas electrónicos de accionamento do motor de indução trifásico, em aplicações de velocidade variável, utilizando técnicas de controlo recentes e de elevado desempenho, designadamente, o controlo vectorial, requerem o conhecimento preciso dos parâmetros eléctricos do motor. A variação destes parâmetros, ao longo do tempo, afecta o desempenho das leis de controlo, sendo necessário proceder à sua estimação durante o funcionamento normal do motor.

Neste contexto, são estudados procedimentos de modelação e identificação paramétricas, com o objectivo de obter modelos descritos directamente pelos parâmetros físicos do motor, ou por outros, a partir dos quais aqueles possam ser obtidos.

Nesta dissertação, são desenvolvidos novos procedimentos de modelação, na representação de espaço de estados, que permitem estimar, conjuntamente, estados e parâmetros eléctricos do motor de indução. A estimação, em tempo real, é realizada utilizando o algoritmo do filtro de Kalman estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*), dada a sua natureza recursiva e sua adequação a modelos não lineares e variantes no tempo, sob a forma de espaço de estados.

Tendo em conta a elevada dimensão dos modelos e esforço computacional do EKF, para aplicações em tempo real, são introduzidos, nesta dissertação, procedimentos inovadores para a redução da ordem e uma nova forma de discretização dos modelos de espaço de estados no tempo contínuo. Aos modelos de ordem reduzida obtidos, é aplicado o EKF, para a estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos. Os mesmos modelos são também utilizados para a estimação conjunta do fluxo do rotor e da velocidade angular do motor de indução.

Atendendo ao peso computacional do EKF e às dificuldades específicas da estimação de grandezas associadas ao motor de indução, é desenvolvido um conjunto de modelos lineares simples, para a estimação dos parâmetros do estator, utilizando métodos recursivos de erro de predição, nomeadamente, o algoritmo do gradiente, o método recursivo de mínimos quadrados e o filtro de Kalman. Estes algoritmos, são então interligados com o EKF, com base no princípio de estimadores de estado adaptativos, tendo em vista a estimação conjunta, mas autónoma, dos parâmetros do estator, por um lado, e das componentes do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, por outro, depois de identificadas as potenciais vantagens da utilização desta metodologia de identificação.

Deste modo, às estruturas de modelos desenvolvidas, são associados algoritmos recursivos, de modo a construir uma base de procedimentos de identificação suficientemente genérica, flexível e configurável, para estimação das diferentes variáveis associadas ao controlo do motor de indução. Com esta metodologia, é possível ter em conta o regime dinâmico do motor e o seu ponto de funcionamento, de modo a garantir a correcta estimação de todos os parâmetros eléctricos, com base na informação dos sinais da tensão e corrente do estator e da velocidade angular do motor. A estimação da velocidade, requer apenas as componentes da tensão e corrente do estator.

As diferentes metodologias de identificação, adequadas à estimação de estados, parâmetros eléctricos e velocidade do motor de indução trifásico, foram validadas experimentalmente, em tempo diferido e em tempo real, utilizando o sistema de desenvolvimento da dSPACE, baseado na carta de controlo DS1103, no programa *Simulink* e outros programas específicos.

# Abstract

The control of modern and high-performance electrical drives for induction motors, in variable speed applications, like vector control, requires the accurate knowledge of the induction motor electrical parameters. Since these parameters are time-varying and variations affect the performance of the control laws, their on-line estimation is needed during the normal operation of the motor.

In this context, parametric modeling and identification procedures are investigated with the objective of obtaining models described by a set of either directly the physical parameters of the induction motor, or other parameters from which those could be obtained.

In this thesis, new modeling procedures are developed, in the state-space representation, in order to enable the joint estimation of states and electrical parameters of the induction motor. Since the extended Kalman filter (EKF) is suitable for time-varying and non-linear state-space models and considering its recursive nature, this algorithm was used for the joint and on-line estimation of those variables.

Taking into account the relatively high order of the models and the computational effort of the EKF for real time applications, new procedures are introduced in this thesis so as to reduce the order of the models and an innovative strategy is proposed for the discretization of the continuous time state-space models. The EKF is then applied to the reduced order models, obtained in this way, for joint estimation of the rotor flux components and the electrical parameters. The same models are also used for the joint estimation of the rotor flux and angular speed of the induction motor.

Considering the computational effort of the EKF and the specific difficulties in the estimation of the variables related to the induction motor, a set of simple and linear models is developed for the state parameters estimation, using recursive prediction error methods, namely, the gradient algorithm, the recursive least squares method and the Kalman filter. These algorithms are connected with the EKF in a bootstrap manner based on the concept of adaptive state estimators in view of the joint, but autonomous, estimation of the stator parameters, on the one hand, and the rotor flux and rotor parameters, on the other hand, following the observation of the potentialities of using these identification methodologies.

By this way, the recursive algorithms are associated to the developed model structures in order to build a sufficiently generic, flexible and configurable base of identification procedures for the estimation of the different variables related to the induction motor control. Using this methodology, it is possible to take into account the dynamics of the motor as well as its operating point, for the suitable estimation of all electrical parameters considering only the information provided by the stator voltage and current signals and the rotor speed. In the speed estimation algorithm only the stator voltage and current components are required.

The different identification methodologies, as well as the speed estimation, were validated with experimental data, in off-line and real time operation, using the dSPACE development system, based on the DS1103 controller board, Simulink and other specific software.

# Résumé

Les lois de contrôle des systèmes électroniques d'actionnement du moteur d'induction triphasé sur des applications de vitesse variable, utilisant des techniques de contrôle moderne de performance élevée, spécialement le contrôle vectoriel, exigent la connaissance assez précise des paramètres électriques du moteur. La variation temporelle de ces paramètres, affecte la performance des lois de contrôle. Il est donc nécessaire de procéder à son estimation pendant le fonctionnement du moteur.

Dans ce contexte, des procédés de modélisation et d'identification paramétriques sont étudiés, avec l'objectif d'obtenir des modèles décrits directement par les paramètres physiques du moteur d'induction, ou d'autres, qui peuvent être utilisés pour obtenir ces paramètres physiques.

Dans cette dissertation de nouveaux procédés de modélisation sont développés, dans la représentation d'espace d'état, qui permettent d'estimer conjointement, états et paramètres électriques du moteur d'induction. L'estimation en-ligne, de ces paramètres, est réalisée à travers l'utilisation du filtre de Kalman étendu (*Extended Kalman Filter*), pour sa nature récursive et parce que cet algorithme est adapté aux modèles d'espace d'état variables dans le temps et non-linéaires.

En considérant la dimension élevée des modèles et le temps de computation du EKF, pour les applications en temps réel, dans cette dissertation des procédés innovatrices pour la réduction de l'ordre des modèles et une nouvelle forme de discrétisation des modèles d'espace d'état dans le temps continu sont introduites. Aux modèles d'espace d'état d'ordre réduite qui sont obtenus est appliqué l'EKF pour estimer conjointement les composantes du flux du rotor et les paramètres électriques. Les mêmes modèles sont aussi utilisés pour estimer conjointement le flux du rotor et la vitesse angulaire du moteur d'induction

Considérant l'effort de computation du EKF et les difficultés spécifiques de l'estimation des grandeurs associées au moteur d'induction, un ensemble de modèles linéaires simples, pour l'estimation des paramètres du stator, est développé, en utilisant des méthodes récursives d'erreur de prédiction, spécialement, l'algorithme du gradient, la méthode des moindres carrés récursifs et le filtre de Kalman. Ces algorithmes, sont interliés avec l'algorithme du EKF en considérant le principe des estimateurs d'état adaptatifs, pour effectuer l'estimation simultanée, mais autonome, des paramètres du stator en utilisant une méthode récursive d'erreur de prédiction, et des composantes du flux du rotor et des paramètres du rotor en utilisant l'EKF, après avoir identifiées les potentiels avantages de l'utilisation de cette méthodologie d'identification.

Aux structures des modèles développées sont donc associés des algorithmes récursifs, avec l'objectif de construire une base de conduites d'identification suffisamment générique, flexible et configurable, pour l'estimation des différentes variables associées au pilotage du moteur d'induction, en considérant le régime dynamique et le point de fonctionnement, pour garantir une correct estimation des paramètres électriques du moteur. Dans l'estimation des paramètres, des composants de tension et courant du stator et la vitesse angulaire du moteur sont utilisés. L'estimation de la vitesse utilise seulement des composants de tension et courant du stator.

Les différentes méthodologies d'identification des paramètres électriques, et d'estimation de la vitesse, ont été validées expérimentalement, hors-ligne et en-ligne, en utilisant le système de développement de dSPACE, qui est basé dans la carte de contrôle DS1103, *Simulink* et autres programmes spécifiques.

# Índice

<i>Lista de figuras .....</i>	<b>ix</b>
<i>Lista de tabelas.....</i>	<b>xv</b>
<i>Notação .....</i>	<b>xvii</b>
<i>Lista de símbolos.....</i>	<b>xvii</b>
<i>Operadores .....</i>	<b>xix</b>
<i>Lista de abreviaturas .....</i>	<b>xxii</b>
<b>INTRODUÇÃO GERAL .....</b>	<b>3</b>
<b>ÂMBITO DA DISSERTAÇÃO .....</b>	<b>3</b>
<b>OBJECTIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>DESAFIOS A VENCER.....</b>	<b>4</b>
<b>CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS.....</b>	<b>6</b>
<b>ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....</b>	<b>7</b>

## PARTE I

### IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS PARAMÉTRICOS

<b>1. MODELAÇÃO PARAMÉTRICA DE SISTEMAS .....</b>	<b>15</b>
<b>1.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>1.2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....</b>	<b>15</b>
1.2.1. Considerações gerais sobre sistemas e modelos.....	15
1.2.2. Tipos de modelos.....	16
1.2.2.1. Modelos mentais ou intuitivos .....	16
1.2.2.2. Modelos gráficos.....	16
1.2.2.3. Modelos matemáticos .....	16
1.2.2.4. Outros modelos .....	17
1.2.3. Modelação e identificação .....	18
1.2.4. Classes de estruturas de modelos .....	19
1.2.5. Estruturas de modelos.....	19
<b>1.3. CLASSES DE ESTRUTURAS DE MODELOS PARAMÉTRICOS .....</b>	<b>21</b>
1.3.1. Estruturas de modelos para sistemas lineares.....	21
1.3.1.1. Formas de descrição fundamentais .....	21
1.3.1.1.1. Descrição do tipo entrada-saída .....	21



1.3.1.1.2. Descrição sob a forma de espaço de estados .....	22
1.3.1.2. Classes de estruturas de modelos lineares e invariantes no tempo.....	23
1.3.1.2.1. Classes de estruturas de modelos com representação polinomial.....	25
1.3.1.2.1.1. Classes de estruturas de modelos ARX.....	25
1.3.1.2.1.2. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões lineares .....	26
1.3.1.2.1.3. Classe de estruturas de modelos ARMAX.....	26
1.3.1.2.1.4. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões pseudo-lineares.....	27
1.3.1.2.1.5. Outras classes de estruturas de modelos de erro de equação.....	27
1.3.1.2.1.6. Classe de estruturas de modelos do tipo erro de saída .....	28
1.3.1.2.1.7. Classes de estruturas de modelos do tipo <i>Box-Jenkins</i> .....	29
1.3.1.2.1.8. Classe geral de estruturas de modelos.....	29
1.3.1.2.2. Classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados.....	30
1.3.1.2.2.1. Representação de espaço de estados no domínio contínuo .....	30
1.3.1.2.2.2. Discretização de estruturas com representação de espaço de estados .....	31
1.3.1.2.2.3. Variante do filtro de Kalman.....	33
1.3.1.2.2.4. Variante com representação de inovações.....	34
1.3.2. Estruturas de modelos de sistemas variantes no tempo e não lineares .....	35
1.3.2.1. Estruturas de modelos variantes no tempo .....	35
1.3.2.2. Linearização de modelos com não linearidades .....	35
1.3.2.3. Estruturas de modelos não lineares sob a forma de espaço de estados .....	37
1.3.3. A importância do conhecimento previamente existente .....	38
<b>1.4. IDENTIFICABILIDADE .....</b>	<b>39</b>
<b>1.5. RESUMO.....</b>	<b>44</b>
<b>1.6. BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>45</b>
<b>2. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA.....</b>	<b>49</b>
<b>2.1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>49</b>
<b>2.2. DESCRIÇÃO GERAL DOS PROCEDIMENTOS DE IDENTIFICAÇÃO .....</b>	<b>49</b>
<b>2.3. CARACTERÍSTICAS DO SINAL DE ENTRADA .....</b>	<b>52</b>
<b>2.4. FUNDAMENTOS DOS MÉTODOS ANALÍTICOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA .....</b>	<b>54</b>
2.4.1. Critério de minimização do erro de predição.....	55
2.4.1.1. Definição geral .....	55
2.4.1.2. Critério de erro de predição variante no tempo .....	57
2.4.1.3. Condições para a existência de um mínimo da função de erro .....	57
2.4.2. Critério de mínimos quadrados .....	58
2.4.2.1. Método de mínimos quadrados .....	59
2.4.2.2. Critério de mínimos quadrados ponderado.....	61
2.4.3. Critério de máxima verosimilhança .....	61
2.4.3.1. Caso particular do erro de predição.....	62
2.4.3.2. O método TLS .....	63
2.4.4. Critério de erro de predição correlacionado com dados anteriores.....	64
2.4.4.1. O método ELS .....	65

2.4.4.2. O método GLS .....	66
2.4.4.3. O método IV .....	68
<b>2.5. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A MINIMIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE ERRO.....</b>	<b>70</b>
2.5.1. Considerações gerais sobre os métodos numéricos .....	70
2.5.2. Método do gradiente .....	72
2.5.3. Método de Newton .....	74
2.5.4. Método de Gauss-Newton .....	76
2.5.5. Método de Levenberg-Marquardt.....	76
2.5.6. Método <i>quasi</i> -Newton .....	77
2.5.7. Método do gradiente conjugado .....	78
2.5.8. Métodos de substituição e de Newton-Raphson.....	79
<b>2.6. RESUMO .....</b>	<b>79</b>
<b>2.7. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>81</b>
 <b>3. MÉTODOS RECURSIVOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA.....</b>	 <b>85</b>
3.1. INTRODUÇÃO.....	85
3.2. MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO (RLS).....	86
3.3. MÉTODO RECURSIVO DA VARIÁVEL INSTRUMENTAL (RIV) .....	90
3.4. MÉTODOS RECURSIVOS DE ERRO DE PREDIÇÃO (RPEM) .....	91
3.5. MÉTODO RECURSIVO PARA REGRESSÕES PSEUDO-LINEARES (RPLR).....	94
3.6. SELECÇÃO DAS MODIFICAÇÕES DE CADA ITERAÇÃO.....	95
3.6.1. Escolha da direcção de convergência .....	95
3.6.2. Escolha do ganho e do factor de esquecimento .....	96
3.6.2.1. Escolha do factor de esquecimento.....	97
3.6.2.2. Escolha do ganho .....	97
3.7. FORMA GERAL DOS RPEM QUE INCLUI A VARIAÇÃO DE PARÂMETROS.....	98
3.8. IDENTIFICAÇÃO RECURSIVA DE ESTRUTURAS DE MODELOS DE ESPAÇO DE ESTADOS	98
3.8.1. Filtro de Kalman (KF) .....	98
3.8.1.1. Estimação de mínimos quadrados recursiva de sistemas MIMO .....	100
3.8.1.2. Sistema estacionário sem ruído de sistema .....	101
3.8.1.3. Sistema dinâmico com ruído de sistema .....	102
3.8.1.4. Influência das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida.....	104
3.8.1.5. Detecção de divergência .....	105
3.8.2. Variante do filtro de Kalman para a representação de inovações.....	105
3.8.3. Filtro de Kalman extendido (EKF).....	107
3.9. ESTIMAÇÃO DE ESTADO ADAPTATIVA .....	111

3.9.1. Estimador de estado adaptativo baseado no filtro de Kalman estendido.....	112
3.9.2. Estimador de estado adaptativo baseado no KF e num RPEM.....	112
<b>3.10. RESUMO.....</b>	<b>114</b>
<b>3.11. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>116</b>

## **PARTE II**

### **DESENVOLVIMENTO DE CLASSES DE ESTRUTURAS DE MODELOS PARA O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO**

<b>4. MODELAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.....</b>	<b>121</b>
4.1. INTRODUÇÃO.....	121
4.2. MODELO MATEMÁTICO CLÁSSICO.....	121
4.3. FORMAS DE MODELAÇÃO PARA OBTENÇÃO DA MÁQUINA BIFÁSICA EQUIVALENTE .....	125
4.3.1. Modelação utilizando transformações matriciais.....	125
4.3.2. Modelação utilizando o método dos fasores espaciais.....	127
4.4. MODELO DINÂMICO NO REFERENCIAL ORTOGONAL $dq$ .....	130
4.5. CONDIÇÕES DE VALIDADE DO MODELO DINÂMICO .....	132
4.6. ESQUEMA EQUIVALENTE POR FASE .....	133
4.7. VARIAÇÃO TEMPORAL DOS PARÂMETROS ELÉCTRICOS E MAGNÉTICOS .....	134
4.7.1. Causas da variação dos parâmetros.....	134
4.7.1.1. Variação das resistências.....	135
4.7.1.2. Variação das indutâncias .....	135
4.7.1.3. Súmula.....	136
4.7.2. Consequências da variação dos parâmetros .....	136
4.7.2.1. Contextualização .....	136
4.7.2.2. Consequências em regime permanente .....	139
4.7.2.3. Consequências em regime dinâmico .....	139
4.7.2.4. Súmula.....	140
<b>4.8. MODELOS DE QUATRO PARÂMETROS NUM REFERENCIAL GERAL.....</b>	<b>140</b>
4.8.1. Modelos dinâmicos na representação de espaço de estados .....	140
4.8.1.1. Modelo de ordem completa.....	142
4.8.1.2. Modelos de ordem reduzida .....	143
4.8.2. Função de transferência para regime permanente.....	145
<b>4.9. RESUMO.....</b>	<b>147</b>
<b>4.10. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>148</b>

<b>5. ESTRUTURAS DE MODELOS PARA ESTIMAÇÃO DE FLUXOS, PARÂMETROS E VELOCIDADE .....</b>	<b>151</b>
5.1. INTRODUÇÃO.....	151
5.2. CONTEXTUALIZAÇÃO .....	152
5.3. IDENTIFICAÇÃO DAS PRINCIPAIS DIFICULDADES .....	153
5.4. SINAIS UTILIZADOS NOS ALGORITMOS DE IDENTIFICAÇÃO .....	159
5.5. CLASSES DE ESTRUTURAS DE MODELOS DISCRETOS E LINEARES.....	160
5.6. CLASSES DE ESTRUTURAS DE MODELOS DE ESPAÇO DE ESTADOS NO REFERENCIAL DO ESTATOR .....	169
5.6.1. Estimação do fluxo do rotor .....	169
5.6.2. Estimação do fluxo do rotor e da velocidade .....	172
5.6.3. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros .....	173
5.6.4. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros, utilizando um modelo de ordem reduzida .....	177
5.7. ESTADO ACTUAL DA INVESTIGAÇÃO EM METODOLOGIAS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS E VELOCIDADE .....	182
5.7.1. Metodologias utilizadas na estimação de parâmetros.....	184
5.7.1.1. Estimação de parâmetros para arranque automático de sistemas electrónicos de controlo moderno.....	184
5.7.1.2. Estimação da constante de tempo do rotor ou da resistência do rotor .....	185
5.7.1.3. Estimação conjunta de vários parâmetros.....	189
5.7.1.4. Outras metodologias utilizadas na estimação de parâmetros.....	194
5.7.2. Metodologias utilizadas na estimação da velocidade .....	194
5.8. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ESCOLHA DO REFERENCIAL.....	200
5.9. RESUMO .....	201
<b>6. NOVAS ESTRUTURAS DE MODELOS PARA A ESTIMAÇÃO DO FLUXO DO ROTOR, PARÂMETROS E VELOCIDADE .....</b>	<b>207</b>
6.1. INTRODUÇÃO.....	207
6.2. ESTRUTURAS DE MODELOS DE ESPAÇO DE ESTADOS DE ORDEM REDUZIDA.....	208
6.2.1. Estimação do fluxo do rotor no referencial do estator.....	208
6.2.2. Estimação da velocidade no referencial do estator.....	211
6.2.3. Estimação dos parâmetros no referencial do rotor .....	215
6.3. NOVA METODOLOGIA PARA A ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E FLUXO DO ROTOR .....	220
6.3.1. Estimação conjunta do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor, utilizando o EKF, no referencial do rotor .....	220
6.3.2. Estimação dos parâmetros do estator utilizando um algoritmo RPEM.....	223

6.3.2.1. No referencial do rotor .....	223
6.3.2.2. No referencial do estator .....	224
6.3.2.3. Aplicação de RPEM na estimação dos parâmetros do estator .....	225
6.3.2.3.1 Algoritmo do filtro de Kalman .....	226
6.3.2.3.2 Método de mínimos quadrados recursivo.....	227
6.3.2.3.3 Métodos de gradiente normalizado e não normalizado .....	227
6.3.3. Estimação conjunta de todos os parâmetros e do fluxo do rotor com algoritmos interligados.....	228
<b>6.4. RESUMO.....</b>	<b>232</b>

## PARTE III

### APLICAÇÃO DE NOVAS METODOLOGIAS DE IDENTIFICAÇÃO AO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

<b>7. ESTIMAÇÃO DE FLUXOS, PARÂMETROS E VELOCIDADE .....</b>	<b>239</b>
<b>7.1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>239</b>
<b>7.2. SIMULAÇÃO E CONTROLO DO MOTOR DE INDUÇÃO .....</b>	<b>240</b>
7.2.1. Modelo de simulação .....	240
7.2.2. Esquema de controlo.....	242
<b>7.3. METODOLOGIA DE VALIDAÇÃO DOS MODELOS ESTIMADOS .....</b>	<b>245</b>
<b>7.4. ESTIMAÇÃO DO FLUXO DO ROTOR E DOS PARÂMETROS .....</b>	<b>247</b>
7.4.1. Estimação das componentes do fluxo do rotor .....	247
7.4.1.1. Sensibilidade relativamente à dimensão do vector de saídas .....	247
7.4.1.2. Sensibilidade relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros .....	250
7.4.2. Estimação de todos os parâmetros e fluxo do rotor via EKF .....	252
7.4.2.1. Estimação em regime permanente.....	253
7.4.2.2. Estimação em regime dinâmico.....	256
7.4.3. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor, conhecidos os parâmetros do estator	262
<b>7.5. APLICAÇÃO DE NOVAS METODOLOGIAS DE IDENTIFICAÇÃO .....</b>	<b>265</b>
7.5.1. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator.....	265
7.5.2. Estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator .....	268
7.5.3. Símula .....	272
<b>7.6. ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO E DO FLUXO DO ROTOR .....</b>	<b>273</b>
7.6.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros	273

7.6.2. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico .....	275
<b>7.7. RESUMO .....</b>	<b>276</b>
<b>7.8. ANEXO: CARACTERÍSTICAS NOMINAIS E PARÂMETROS DO MOTOR .....</b>	<b>281</b>
<b>8. RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>285</b>
<b>8.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>285</b>
<b>8.2. BANCA DE TESTES .....</b>	<b>286</b>
8.2.1. Descrição geral .....	286
8.2.2. Sistema de aquisição de dados .....	287
8.2.3. Equipamento e programas utilizados.....	288
8.2.4. Módulos electrónicos projectados e implementados .....	288
8.2.5. Constituição base da banca de testes .....	293
8.2.6. Configuração do sistema de aquisição e identificação .....	293
8.2.6.1. Conversor de frequência .....	293
8.2.6.2. Caracterização da aquisição e conversão de dados.....	295
8.2.6.3. Implementação em <i>simulink</i> .....	297
<b>8.3. ESTIMAÇÃO SIMULTÂNEA DE TODOS OS PARÂMETROS E FLUXO DO ROTOR .....</b>	<b>298</b>
<b>8.4. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E FLUXO DO ROTOR UTILIZANDO NOVAS METODOLOGIAS DE IDENTIFICAÇÃO .....</b>	<b>312</b>
8.4.1. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF e estimação dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do rotor .....	313
8.4.2. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, via RPEM ..	316
8.4.3. Implementação dos algoritmos de estimação em tempo real .....	320
8.4.3.1. Implementação do EKF .....	324
8.4.3.2. Implementação dos algoritmos RPEM .....	324
<b>8.5. ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE E DO FLUXO DO ROTOR.....</b>	<b>326</b>
8.5.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros	327
8.5.2. Estimação da velocidade em regime transitório <i>versus</i> regime permanente .....	330
8.5.3. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico .....	332
<b>8.6. RESUMO .....</b>	<b>335</b>
<b>CONCLUSÃO GERAL .....</b>	<b>339</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>345</b>



# Lista de figuras

Figura 1.1:	Representação básica de um sistema do tipo entrada - saída. ....	22
Figura 1.2:	Representação de sistemas sob a forma de espaço de estados. ....	23
Figura 1.3:	Classe de estruturas de modelos ARX. ....	25
Figura 1.4:	Classes de estruturas de modelos de erro de equação ....	27
Figura 1.5:	Classe de estruturas de modelos do tipo erro de saída. ....	28
Figura 1.6:	Classe de estruturas de modelos do tipo <i>Box-Jenkins</i> . ....	29
Figura 1.7:	Sistema linear com não linearidade estática à entrada, modelo de Hemmerstein. ....	36
Figura 1.8:	Sistema linear com não linearidade estática à saída, modelo de Wiener. ....	36
Figura 1.9:	Linearização de sistemas não lineares. ....	36
Figura 1.10:	Esquema idealizado para verificação da identificabilidade. ....	39
Figura 2.1:	Procedimentos da identificação de sistemas. ....	51
Figura 2.2:	Algumas funções de $\ell(\cdot)$ : (a) erro de predição, (b) módulo do erro e (c) erro quadrático. ....	56
Figura 2.3:	Métodos numéricos de convergência. ....	70
Figura 2.4:	Ilustração dos métodos numéricos de convergência. ....	71
Figura 3.1:	Diagrama de blocos dos RPEM. ....	94
Figura 3.2:	Observador básico. ....	99
Figura 3.3:	Observador de Kalman-Luenberger. ....	99
Figura 3.4:	Possibilidades de ajuste da dinâmica do filtro de Kalman. ....	105
Figura 3.5:	Algoritmo do filtro de <i>Kalman</i> estendido. ....	111
Figura 3.6:	Estimador de estado adaptativo. ....	113
Figura 3.7:	Estimador de estado adaptativo para sistemas não lineares. ....	114
Figura 4.1:	Esquema eléctrico da máquina de indução trifásica. ....	122
Figura 4.2:	Ilustração da modelação do motor de indução trifásico utilizando a teoria generalizada das máquinas eléctricas. (a) Sistemas trifásicos do estator e do rotor; (b) sistemas bifásicos do estator e do rotor obtidos por aplicação da transformada do número de fases; (c) sistemas bifásicos do estator e do rotor referidos a um referencial geral. ....	126
Figura 4.3:	Ilustração do método dos fasores espaciais. (a) Sistemas trifásicos do estator e do rotor; (b) sistemas bifásicos do estator e do rotor obtidos por aplicação da transformada do número de fases; (c) representação dos fasores das grandezas do estator e do rotor referenciados aos respectivos eixos magnéticos; (d) representação dos fasores das grandezas do estator e do rotor num referencial geral único. ....	128
Figura 4.4:	Ilustração do método dos fasores espaciais na transformação de uma grandeza do sistema trifásico para o fasor equivalente no plano complexo. ....	129
Figura 4.5:	Rotação do fasor $\bar{x}$ do referencial fixo $\alpha\beta$ para o referencial $dq$ que roda à velocidade $\omega_g$ . ....	129
Figura 4.6:	Circuito eléctrico equivalente por fase do motor de indução trifásico, em regime permanente: (a) modelo de 4 parâmetros; (b) modelo convencional de 5 parâmetros. ....	134



Figura 4.7:	Princípio da orientação do campo baseado no controlo da frequência de deslizamento. (a) Relação entre as referências do estator, rotor e do fluxo do rotor; (b) estimação do ângulo e módulo do fluxo do rotor para orientação do campo; (c) diagrama básico de controlo. ....	138
Figura 5.1:	Representação gráfica do modelo dinâmico $dq$ do motor de indução, no referencial do estator...	156
Figura 5.2:	Representação gráfica do modelo dinâmico $dq$ do motor de indução, no referencial do estator, para velocidade nula. (a) Eixo directo e (b) eixo em quadratura. ....	157
Figura 5.3:	Representação gráfica do modelo do motor de indução, em regime permanente, baseado na função de transferência, no referencial do estator. ....	158
Figura 5.4:	Algoritmo do filtro de Kalman para a estimação da corrente do estator e fluxo do rotor. ....	172
Figura 5.5:	Algoritmo do filtro de Kalman estendido para a estimação da corrente do estator e fluxo do rotor dos parâmetros eléctricos do motor de indução trifásico. ....	178
Figura 6.1:	Algoritmo do filtro do EKF para estimação do fluxo do rotor e velocidade de rotação do motor de indução, utilizando uma estrutura de modelos de ordem reduzida. ....	214
Figura 6.2:	Algoritmo geral dos métodos recursivos de erro de predição. ....	226
Figura 6.3:	Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor com algoritmos interligados no referencial do rotor. (a) Ilustração geral da estimação autónoma entre estados e alguns parâmetros; (b) Esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor utilizando o filtro de Kalman estendido e estimação dos parâmetros do estator através de métodos recursivos de erro de predição; (c) O mesmo que em (b) com estimação individual dos parâmetros do estator. ....	229
Figura 6.4:	Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor com algoritmos interligados. (a) Ilustração geral da estimação autónoma entre estados e alguns parâmetros; (b) Esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, utilizando o filtro de Kalman estendido e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, utilizando métodos recursivos de erro de predição; (c) O mesmo que em (b) com estimação individual dos parâmetros do estator. ....	230
Figura 6.5:	Estimador adaptativo para estimação do fluxo via KF e parâmetros via RPEM. ....	231
Figura 7.1:	Esquema de simulação do eixo directo, do modelo dinâmico do motor de indução. ....	240
Figura 7.2:	Esquema de simulação do eixo em quadratura, do modelo dinâmico do motor de indução. ....	241
Figura 7.3:	Esquema de simulação da equação mecânica, do modelo dinâmico do motor de indução. ....	241
Figura 7.4:	Modelo completo de simulação do motor de indução trifásico. ....	242
Figura 7.5:	Controlo por orientação do campo. ....	243
Figura 7.6:	Transformada do número de fases. ....	243
Figura 7.7:	Transformada inversa do número de fases. ....	243
Figura 7.8:	Transformada eixos móveis/eixos fixos. (a) Ilustração compacta e (b) implementação. ....	244
Figura 7.9:	Cálculo de $i_{sd,ref}^{\phi_r}$ ....	244
Figura 7.10:	Cálculo de $i_{sq,ref}^{\phi_r}$ ....	244
Figura 7.11:	Estimação do fluxo do rotor $\left  \overline{\Phi}_r^{\phi_r} \right $ ....	244
Figura 7.12:	Cálculo do ângulo $\theta_{\phi_r}$ ....	245
Figura 7.13:	Diagrama utilizado na validação dos modelos estimados. ....	246
Figura 7.14:	Comparação entre o módulo do fasor do fluxo do rotor, simulado e estimado, num arranque com binário de carga 8Nm, utilizando 1 equação de saída (coluna da esquerda) e 2 equações de saída (coluna da direita). (a) arranque para as 100rpm e (b) arranque para as 1500rpm. ....	249

- Figura 7.15: Desempenho do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor, no referencial do rotor, relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros do motor para vários pontos de funcionamento. (a) Erro no fluxo do rotor para  $\omega = 100$  rpm e  $T_c = 8$  Nm; (b)  $\omega = 100$  rpm, em vazio; (c)  $\omega = 800$  rpm e  $T_c = 8$  Nm; (d)  $\omega = 800$  rpm, em vazio; (e)  $\omega = 1500$  rpm e  $T_c = 8$  Nm; (f)  $\omega = 1500$  rpm, em vazio; (g)  $\omega = 1500$  rpm e  $T_c = 15$  Nm; (h)  $\omega = 100$  rpm e  $T_c = 15$  Nm. ....251
- Figura 7.16: Desempenho do algoritmo do EKF para um arranque do motor seguido de regime permanente para diferentes valores iniciais do vector de estado. Na coluna da esquerda encontram-se o módulo do fluxo estimado e os valores estimados dos parâmetros. Na da coluna à direita é apresentada uma ampliação dos respectivos gráficos da coluna da esquerda. ....254
- Figura 7.17: Ilustração da não unicidade do modelo estimado: coincidência perfeita entre as verdadeiras componentes do fluxo do rotor e da corrente do estator e os respectivos sinais obtidos por simulação utilizando o modelo de validação com um conjunto de parâmetros incorrectamente estimados. ....256
- Figura 7.18: Desempenho do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor e todos os parâmetros, no referencial do rotor, em regime de funcionamento dinâmico contínuo, com inversões de velocidade entre  $\pm 500$  rpm e binário de carga de 8 Nm. (a) Sinais utilizados pelo algoritmo de identificação: na coluna da esquerda são apresentados os sinais de velocidade e as componentes  $dq$  da tensão e corrente do estator e na coluna da direita uma ampliação dos mesmos sinais; (b) módulo do fluxo do rotor; (c) inverso da constante de tempo do rotor; (d) coeficiente de fugas; (e) coeficiente de indução mútua; (f) resistência do estator; (g) comparação entre a componente directa real e simulada (utilizando o modelo de validação com os parâmetros estimados) do fluxo do rotor e (h) a mesma comparação de (g) para a componente directa da corrente do estator. ....258
- Figura 7.19: Teste de robustez do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor e todos os parâmetros, no referencial do rotor, em regime de funcionamento dinâmico contínuo, para diferentes valores iniciais das variáveis de estado. Os gráficos da coluna à direita são uma ampliação dos respectivos gráficos da coluna da esquerda. ....259
- Figura 7.20: Desempenho do EKF para diferentes valores da matriz de covariância do erro de medida. ....261
- Figura 7.21: Desempenho do algoritmo do EKF quando inicializado em  $t = 2.25$  s, início de um período de velocidade constante. (a) Pormenor da velocidade no instante inicial da estimação e (b) módulo do fluxo e parâmetros estimados à esquerda e respectivos erros à direita. ....262
- Figura 7.22: Desempenho do EKF na estimação do fluxo e parâmetros do rotor em regime permanente. Arranque para as 800 rpm com binário de carga igual a 8 Nm. ....263
- Figura 7.23: Erros no fluxo estimado do rotor e nos parâmetros estimados do rotor, relativamente a incertezas nos parâmetros do estator, quando estes variam  $\pm 50\%$ . (a) Variação de  $\pm 50\%$  no coeficiente de fugas e (b) variação de  $\pm 50\%$  na resistência do estator. ....264
- Figura 7.24: Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF, no referencial do rotor, e dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do estator, utilizando neste último caso três algoritmos recursivos diferentes, nomeadamente: (a) Algoritmo do filtro de Kalman, (b) método de mínimos quadrados recursivo com factor de esquecimento e (c) método do gradiente. ....267
- Figura 7.25: Metodologia de algoritmos interligados para estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator. ....269
- Figura 7.26: Desempenho da metodologia de algoritmos interligados. (a) Estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via método do gradiente no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RLS no referencial do estator; (b) o mesmo que em (a) mas com os parâmetros do estator também estimados com o método do gradiente. ....271
- Figura 7.27: Erros relativos na estimação da velocidade e do fluxo do rotor quando a referência de velocidade é de 100 rpm e o binário de carga é igual a 8 Nm. ....274
- Figura 7.28: Erros relativos na estimação da velocidade e do fluxo do rotor quando a referência de velocidade é de 1500 rpm e o binário de carga é igual a 8 Nm. ....274

Figura 7.29: Desempenho do EKF na estimação da velocidade, durante um arranque do motor para as 1500 rpm, em 4 testes nos quais foram utilizados 4 valores diferentes no elemento $Q_{33}$ da matriz de covariância do erro de sistema. Em cima encontram-se a velocidade real e estimada e em baixo o erro absoluto. ....	276
Figura 7.30: Desempenho do EKF na estimação da velocidade, em regime dinâmico. Inversões de velocidade entre: (a) $\pm 1500$ rpm, (b) $\pm 500$ rpm, (c) $\pm 60$ rpm e (d) $\pm 10$ rpm. (e) Variação de velocidade entre 0e 10rpm. Em cima encontram-se a velocidade real e estimada e em baixo o erro absoluto. ....	279
Figura 8.1: Sistema electrónico desenvolvido para o condicionamento e processamento das tensões e correntes à saída de conversores de frequência. ....	289
Figura 8.2: Banca de testes para sistemas de accionamento de velocidade variável. ....	291
Figura 8.3: Diagrama de blocos, implementado em <i>simulink</i> , para aquisição dos sinais utilizados nos algoritmos de estimação de parâmetros, fluxo do rotor e velocidade de rotação. (a) Diagrama geral, (b) bloco para o cálculo da posição eléctrica do rotor e (c) bloco de conversão do referencial do estator para o referencial do rotor. ....	296
Figura 8.4: Aspecto típico da interface com o utilizador, implementada utilizando o programa ControlDesk, para a estimação conjunta do fluxo do rotor e parâmetros eléctricos do motor de indução. ....	298
Figura 8.5: Evolução exponencial decrescente para os elementos da diagonal da matriz de covariância do erro de sistema, $Q$ . Em cima $Q_{33}$ e $Q_{55}$ , em baixo $Q_{44}$ e $Q_{66}$ . ....	300
Figura 8.6: Conjunto de sinais medidos e utilizados no algoritmo de estimação, depois de convertidos para o referencial do rotor. De cima para baixo: velocidade mecânica; componentes do fasor da tensão do estator; componentes do fasor da corrente do estator. ....	301
Figura 8.7: Desempenho do algoritmo do EKF com dados reais. Módulo do fluxo do rotor estimado e dos parâmetros estimados. ....	302
Figura 8.8: Comparação, no referencial do rotor, das componentes medidas do fasor da corrente do estator e das componentes estimadas do fasor do fluxo do rotor, com as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação e os parâmetros estimados. ....	303
Figura 8.9: Comparação, no referencial do estator, das componentes medidas do fasor da corrente do estator e das componentes estimadas do fasor do fluxo do rotor, com as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação e os parâmetros estimados. ....	304
Figura 8.10: Comparação do binário motor medido e calculado a partir das componentes estimadas do fluxo do rotor e das componentes medidas da corrente do estator. Com os sinais no referencial do rotor em cima e no referencial do estator em baixo. ....	305
Figura 8.11: Desempenho do algoritmo do EKF com dados reais para diferentes matrizes de covariância do ruído de sistema. ....	306
Figura 8.12: Desempenho do algoritmo do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator com introdução do reóstato (depois dos 10s) e posterior retirada (depois dos 25s). ....	309
Figura 8.13: Desempenho do algoritmo do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator com retirada do reóstato (depois dos 15s) e nova inserção (depois dos 25s). ....	310
Figura 8.14: Desempenho do algoritmo do EKF com diferentes dinâmicas. Compromisso entre o acompanhamento da variação temporal dos parâmetros, com a introdução do reóstato (depois dos 20s), e a imunidade a perturbações de ruído. ....	312
Figura 8.15: Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM também no referencial do rotor, neste último com três algoritmos diferentes. ....	315
Figura 8.16: Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros utilizando diferentes algoritmos. (a) Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, neste último com três algoritmos diferentes. (b) Ampliação. ....	319

Figura 8.17: Diagrama principal implementado no programa <i>simulink</i> para estimação, em tempo real, do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, via RPEM. ....	320
Figura 8.18: Geração de onda quadrada: comando de inversão do sentido de rotação para o conversor de frequência.....	321
Figura 8.19: Implementação em <i>simulink</i> do bloco EKF&RPEM que estima o fluxo do rotor e os parâmetros eléctricos do motor. ....	321
Figura 8.20: EKF_TrLM - diagrama principal da implementação do EKF.....	322
Figura 8.21: EKF_TrLM - blocos da implementação do EKF. (a) Predição do vector de estado e cálculo da matriz de gradiente $F$ ; (b) cálculo da matriz de gradiente $H$ e do erro de predição; (c) cálculo do ganho do EKF e (d) cálculo das derivadas das componentes do fasor da corrente do estator.....	324
Figura 8.22: RPEM_Rs - diagrama principal da implementação dos algoritmos RPEM. ....	325
Figura 8.23: RPEM_Rs - blocos da implementação dos algoritmos RPEM. (a) Cálculo do gradiente e do erro de predição; (b) algoritmo do KF, (c) do gradiente e (c) RLS.....	326
Figura 8.24: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade a baixas velocidades. (a) Velocidade medida e estimada e o erro relativo num arranque para as 100rpm, (b) erro da velocidade estimada quando os parâmetros variam $\pm 50\%$ . ....	329
Figura 8.25: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade para velocidades elevadas. (a) Velocidade medida e estimada e o erro relativo num arranque para as 1500rpm, (b) erro da velocidade estimada quando os parâmetros variam $\pm 50\%$ . ....	330
Figura 8.26: Comportamento do EKF na estimação da velocidade em regime transitório <i>versus</i> regime permanente.....	331
Figura 8.27: Conjunto de sinais medidos e utilizados na estimação de velocidade: primeiros 2s de uma série de inversões contínuas do sentido de rotação de $\pm 500$ rpm, com binário de carga igual a 8Nm e com programação de rampas do tipo “S”. ....	333
Figura 8.28: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em inversões contínuas de velocidade para diversos pontos de funcionamento. A azul está a velocidade medida e a vermelho a velocidade estimada. ....	333
Figura 8.29: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico numa ampla gama de limites de velocidade durante um único teste. ....	334
Figura 8.30: Erro absoluto, em rad/s, da velocidade estimada no teste da figura 8.29.....	334



# Lista de tabelas

Tabela 5.1:	Coefficientes dos filtros de estimação da 1ª derivada, $d=1$ .	164
Tabela 5.2:	Coefficientes dos filtros de estimação da 2ª derivada, $d=2$ .	164
Tabela 7.1:	Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do filtro de Kalman.	267
Tabela 7.2:	Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método de mínimos quadrados recursivo, com factor de esquecimento.	268
Tabela 7.3:	Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método do gradiente.	268
Tabela 7.4:	Inicialização dos algoritmos utilizados na figura 7.25.	270
Tabela 8.1:	Parâmetros estimados via EKF	300
Tabela 8.2:	Parâmetros estimados para diferentes matrizes de covariância do ruído de sistema	305
Tabela 8.3:	Parâmetros estimados em diferentes testes e para frequências de corte de 100 e 500Hz	308
Tabela 8.4:	Parâmetros estimados com introdução do reóstato e posterior retirada.	308
Tabela 8.5:	Parâmetros estimados com retirada do reóstato e posterior inserção.	310
Tabela 8.6:	Parâmetros estimados com diferentes dinâmicas e introdução do reóstato.	313
Tabela 8.7:	Parâmetros estimados, no referencial do rotor, com diferentes algoritmos interligados.	315
Tabela 8.8:	Parâmetros estimados do rotor e do estator, nos referenciais do rotor e do estator, respectivamente, com diferentes algoritmos interligados.	317
Tabela 8.9:	Parâmetros eléctricos do motor utilizado na estimação da velocidade.	327



# Notação

$i_{s(r)a(b,c)}$	Intensidade de corrente da fase $a$ ( $b$ ou $c$ ) do estator (rotor), do sistema trifásico
$i_{s(r)d(q)}$	Componente $d$ ( $q$ ) da tensão do estator (rotor), do sistema bifásico, num dado referencial $dq$
$i_{s(r)\alpha(\beta)}$	Componente $\alpha$ ( $\beta$ ) da corrente do estator (rotor), do sistema bifásico
$\bar{i}_{s(r)}$	Fasor espacial da corrente no estator (rotor)
$u_{s(r)a(b,c)}$	Tensão simples da fase $a$ ( $b$ ou $c$ ) do estator (rotor), do sistema trifásico
$u_{s(r)\alpha(\beta)}$	Componente $\alpha$ ( $\beta$ ) da tensão do estator (rotor), do sistema bifásico
$u_{s(r)d(q)}$	Componente $d$ ( $q$ ) da tensão do estator (rotor), do sistema bifásico, num dado referencial $dq$
$\bar{u}_{s(r)}$	Fasor espacial da tensão no estator (rotor)
$x_{\dots}^g$	Grandeza genérica $x_{\dots}$ , no referencial geral $g$
$\bar{x}_{\dots}^g$	Fasor genérico $x_{\dots}$ no referencial geral $g$
$\theta_r$	Ângulo eléctrico entre uma fase do rotor e o eixo $d$ do referencial $dq$
$\theta_s$	Ângulo eléctrico entre uma fase do estator e o eixo $d$ do referencial $dq$
$\phi_{s(r)a(b,c)}$	Fluxo que atravessa a fase $a$ ( $b$ ou $c$ ) do estator (rotor)
$\phi_{s(r)d(q)}$	Fluxo que atravessa a fase $d$ ( $q$ ) do estator (rotor), do sistema bifásico, num dado referencial $dq$
$\bar{\phi}_{s(r)}$	Fasor espacial do fluxo no estator (rotor)

# Lista de símbolos

$B$	Coeficiente de atrito ou viscosidade
$C$	Classe de estruturas de modelos
$D_0$	Domínio dos vectores de parâmetros cujos valores dão a descrição real do sistema
$D_C$	Domínio do vector de parâmetros onde a estimação converge
$D_{\mathcal{M}}$	Domínio do vector de parâmetros $\theta$
$e(t)$	Ruído branco
$f.d.p.$	Função densidade de probabilidade



$f_e(\cdot)$	Função densidade de probabilidade
$J$	Critério de selecção do melhor modelo ou momento de inércia
$J(\theta, Z)$	Função ou critério de erro a minimizar
$L_m$	Coeficiente de indução mútua estator-rotor, por fase e referido ao estator
$L_M$	Coeficiente de indução mútua, modificado e referido ao estator, $L_M = \frac{L_m^2}{L_r}$
$L_{s(r)}$	Coeficiente de auto-indução por fase do estator (rotor), referido ao estator
$L'_s$	Coeficiente combinado de fugas (indutância transitória, em regime permanente, sinusoidal e simétrico), por fase do estator e referido ao estator, $L'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = L_s - L_M$
$\mathcal{M}$	Estrutura de modelos
$\mathcal{M}(\theta)$	Modelo concreto extraído de uma classe e parametrizado com um conjunto de parâmetros $\theta$
$na, nb, nc, nd, nf$	Número de coeficientes ou ordem dos polinómios $A(q)$ , $B(q)$ , $C(q)$ , $D(q)$ e $F(q)$ das estruturas de modelos do tipo “caixa preta”
$nu / ny$	N.º de entradas/saídas de um dado sistema
$n\theta$	Dimensão do vector de parâmetros $\theta$
$p$	Número de pares de pólos
$r_m$	Ruído de medida ou de observação
rpm	Rotações por minuto
$R_r$	Resistência por fase do rotor, referida ao estator
$R_{r\ ref}$	Resistência por fase do rotor, modificada e referida ao estator, $R_{r\ ref} = \frac{L_M}{\tau_r}$
$r_s$	Ruído de sistema
$R_s$	Resistência por fase do estator, referida ao estator, ou matriz de covariância do ruído de sistema, $R_s = E \{ r_s(k) r_s^T(k) \}$ .
$s$	Deslizamento
$T_c$	Binário de carga
$T_{em}$	Binário electromagnético
$u(t)$	Sinal de entrada de um dado sistema
$x$	Vector de estado, utilizado na modelação de espaço de estados
$\hat{x}$	Vector de estado estimado
$x_e$	Vector de estado, estendido ao vector de parâmetros: $x_e = [x \ \theta]^T$
$y(t)$	Sinal de saída de um dado sistema

$\hat{y}(t   \theta)$	Predição do sinal de saída no instante $t$ , com base nos parâmetros estimados do modelo $M(\theta)$ à custa dos dados adquiridos até ao instante $t - 1$
$Z (Z^{t-1})$	Vector dos dados observados (até ao instante $t - 1$ )
$\beta(N, t)$	Função de pesagem do critério de erro
$\varepsilon(t, \theta)$	Erro de predição: $\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t   \theta)$
$\theta$	Vector de parâmetros composto por $n\theta$ parâmetros, ou ângulo eléctrico de rotação entre uma fase do estator e a correspondente fase do rotor
$\hat{\theta}$	Vector de parâmetros estimados
$\theta^*$	Vector de parâmetros pertencente a $D_C$
$\theta_0$	Vector dos parâmetros reais
$\theta_g$	Ângulo eléctrico entre uma fase do estator e o referencial geral $g$
$\xi(t)$	Variável de instrumentação
$\sigma$	Coeficiente de dispersão, $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$
$\tau_m$	Constante de tempo mecânica
$\tau_r$	Constante de tempo do rotor, com o estator em circuito aberto, $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$
$\tau_s$	Constante de tempo do estator, com o rotor em circuito aberto, $\tau_s = \frac{L_s}{R_s}$
$\psi \dots$	O mesmo que $\phi \dots$ , modificado, $\psi \dots = \frac{L_m}{L_r} \times \phi \dots$
$\varphi(t)$	Vector de regressão
$\omega$	Velocidade angular eléctrica do rotor, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
$\omega_g$	Velocidade de rotação eléctrica do referencial geral $g$ , $\omega_g = \frac{d\theta_g}{dt}$
$\omega_m$	Velocidade angular mecânica, $\omega_m = \frac{\omega}{p}$
$\omega_{s(r)}$	Pulsção eléctrica das grandezas do estator (rotor)

## Operadores

$A^{-1}$	Matriz inversa da matriz $A$
$A^T$	Matriz transposta da matriz $A$
$E(x)$	Valor esperado de $x$

$H$	Matriz das segundas derivadas ou matriz <i>hessiana</i> , $H = \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial \theta^T}$ ou $H = \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$
$K$	Matriz de ganho do filtro de Kalman
$P$	Matriz de covariância do erro de estimação, $P = E \left\{ (x(k) - \hat{x}(k, \theta)) (x(k) - \hat{x}(k, \theta))^T \right\} / P = E \left\{ (\theta(k) - \hat{\theta}(k)) (\theta(k) - \hat{\theta}(k))^T \right\}$
$q$	Operador atraso/avanço: $u(t)q^{-1} = u(t-1)$ e $u(t)q = u(t+1)$
$Q$ (ou $R_s$ )	Matriz de covariância do ruído de sistema, nos capítulos 7 e 8 ( $R_s$ nos restantes), $Q \text{ (ou } R_s) = E \left\{ r_s(k) r_s^T(k) \right\}$
$R_m$	Matriz de covariância do ruído de medida ou de observação, $R_m = E \left\{ r_m(k) r_m^T(k) \right\}$
$R_s$	Matriz de covariância do ruído de sistema, $R_s = E \left\{ r_s(k) r_s^T(k) \right\}$
$\mathcal{S}$	Variável de Laplace
val min $f(x)$	Valor de $x$ que minimiza $f(x)$
$\bar{x}$	Indicação de que a variável $x$ é complexa, $\bar{x} = a + jb$
$\psi(t, \theta)$	Gradiente da função de erro $J(\theta, Z)$ ou do erro de predição $\varepsilon(t, \theta)$ , respectivamente, $\psi = \frac{\partial J}{\partial \theta}$ e $\psi = -\frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} = \frac{d\hat{y}(t \theta)}{dt}$ , relativamente ao vector de parâmetros $\theta$

# Lista de abreviaturas

ARMAX	AutoRegressive Moving Average with eXternal input
ARX	AutoRegressive with eXternal input
EKF	Extended Kalman Filter
ELO	Extended Luenberger Observer
ELS	Extended Least Squares
FIR	Finite Impulse Response
IV	Instrumental Variable
KF	Kalman Filter
LMS	Least Mean Squares
MIMO	Multiple-input-multiple-output
MRAS/C	Model Reference Adaptive Systems/Control
PEM	Prediction Error Methods
PWM	Pulse-Width Modulation
RGLS	Recursive Generalized Least Squares
RIV	Recursive Instrumental Variable
RLS	Recursive Least Squares
RPEM	Recursive Prediction Error Methods
RPLR	Recursive Pseudo-Linear Regression
TLS	Total Least Squares



# **Introdução geral**



# Introdução geral

## Âmbito da dissertação

A presente dissertação insere-se no âmbito dos sistemas electrónicos de accionamento do motor de indução trifásico, em aplicações de velocidade variável, utilizando técnicas de controlo moderno de elevado desempenho. A grande vantagem do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, resulta do facto de não haver necessidade do sistema de colectores e escovas para aceder ao circuito eléctrico do rotor, como no motor de corrente contínua e outros de rotor bobinado. Este facto torna-o numa escolha preferencial nas aplicações recentes de velocidade variável. Tal só foi possível a partir do desenvolvimento extraordinário da electrónica de potência e dos processadores digitais de sinal, durante as últimas duas décadas. Contudo, as suas principais desvantagens resultam do mesmo facto, uma vez que a sua identificação e controlo em aplicações de elevado desempenho dinâmico, continuam a ser um grande desafio e a concentrar um grande esforço de investigação no mundo inteiro, mais de um século após o seu aparecimento.

As leis de controlo do motor de indução, desenvolvidas ao longo das últimas décadas, designadamente, o controlo vectorial, requerem o conhecimento preciso de, pelo menos, alguns parâmetros eléctricos do motor. Estes, efectivamente, variam ao longo do tempo, em função da frequência, da temperatura e do nível de magnetização do motor. Por outro lado, o desempenho das leis de controlo é, em geral, fortemente dependente da precisão com que se conhecem os valores reais dos parâmetros eléctricos. Alguns variam com o tempo de forma significativa. Se uns devem ser continuamente actualizados, outros poderão sê-lo periodicamente, no caso da sua variação se dever, fundamentalmente, à variação da temperatura, o factor com variação mais lenta.

Pretende-se investigar processos de modelação paramétrica que permitam obter modelos parametrizados com um conjunto de parâmetros que sejam directamente, ou a partir dos quais se possam obter, os parâmetros físicos do motor de indução. Os parâmetros que interessa estimar, são aqueles cuja importância é relevante no contexto das leis de controlo utilizadas nos sistemas electrónicos de accionamento.

Embora a necessidade de estimar os parâmetros do motor de indução e a importância de o fazer em tempo real, no contexto das técnicas de controlo moderno, estejam há muito identificadas, as soluções encontradas para o conseguir são ainda limitadas a um determinado contexto e domínio de validade, que não satisfazem os objectivos que estão subjacentes ao trabalho de investigação desenvolvido nesta dissertação.

Outro tipo de aplicação que adquiriu uma importância relevante nos últimos anos é o controlo vectorial sem transdutor de velocidade - *sensorless vector control*. Neste caso há necessidade de estimar com precisão os parâmetros eléctricos do motor de indução e, se possível, acompanhar a sua evolução temporal, particularmente a baixas velocidades, em quase todas as soluções que têm sido propostas para a estimação da velocidade.



## Objectivos

O principal objectivo que se pretende alcançar consiste, idealmente, na estimação de todos os parâmetros do motor de indução e no acompanhamento, em tempo real, da sua variação temporal, em condições de funcionamento normal, isto é, sem executar procedimentos específicos de identificação e sem adicionar sinais auxiliares. A estimação deverá, também, ser válida em qualquer ponto de funcionamento, ou seja, em qualquer regime dinâmico, permanente e transitório, bem como em toda a gama de velocidade e binário de carga. Deverá ainda ser realizada com um esforço computacional reduzido.

Os requisitos referidos no parágrafo anterior, são extremamente ambiciosos e não podem ser todos cumpridos simultaneamente, sendo mesmo, alguns deles, incompatíveis como se tornará evidente, tendo em conta o estado actual da investigação e o trabalho desenvolvido ao longo da presente dissertação, particularmente nos dois últimos capítulos.

A estimação da velocidade é outro objectivo da presente dissertação. As técnicas desenvolvidas para a estimação, em tempo real, dos parâmetros eléctricos serão investigadas relativamente ao seu desempenho na estimação da velocidade em regime dinâmico e em qualquer ponto de funcionamento do motor.

## Desafios a vencer

A identificação do motor de indução trifásico é por si só um desafio que tem motivado muitos investigadores, particularmente ao longo das últimas duas décadas. Não obstante o esforço despendido, um pouco por todo o mundo, o desafio continua e a presente dissertação dá um contributo decisivo e inovador para o vencer.

No motor de indução convencional, não existe medida directa de fluxo nem das grandezas do rotor. Isto significa que, em geral, para estimar parâmetros e velocidade é imprescindível estimar outras grandezas não acessíveis como fluxos, correntes no rotor ou corrente de magnetização, que são também necessárias para os algoritmos de controlo. Isto significa, por outras palavras e para efeitos de identificação, que existe menos informação disponível e mais variáveis para estimar. A inacessibilidade de informação, nomeadamente dos fluxos e correntes do rotor, é um desafio incontornável que é necessário ultrapassar.

No âmbito das aplicações em que se pretende realizar a identificação do motor de indução trifásico, não é possível programar convenientemente o sinal de excitação uma vez que se pretende estimar um conjunto de variáveis com o motor a funcionar normalmente, numa dada aplicação de controlo de elevado desempenho. Por outro lado, entende-se não ser conveniente perturbar o funcionamento normal do motor, designadamente com a introdução de perturbações no binário desenvolvido, com a injeção de sinais adicionais de frequências criteriosamente escolhidas de modo a melhor estimular algumas das variáveis que se pretendem estimar. A exploração adequada do regime de funcionamento normal do motor, de modo a extrair a máxima informação possível dos sinais, para otimizar os resultados dos procedimentos de identificação, é um desafio a vencer, por opção.

Outro desafio resulta das dificuldades acrescidas no processamento de sinal neste tipo de sistemas dada a própria natureza da tensão gerada pelos inversores de tensão, tornando obrigatória a filtragem dos sinais, o que impõe um compromisso entre o atraso introduzido

pelos filtros, a frequência de amostragem e os requisitos de tempo real exigidos pelas leis de controlo. Por outro lado, aos sistemas de accionamento de velocidade variável, baseados em conversores electrónicos de frequência, é inerente um ambiente de forte interferência electromagnética, cujas fontes e soluções são ainda, actualmente, objecto de investigação.

Conjuntamente com a inacessibilidade de alguns sinais importantes, como foi referido anteriormente, o motor de indução tem um modelo no tempo contínuo que é variante no tempo, não linear e com as suas equações extremamente acopladas através da velocidade angular do motor. Da conjugação destes factores resulta, efectivamente, o desafio capital na identificação do motor de indução. Do processo de modelação do motor resultam, fundamentalmente, duas famílias de representações matemáticas: uma sob a forma de função de transferência e outra sob a forma de espaço de estados. No primeiro caso, o motor é descrito por uma função de transferência racional de coeficientes complexos e com os sinais de entrada e de saída constituídos por amostras contendo uma parte real e uma parte imaginária. Por outro lado, a função de transferência resultante é apenas válida para regime permanente ou quando a velocidade de rotação é aproximadamente constante. Tal facto resulta da necessidade de eliminar completamente as grandezas que são inacessíveis. No segundo caso, o motor é descrito sob a forma de espaço de estados, com um conjunto de variáveis de estado que incluem, inevitavelmente, grandezas inacessíveis de modo a não sofrer restrições de validade, podendo ser estimadas através de observadores de estado. Isto seria verdade e uma tarefa relativamente simples, se os parâmetros eléctricos do motor fossem constante e conhecidos. Assim, existem duas estratégias possíveis, à partida: ou se desenvolvem procedimentos de identificação baseados na função de transferência, apenas para a estimação dos parâmetros e, consequentemente, válidos só em regime permanente ou, são investigadas metodologias de investigação válidas para qualquer regime de funcionamento e, portanto, baseadas na modelação de espaço de estados. Tal solução obriga, contudo, à estimação conjunta de variáveis de estado que são inacessíveis e dos parâmetros eléctricos do motor de indução. O desenvolvimento de processos de modelação, na representação de espaço de estados, e associados à utilização adequada de métodos identificação paramétrica, constitui o ponto de partida para esta dissertação. Trata-se de um desafio estrutural que implica a integração perfeita entre procedimentos de modelação e de estimação paramétrica, que são profundamente desenvolvidos e investigados nesta dissertação, com resultados relevantes descritos ao longo dos últimos quatro capítulos e particularmente inovadores, no que diz respeito ao sexto capítulo.

Relativamente aos métodos de identificação, são de especial interesse os que integram, de algum modo, uma dada modelação do ruído presente no sistema, que como já foi referido é significativo nos sistemas electrónicos de accionamentos de velocidade variável. Nesse caso, são designados por métodos estocásticos, por considerarem as propriedades, ou assumirem certas propriedades para o ruído. Por outro lado, têm interesse relevante os métodos que se podem aplicar aos conjuntos de modelos que resultam do processo de discretização e linearização de modelos no tempo contínuo, ou que deles derivam. Assim, os métodos de identificação ideais no contexto da presente dissertação serão aqueles que possam reunir, cumulativamente, as seguintes características: serem de natureza recursiva e vocacionados para estruturas de modelos na representação de espaço de estados; que possibilitem a estimação conjunta de estados e parâmetros e sejam capazes de lidar com sinais ruidosos; que se integrem com a estrutura de modelos adoptada de modo a funcionar em qualquer regime dinâmico e não só para regime permanente e, por fim, com esforço computacional reduzido com vista à sua aplicação em tempo real, conjuntamente com a lei de controlo.

Dos métodos estudados o que melhor cumpre os requisitos anteriores é o algoritmo do filtro de Kalman estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*). O único requisito que não constitui

uma vantagem, sendo mesmo o principal inconveniente do EKF, para além da complexidade que lhe é habitualmente apontada, é o elevado esforço de computação. A presente dissertação dá um contributo significativo e inovador para atenuar esta dificuldade, utilizando e integrando novas estruturas de modelos de ordem reduzida com algoritmos baseados no EKF e outros capazes de se ajustarem, de forma integrada, ao contexto anteriormente referido.

Resta ainda um desafio final, relacionado com as dificuldades de validação dos modelos estimados. Como não é possível medir com exactidão os parâmetros do motor de indução e conhecer a sua evolução real ao longo do tempo, bem como a evolução real da maior parte das variáveis de estado que se podem considerar, a única possibilidade de validar os modelos estimados consiste, fundamentalmente, na comparação entre as componentes da corrente do estator que são medidas e as mesmas componentes simuladas utilizando os parâmetros e variáveis de estado estimados. Trata-se, portanto, de uma forma de validação indirecta. Esta dificuldade não se põe no caso da estimação da velocidade de rotação uma vez que esta pode ser medida sem grande dificuldade.

## Contribuições originais

Na presente dissertação é amplamente desenvolvido o conceito de classes de estruturas de modelos, o qual corresponde a uma representação de um conjunto ou família de modelos com uma dada estrutura comum, a partir da qual se pode extrair um modelo específico.

As classes de estruturas de modelos introduzidas nesta dissertação, foram desenvolvidas tendo em vista a sua utilização integrada com métodos de identificação de natureza recursiva, designadamente o EKF, para estimação de estados, neste caso as componentes do fasor do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade de rotação do motor de indução trifásico, no contexto, já referido, dos sistemas de accionamento de velocidade variável. Foram desenvolvidas e investigadas novas estruturas de modelos, em particular de ordem reduzida, bem como metodologias de identificação inovadoras para:

- ♦ estimação de estados;
- ♦ estimação conjunta de estados e do maior número possível de parâmetros eléctricos;
- ♦ estimação conjunta de estados e da velocidade de rotação, para aplicações de controlo, sem transdutor de velocidade angular.

O estado actual da investigação e, em particular, do passado recente, revelam que a estimação conjunta e simultânea de estados (como os fluxos do estator, do rotor ou de magnetização, ou ainda as correntes do rotor ou de magnetização), da velocidade e dos parâmetros eléctricos e mecânicos é, na prática, muito pouco verosímil. Mesmo diminuindo o nível de ambição, limitando a estimação de variáveis aos parâmetros eléctricos do motor, a robustez com que tal é conseguido, no contexto genérico, referido anteriormente, torna a identificação utópica. A solução passa pelo desenvolvimento de procedimentos e metodologias de identificação orientadas para as condições de funcionamento e aplicação em causa. As razões que justificam estas afirmações são demonstradas nesta dissertação e são apresentadas metodologias inovadoras para a concretização dessa solução.

Existe um conjunto muito significativo de detalhes inovadores e de carácter prático, que foram introduzidos, e que são descritos ao longo desta dissertação. Contudo, é de realçar o processo sistemático de modelação desenvolvido e do qual resultou um vasto conjunto de

novas classes de estruturas de modelos, e o conjunto de algoritmos de estimação paramétrica que foi utilizado. A integração destes dois requisitos de um procedimento de identificação, levou ao desenvolvimento e investigação de novas metodologias de identificação para a solução referida no parágrafo anterior.

O texto relativo ao capítulo seis, da secção seguinte, descreve sumariamente, a grande contribuição desta dissertação, com a descrição dos aspectos inovadores introduzidos.

## Organização da dissertação

Para além desta introdução geral e da conclusão geral, a presente dissertação está organizada em três partes e oito capítulos, cujos conteúdos são apresentados, sumariamente, nesta secção.

### PARTE I: IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS PARAMÉTRICOS.

O primeiro capítulo tem como objectivo rever e sintetizar os conceitos fundamentais relacionados com a modelação e identificação de sistemas e com o desenvolvimento de classes de estruturas de modelos paramétricos, de modo a garantir uma melhor contextualização ao longo desta dissertação. Assim, são descritos alguns conceitos basilares e as principais classes de estruturas de modelos paramétricos para sistemas lineares e não lineares. São apresentadas as duas formas mais utilizadas para descrever sistemas, nomeadamente, a descrição polinomial e, com especial relevo, a descrição sob a forma de espaço de estados. Por fim, são descritas algumas estratégias de linearização importantes, no contexto da presente dissertação e é caracterizado o conceito de identificabilidade, de importância relevante na identificação de sistemas, em geral, aplicando-se fortemente no caso presente.

No segundo capítulo é apresentado o conjunto de procedimentos que é necessário realizar na identificação de um dado sistema e descreve, em particular, as características do sinal de entrada, designadamente, os requisitos para que o sinal que estimula o sistema seja de excitação persistente. São apresentados os fundamentos dos métodos de identificação paramétrica e são também descritos os principais critérios ou funções de erro que dão origem a um conjunto de métodos analíticos bem conhecidos, utilizados na estimação de parâmetros. São ainda descritos os métodos numéricos mais frequentemente utilizados e implementados em muitos programas científicos, para a minimização ou resolução do critério de erro, em procedimentos de identificação paramétrica.

O terceiro capítulo é dedicado aos métodos recursivos de estimação de parâmetros em sistemas lineares e não lineares, sendo neste caso, descritos através de classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados. Ao longo do capítulo são apresentadas várias famílias de métodos recursivos bem conhecidos. No contexto da presente dissertação, destaca-se, em particular, o algoritmo geral dos métodos recursivos de erro de predição (RPEM) e alguns casos particulares, nomeadamente o método recursivo de mínimos quadrados e o método de gradiente.

Para a identificação recursiva de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados, que descrevem sistemas lineares, é estudado o do filtro de Kalman (KF – Kalman *Filter*) e para o caso de sistemas não lineares, é detalhado o algoritmo do EKF, sendo igualmente estudada a influência das matrizes de covariância do ruído de sistema e de observação na dinâmica destes

algoritmos. No caso do motor de indução trifásico, a não linearidade das classes de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados resulta da estimação simultânea de estados e de parâmetros e do carácter não linear da própria dinâmica do motor.

É ainda apresentada uma metodologia alternativa ao EKF para a estimação conjunta de estados e parâmetros, a qual assenta no conceito de estimação de estado adaptativa e consiste num estimador de estado adaptativo o qual utiliza o KF para a estimação das variáveis de estado, conjuntamente com algoritmos RPEM para a estimação de um conjunto de parâmetros. A aplicação desta metodologia à identificação do motor de indução é um aspecto absolutamente novo e inovador, introduzido na presente dissertação e revela-se extremamente pertinente, na estimação dos parâmetros eléctricos, conjuntamente com o fluxo do rotor.

## PARTE II: DESENVOLVIMENTO DE CLASSES DE ESTRUTURAS DE MODELOS PARA O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.

No capítulo quatro é apresentado o modelo matemático clássico do motor de indução trifásico, bem como as condições que definem o seu domínio de validade e são descritas as ferramentas de modelação que conduzem à obtenção do modelo dinâmico bifásico equivalente, descrito num referencial ortogonal, nomeadamente, a teoria generalizada das máquinas eléctricas e o método dos fasores espaciais. Embora, estas duas ferramentas, possam ser consideradas alternativas, para a modelação do motor de indução trifásico, elas são utilizadas de modo complementar ao longo da presente dissertação, de acordo com a oportunidade da sua utilização. O modelo dinâmico de quatro parâmetros resultante, descrito num referencial geral  $dq$ , ortogonal, é desenvolvido de modo a obter representações sob a forma de espaço de estados de 2ª, 3ª e 4ª ordens e sob a forma de função de transferência. Esta fase, corresponde, no conceito de identificação de sistemas descrito no capítulo dois, a um processo de modelação prévio, tendo em conta o conhecimento existente à partida sobre o funcionamento do motor.

No processo de modelação sob a forma de espaço de estados, são introduzidos factores inovadores relacionados com a estimação do motor de indução trifásico, no contexto dos trabalhos publicados, designadamente, a investigação de novas estruturas de modelos de ordem reduzida e a utilização de uma única equação de saída. As simplificações introduzidas têm vantagens significativas do ponto de vista computacional e os primeiros passos da modelação, ainda no domínio contínuo, são descritos na parte final deste capítulo.

O quinto capítulo começa com a apresentação do contexto em que se pretende investigar a estimação dos parâmetros eléctricos do motor de indução ou da velocidade de rotação, conjuntamente com as componentes do fasor do fluxo do rotor. São também enumeradas as principais dificuldades dos procedimentos de identificação, na estimação destas variáveis e no contexto em causa. De seguida é detalhado o modo como podem ser estimados os parâmetros do motor de indução através dos métodos directo e indirecto, utilizando classes de estruturas de modelos lineares e discretos, desenvolvidas para esse efeito, a partir da modelação sob a forma de função de transferência obtida no capítulo quatro. Para o cálculo das 1ª e 2ª derivadas, que lhe são inerentes, é apresentada a formula geral dos filtros utilizados, não só neste caso, mas também ao longo da dissertação.

As classes de estruturas de modelos, na representação de espaço de estados, utilizadas para identificação do motor de indução, estão detalhadas neste capítulo. A aplicação do KF é demonstrada na estimação das componentes do fasor do fluxo do rotor. A utilização do EKF para estimação das componentes do fluxo do rotor conjuntamente com os parâmetros eléctricos do modelo equivalente por fase do motor de indução, ou da sua velocidade de

rotação, é detalhada neste capítulo, quer com estruturas de espaço de estados de ordem completa, quer de ordem reduzida.

É também apresentado, neste capítulo, o estado actual da investigação de metodologias de estimação dos parâmetros e da velocidade angular do motor de indução.

O capítulo seis é, inequivocamente, o pilar central da presente dissertação, precedido por aspectos chave introduzidos nos capítulos precedentes e complementado com os testes de validação apresentados nos capítulos sete e oito. Este capítulo, todo ele inovador, é dedicado ao desenvolvimento de novas estruturas de modelos, de ordem reduzida, para a estimação do fluxo do rotor, parâmetros eléctricos e velocidade angular, bem como ao desenvolvimento de novos procedimentos, ou metodologias de identificação, para a estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, através de algoritmos interligados com base no princípio de estimadores de estado adaptativos, como descrito no terceiro capítulo. No processo de modelação adoptado é introduzida uma metodologia inovadora para o processo de discretização das estruturas de modelos de espaço de estados no tempo contínuo. É ainda detalhada a aplicação do EKF a uma estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, descrita no referencial do rotor, tendo em conta as vantagens que daí advêm.

Assim, são desenvolvidas novas estruturas de modelos com vista à sua utilização com algoritmos RPEM e com o algoritmo do EKF, os quais, por sua vez, são interligados para estimar conjuntamente as componentes do fluxo do rotor e os parâmetros do rotor via EKF, e os parâmetros do estator através de algoritmos RPEM. São propostas novas estruturas de modelos, que consistem em regressões lineares muito simples, para a estimação dos parâmetros do estator, quer no referencial do rotor, quer no referencial do estator. A sua utilização em algoritmos baseados nos RPEM é demonstrada, nomeadamente, o algoritmo do gradiente, do método recursivo de mínimos quadrados e KF. Por fim, estes algoritmos serão interligados com o algoritmo do EKF com vista à estimação conjunta, mas autónoma, dos parâmetros do estator, por um lado, e das componentes do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, por outro, entre outras configurações investigadas.

As motivações e potenciais vantagens da utilização destas metodologias de identificação são também enumeradas e descritas.

### PARTE III: APLICAÇÃO DE NOVAS METODOLOGIAS DE IDENTIFICAÇÃO AO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.

No capítulo sete são investigadas e analisadas todas as metodologias de identificação do motor de indução trifásico, desenvolvidas no capítulo seis, através de testes de simulação em *Simulink*. As metodologias propostas para a estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos são validadas e apresentadas as principais conclusões.

No início do capítulo são também descritos, sumariamente, o modelo de simulação do motor de indução baseado nos quatro parâmetros do esquema equivalente por fase do capítulo quatro, e o esquema de controlo vectorial utilizado na geração dos sinais utilizados pelos algoritmos de identificação. É também descrita a alteração efectuada sobre o modelo de simulação, de modo a poder ser utilizado no procedimento de validação dos parâmetros estimados e das componentes estimadas do fluxo do rotor.

A estimação conjunta do fluxo do rotor e da velocidade de rotação, utilizando o EKF e a estrutura de modelos de ordem reduzida, proposta no capítulo seis, é também investigada e validada. São apresentados os principais resultados do estudo realizado sobre a influência da

incerteza nos valores dos parâmetros na estimação da velocidade, bem como o desempenho do novo algoritmo do EKF, na estimação da velocidade em regime dinâmico.

O oitavo e último capítulo é dedicado à apresentação dos resultados experimentais da estimação das componentes do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade de rotação do motor de indução, utilizando os procedimentos de identificação investigados nos capítulos seis e sete. Este último, constitui uma fase prévia e imprescindível antes da validação experimental.

Os diferentes subsistemas que integram a banca de testes utilizada na realização dos testes experimentais, bem como os trabalhos realizados para a sua instalação, estão descritos sumariamente. De realçar a constituição base da banca de testes, utilizada na parte final desta dissertação, que inclui o sistema da dSPACE, o qual permite fazer a compilação dos diagramas implementados em *simulink* directamente para o DSP da carta de controlo DS1103, a qual permite executar, em tempo real, os diversos algoritmos de estimação.

Os algoritmos de estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, validados e analisados em ambiente de simulação no capítulo sete, são validados, neste capítulo, com dados reais e a maior parte deles também em tempo real. Os testes realizados incluem ainda a análise do desempenho do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator. A implementação dos algoritmos, para funcionamento em tempo real, é ilustrada para o caso da metodologia de identificação que estima o fluxo do rotor e parâmetros do rotor, via EKF no referencial do rotor, e os parâmetros do estator via RPEM, no referencial do estator.

A estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e da velocidade de rotação foi testada e amplamente validada em tempo real. A influência dos erros e da variação dos parâmetros do motor, na estimação da velocidade, é também investigada. É ainda analisada a estimação da velocidade em regime transitório *versus* regime permanente. Por fim, é avaliado o desempenho do novo algoritmo do EKF, em regime dinâmico, tendo em conta os diversos pontos de funcionamento em termos de velocidade e binário de carga.

No resumo final deste último capítulo, são apresentadas as principais conclusões.

Para facilitar a leitura da presente dissertação, são fornecidas listas de figuras e tabelas, bem como da notação, dos símbolos e dos operadores utilizados, para além da lista com as referências bibliográficas, apresentada no fim da dissertação.

# Parte I

Identificação de  
modelos paramétricos





# Capítulo 1

Modelação paramétrica  
de sistemas

# Índice

<b>1. Modelação paramétrica de sistemas.....</b>	<b>15</b>
<b>1.1. Introdução .....</b>	<b>15</b>
<b>1.2. Conceitos fundamentais .....</b>	<b>15</b>
1.2.1. Considerações gerais sobre sistemas e modelos .....	15
1.2.2. Tipos de modelos .....	16
1.2.2.1. Modelos mentais ou intuitivos.....	16
1.2.2.2. Modelos gráficos .....	16
1.2.2.3. Modelos matemáticos.....	16
1.2.2.4. Outros modelos.....	17
1.2.3. Modelação e identificação .....	18
1.2.4. Classes de estruturas de modelos.....	19
1.2.5. Estruturas de modelos .....	19
<b>1.3. Classes de estruturas de modelos paramétricos.....</b>	<b>21</b>
1.3.1. Estruturas de modelos para sistemas lineares .....	21
1.3.1.1. Formas de descrição fundamentais.....	21
1.3.1.1.1. Descrição do tipo entrada-saída.....	21
1.3.1.1.2. Descrição sob a forma de espaço de estados .....	22
1.3.1.2. Classes de estruturas de modelos lineares e invariantes no tempo.....	23
1.3.1.2.1. Classes de estruturas de modelos com representação polinomial.....	25
1.3.1.2.1.1. Classes de estruturas de modelos ARX.....	25
1.3.1.2.1.2. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões lineares .....	26
1.3.1.2.1.3. Classe de estruturas de modelos ARMAX.....	26
1.3.1.2.1.4. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões pseudo-lineares .....	27
1.3.1.2.1.5. Outras classes de estruturas de modelos de erro de equação .....	27
1.3.1.2.1.6. Classe de estruturas de modelos do tipo erro de saída .....	28
1.3.1.2.1.7. Classes de estruturas de modelos do tipo <i>Box-Jenkins</i> .....	29
1.3.1.2.1.8. Classe geral de estruturas de modelos.....	29
1.3.1.2.2. Classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados.....	30
1.3.1.2.2.1. Representação de espaço de estados no domínio contínuo .....	30
1.3.1.2.2.2. Discretização de estruturas com representação de espaço de estados .....	31
1.3.1.2.2.3. Variante do filtro de Kalman .....	33
1.3.1.2.2.4. Variante com representação de inovações .....	34
1.3.2. Estruturas de modelos de sistemas variantes no tempo e não lineares .....	35
1.3.2.1. Estruturas de modelos variantes no tempo .....	35
1.3.2.2. Linearização de modelos com não linearidades .....	35
1.3.2.3. Estruturas de modelos não lineares sob a forma de espaço de estados .....	37
1.3.3. A importância do conhecimento previamente existente .....	38
<b>1.4. Identificabilidade .....</b>	<b>39</b>
<b>1.5. Resumo.....</b>	<b>44</b>
<b>1.6. Bibliografia.....</b>	<b>45</b>

# 1. Modelação paramétrica de sistemas

## 1.1. Introdução

Este capítulo inicial tem como principal objectivo garantir uma familiarização adequada com conceitos fundamentais relacionados com a modelação e identificação de sistemas e com o desenvolvimento de classes de estruturas de modelos paramétricos, de modo a garantir uma melhor contextualização ao longo desta dissertação.

Assim, depois de introduzidos alguns conceitos basilares na secção 1.2, são descritas, ao longo da secção 1.3, as principais classes de estruturas de modelos paramétricos para sistemas lineares e não lineares. São apresentadas, fundamentalmente, as duas formas mais utilizadas para descrever sistemas: a descrição polinomial e a descrição sob a forma de espaço de estados.

Por fim, na secção 1.4, é caracterizado o conceito de identificabilidade, de importância relevante na identificação de sistemas.

## 1.2. Conceitos fundamentais

Vamos começar por introduzir um conjunto de definições e conceitos, utilizados na área da modelação e identificação de sistemas em geral, que permitem aumentar a legibilidade e a compreensão do texto produzido ao longo desta dissertação, particularmente neste capítulo inicial e seguintes. O conceito de identificabilidade, pela sua importância, será detalhado na secção 1.4.

### 1.2.1. Considerações gerais sobre sistemas e modelos

Em termos simples e segundo Ljung, um sistema é um objecto no qual variáveis de diferentes tipos interagem produzindo resultados observáveis que, se forem de interesse específico, são denominados por saídas, como descrito em [Ljung 99]. Um sistema é sensível a estimulações externas que são designadas por entradas se forem controladas por quem observa, ou perturbações que nalguns casos poderão ser medidas e noutros apenas observados os seus efeitos nas saídas do sistema. A descrição de sistemas é muitas vezes feita com recurso a exemplos de diferentes áreas técnicas e não técnicas como em [Ljung 99] e [Söderström 89].

O comportamento dos sistemas pode ser considerado estático ou dinâmico. Num sistema estático o efeito das estimulações externas actuais (entradas e perturbações) é apenas instantâneo, razão pela qual se diz também que são sistemas sem memória. Ao contrário dos sistemas estáticos, num sistema dinâmico o valor actual da saída depende não só das estimulações externas actuais mas também dos seus valores anteriores. Assim, nestes sistemas, a acção de controlo num dado instante  $t'$  influenciará a respectiva saída nesse instante e em instantes posteriores,  $t \geq t'$ .

A nossa capacidade de intuição e percepção através da observação do mundo que nos rodeia, permite-nos apreender, de algum modo, o comportamento de um sistema no seu meio envolvente, ao qual associamos um modelo mais ou menos rigoroso, mais ou menos consciente. Assim, um modelo pode ser definido como sendo uma representação dos aspectos ou das características essenciais de um sistema, que existe ou que pretendemos construir, a qual contém, de alguma forma, o conhecimento que temos sobre o sistema, de um modo prestável e passível de ser utilizado.

### 1.2.2. Tipos de modelos

De acordo com [Ljung 99] e [Söderström 89], existem, fundamentalmente, os seguintes tipos de modelos: mentais ou intuitivos; gráficos e matemáticos.

#### 1.2.2.1. Modelos mentais ou intuitivos

O comportamento que tem um condutor quando conduz um automóvel e que lhe permite rodar o volante para virar num dado sentido, acelerar ou travar, corresponde a um modelo intuitivo ou mental, que permite obter informação útil para ordenar ao sistema muscular acções apropriadas com base na observação.

#### 1.2.2.2. Modelos gráficos

Alguns sistemas são representados por modelos gráficos ou tabelas, quando as suas propriedades o permitem. O traçado de Bode, a resposta do sistema a uma entrada em degrau (resposta indicial) e a resposta impulsional, por exemplo, são modelos deste tipo, habitualmente utilizados para descrever sistemas lineares.

#### 1.2.2.3. Modelos matemáticos

Os sistemas com maior complexidade são muitas vezes descritos por modelos matemáticos ou analíticos que descrevem as relações entre as variáveis do sistema através de equações matemáticas, designadamente, equações às diferenças e equações diferenciais. De certo modo, os modelos gráficos ou tabelas podem ser considerados como modelos matemáticos mas, habitualmente, são designados por modelos matemáticos aqueles cuja descrição assenta nas equações às diferenças e diferenciais, como referido.

Os modelos matemáticos são, obviamente, os que concentram toda a atenção, no contexto da presente dissertação. Para os sistemas dinâmicos, são usuais outras designações como se apresenta a seguir, dependendo de um conjunto de diversas especificidades, descritas nos pontos seguintes.

- Modelos com uma única entrada e uma única saída e modelos com múltiplas entradas e saídas, conhecidos na literatura de língua inglesa pelas siglas SISO (*Single Input, Single Output*) e MIMO (*Multi Input, Multi Output*), respectivamente. Os primeiros são relativamente simples de tratar ao contrário dos segundos. Pode referir-se, a este

propósito, que o pacote de *software* comercial *System Identification Toolbox* para utilização com o MATLAB, [Ljung 00], dispõe de uma biblioteca com um conjunto de funções para identificação recursiva de modelos SISO, algumas para modelos MISO (*Muti Input, Single Output*), não dispondo de funções equivalentes para modelos com múltiplas saídas.

- Modelos lineares e não lineares - Nos modelos lineares a saída depende linearmente das entradas e das eventuais perturbações, caso contrário o sistema é não linear. A definição de modelos lineares nos parâmetros e modelos lineares nas variáveis de entrada pode ser encontrada, por exemplo, em [Eykhoff 79] e [Ljung 99]. Em termos gerais, num modelo linear a(s) saída(s) do sistema verificam o princípio da sobreposição relativamente aos parâmetros e às entradas, respectivamente.
- Modelos paramétricos e não paramétricos - Os primeiros são descritos por um conjunto de parâmetros e os segundos por uma função ou um gráfico. Toda a atenção estará reservada para os modelos paramétricos, uma vez que o objectivo principal consiste na estimação dos parâmetros físicos do motor de indução trifásico que aparecem directamente ou de forma mapeada nos modelos dinâmicos do motor, como veremos posteriormente.
- Modelos variantes e invariantes no tempo - Os segundos são os mais comuns, mas os modelos variantes no tempo, que requerem métodos de identificação especiais, têm aqui uma importância acentuada porque são os que permitem fazer o acompanhamento de parâmetros que variam no tempo, como os do motor de indução, com métodos de identificação em tempo real.
- Modelos no domínio do tempo e no domínio da frequência - Esta dissertação incidirá sobre os primeiros, enquanto que os segundos são utilizados, por exemplo, em [Juang 94] e [Santos 94].
- Modelos no domínio contínuo e no domínio discreto - Os modelos de tempo discreto descrevem as relações entre as entradas e as saídas em instantes de tempo discretos, cujo intervalo a usar será constante e definido pelo período de amostragem dos sinais reais.
- Modelos determinísticos e estocásticos - Nos primeiros a saída pode ser obtida logo a partir do momento em que a entrada é conhecida. Pelo contrário, nos modelos estocásticos, são consideradas perturbações que tornam o cálculo da saída não determinístico e assente em propriedades conhecidas ou atribuídas ao ruído proveniente das perturbações.

#### 1.2.2.4. Outros modelos

Uma outra classificação para os modelos é ainda apresentada por Söderström em [Söderström 89], que refere os modelos análogos e os modelos físicos, estes últimos também referidos em [Santos 94].

Os modelos análogos são obtidos por analogia entre sistemas, em diferentes áreas. Por exemplo, dois osciladores, um mecânico e outro eléctrico, podem ser descritos pela mesma equação linear e diferencial de segunda ordem, mas os seus coeficientes têm significados físicos diferentes. Também o processo de condução térmica desde o corpo de um semiconductor até ao ambiente, passando pelo dissipador, pode ser descrito, por analogia, através de um circuito eléctrico.

Os modelos físicos são, normalmente, unidades físicas feitas em laboratório à escala do respectivo sistema físico real, descrevendo as suas características essenciais.

### 1.2.3. Modelação e identificação

Fundamentalmente, existem duas formas de construir modelos matemáticos - uma analítica e outra experimental. A primeira consiste na modelação matemática e a segunda na identificação do sistema e são referidas a seguir.

A modelação matemática consiste na descrição do sistema a partir das leis da física (como a lei de Newton) e da economia, por exemplo. A segunda forma de se construir um modelo consiste na identificação do sistema a partir da recolha de dados aos quais é ajustado um modelo matemático. Em todo o caso, o conceito de identificação de sistemas está intimamente relacionado com a modelação matemática de sistemas dinâmicos, com base nos dados obtidos a partir da observação dos sistemas, pelo que pode ainda ser interpretada como o campo da modelação de sistemas dinâmicos a partir de dados obtidos experimentalmente.

Dada a complexidade inerente a muitos sistemas, a sua descrição matemática através do conhecimento do comportamento físico não é suficiente, havendo necessidade de recorrer à sua identificação. Por vezes, da modelação matemática resultam equações com um conjunto de coeficientes ou parâmetros desconhecidos. A identificação paramétrica é então aplicada para estimar esses parâmetros. Tal é o caso das máquinas eléctricas, nomeadamente do motor de indução trifásico, sobre o qual incide esta dissertação. Neste caso, a modelação matemática realizada, essencialmente, a partir da lei de Faraday e da lei das malhas, leva a um conjunto de equações eléctricas e magnéticas, para o estator e para o rotor, envolvendo vários parâmetros com significado físico. O modelo matemático, descrito pelas suas equações fundamentais, é genérico e válido para qualquer tipo de motor de indução. Contudo, os parâmetros do modelo são diferentes para motores do mesmo tipo, principalmente se tiverem diferentes características nominais, pelo que a identificação é então aplicada para estimar aqueles parâmetros.

O desenvolvimento de procedimentos de identificação paramétrica para a estimação dos parâmetros do motor de indução é o tema central desta dissertação e será amplamente desenvolvido. Neste contexto, as duas formas de conceber os modelos matemáticos são complementares. Numa perspectiva mais autónoma, é possível fazer-se uma comparação entre estas duas formas de construir modelos matemáticos. Genericamente, os modelos matemáticos obtidos por métodos de identificação, relativamente aos obtidos por modelação matemática a partir de equações fundamentais, têm as seguintes características:

- têm domínio de validade limitado a um certo ponto de funcionamento, a determinados sinais de entrada, etc.;
- dão pouco ou nenhum conhecimento sobre o funcionamento físico detalhado do sistema, uma vez que normalmente os parâmetros não têm qualquer significado físico directo e são apenas o meio de descrever o comportamento global do sistema, ou aquele que se deseja conhecer;
- são interessantes se o objectivo é, simplesmente, obter da melhor forma possível, a predição do sinal de saída;
- a sua construção e utilização é relativamente simples e directa.

Mas a identificação pode tornar-se numa tarefa bastante mais difícil e com necessidade de interacção por parte do utilizador. Por vezes esta interacção é de tal ordem que a identificação,

para além da teoria desenvolvida, é também considerada como uma arte. As razões desta afirmação estão relacionadas com os aspectos descritos a seguir e aprofundados no próximo capítulo:

- É necessário seleccionar a estrutura de modelos mais adequada, podendo ser uma tarefa árdua, principalmente se a dinâmica do sistema for não-linear.
- A recolha de dados não é isenta de erros e as perturbações introduzidas pelo ruído devem ser consideradas.
- Existe um conjunto significativo de ferramentas e modelos para identificação de sistemas invariantes no tempo, mas muitas vezes, não se aplicam directamente porque os sistemas são variantes no tempo.
- Pode ser difícil ou mesmo impossível medir alguns sinais, o que é extremamente penoso, especialmente se se tratarem de sinais de importância vital.

A identificação, aplicada à estimação de diversas variáveis e parâmetros do motor de indução trifásico, constitui o tema central desta dissertação e será tratada nos próximos capítulos.

#### 1.2.4. Classes de estruturas de modelos

Uma das tarefas que é necessário realizar em qualquer procedimento de identificação, consiste na selecção de um conjunto de modelos entre os vários conjuntos possíveis. Os diferentes conjuntos ou famílias de modelos são designados por classe de estruturas de modelos,  $C$ . Consideremos dois exemplos significativos que serão introduzidos apenas para exemplificar, uma vez que são objecto de discussão no próximo capítulo.

O primeiro exemplo consiste na seguinte classe de estruturas de modelos:

$$C_1: A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (1.1)$$

onde  $y(t)$ ,  $u(t)$  e  $e(t)$  representam, respectivamente, a saída, a entrada e uma determinada perturbação.  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$  são polinómios no operador de atraso  $q$  (definido adiante em (1.12)) de ordens  $na$ ,  $nb$ ,  $nc$ ,  $nd$  e  $nf$ , respectivamente. A reunião de todos os seus coeficientes corresponde ao vector de parâmetros a estimar,  $\theta$ .

O segundo exemplo consiste numa classe de estruturas de modelos com representação de espaço de estados, expressa no domínio contínuo e descrita pelas seguintes equações:

$$C_2: \begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) = C(\theta)x(t) \end{cases}, \quad (1.2)$$

onde as respectivas matrizes são função do vector de parâmetros,  $\theta$ .

#### 1.2.5. Estruturas de modelos

Uma estrutura de modelos não é mais do que um conjunto de modelos de uma dada classe. Para efeitos de exemplificação, podemos referir que para a classe  $C_1$ , descrita por (1.1), a escolha da estrutura de modelos consiste em seleccionar as ordens dos seus polinómios, isto é:  $na$ ,  $nb$ ,  $nc$ ,  $nd$  e  $nf$ . Para a classe de estruturas de modelos  $C_2$ , descrita por (1.2), sob a forma de espaço de estados, escolher uma dada estrutura consiste em estabelecer a ordem do



vector de estado  $x(t)$  e definir o modo como as matrizes  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$  e  $C(\theta)$  dependem do vector de parâmetros  $\theta$ , que se pretende estimar.

A selecção de uma estrutura de modelos,  $C$ , constitui a tarefa mais importante e ao mesmo tempo a mais difícil no procedimento de identificação. É aqui que entram alguns aspectos basilares como o conhecimento previamente existente sobre o sistema, a intuição e a perspicácia de quem trabalha com identificação. Estes requisitos devem ser, adicionalmente, integrados com as propriedades dos modelos.

Em muitas situações são utilizadas estruturas de modelos lineares, com propriedades bem conhecidas e com parâmetros sem qualquer significado no contexto do sistema físico, sendo usados como meio de ajuste dos dados às observações do sistema, como por exemplo na predição do sinal de saída. Os conjuntos de modelos concebidos para estes fins são designados por estruturas de modelos do tipo “caixa preta”, uma vez que a atenção está concentrada na saída que é produzida, que deve ser tanto quanto possível igual à do sistema e não na sua estrutura interna, nomeadamente os valores dos parâmetros. Um exemplo concreto de uma classe de estruturas de modelos deste tipo é descrita por (1.1). Por vezes, os parâmetros de um modelo do tipo “caixa preta” podem ter significado físico de forma directa, o que só acontece raramente no caso de sistemas lineares com estrutura muito simples, ou, mais frequentemente, de forma indirecta através de um mapeamento inverso ao utilizado num processo de modelação prévio utilizado, por exemplo, na linearização de um sistema não linear. Algumas técnicas de identificação do motor de indução trifásico assentam neste princípio, mas de um modo geral, as estruturas de modelos para identificação paramétrica do motor de indução, são obtidas depois de um processo de modelação avançado, que apresentaremos no capítulo 4, baseado em leis da física e em equações eléctricas e magnéticas que descrevem o funcionamento do motor. As estruturas de modelos assim obtidas, utilizam um conjunto de parâmetros desconhecidos, ajustáveis e com significado físico, sendo designadas por estruturas de modelos de “caixa cinzenta”. Neste caso, as estruturas de modelos que se podem extrair da classe  $C_2$ , descrita por (1.2), são o melhor exemplo possível. De facto, as leis da física são descritas, não raras vezes, por equações diferenciais com coeficientes de significado físico importante, passíveis de serem facilmente modeladas sob a forma de espaço de estados.

Em termos gerais e de um modo formal, uma estrutura de modelos,  $\mathcal{M}$ , pode ser descrita, de acordo com [Ljung 99], como o mapeamento diferenciável do domínio dos valores dos parâmetros,  $D_{\mathcal{M}}$ , no espaço das saídas dos modelos parametrizados com um conjunto finito de  $n_{\theta}$  parâmetros,  $\theta \in R^{n_{\theta}}$ :

$$\mathcal{M}: \theta \rightarrow \hat{y}(t|\theta) = f(t, Z^{t-1}; \theta) \in C; \theta \in D_{\mathcal{M}} \subset R^{n_{\theta}}, \quad (1.3)$$

onde a função de predição  $f(t, Z^{t-1}; \theta)$  deve ser diferenciável relativamente ao vector de parâmetros, com gradiente dado por:

$$\psi(t, \theta) = \frac{d\hat{y}(t|\theta)}{d\theta}. \quad (1.4)$$

Na definição (1.3) é utilizada a seguinte nomenclatura:

- $\theta$  - vector de parâmetros composto por  $n_{\theta}$  parâmetros reais;
- $C$  - classe de estruturas de modelos;
- $\mathcal{M}$  - estrutura de modelos;

- $\mathcal{M}(\theta)$  - modelo concreto extraído de uma estrutura, parametrizado com um conjunto ou vector de parâmetros  $\theta$ ;
- $D_{\mathcal{M}}$  - domínio do vector de parâmetros  $\theta$ ;
- $Z (Z^{t-1})$  - vector dos dados observados (até ao instante  $t-1$ );
- $\hat{y}(t | \theta)$  - valor da predição do sinal de saída no instante  $t$ , com base nos parâmetros estimados com o modelo  $\mathcal{M}(\theta)$ .

Consideremos, para exemplificar, a classe de estrutura de modelos seguinte:

$$C: A(q)y(t) = B(q) + e(t), \quad (1.5)$$

que não é mais do que uma subclasse da classe mais abrangente (1.1), fazendo  $nc = nd = nf = 0$ . Podemos assim escrever, em alternativa à descrição (1.5),

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_{nb} u(t-nb) + e(t). \quad (1.6)$$

Assim, para um dado sistema e a partir da classe (1.5), pode ser adoptada a estrutura de modelos seguinte, fazendo  $na = 1$  e  $nb = 2$ :

$$\mathcal{M}: y(t) + ay(t-1) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + e(t), \quad (1.7)$$

em que  $\theta = [a \quad b_1 \quad b_2]^T$ . A função de predição é dada por:

$$\hat{y}(t | \theta) = -ay(t-1) + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2), \quad (1.8)$$

cujo gradiente existe e é dado por:

$$\psi(t, \theta) = \frac{d\hat{y}(t | \theta)}{d\theta} = [-y(t-1) \quad u(t-1) \quad u(t-2)]^T. \quad (1.9)$$

### 1.3. Classes de estruturas de modelos paramétricos

#### 1.3.1. Estruturas de modelos para sistemas lineares

##### 1.3.1.1. Formas de descrição fundamentais

Genericamente, os modelos lineares variantes e invariantes no tempo, podem ter dois tipos de descrição: a de entrada-saída e a da representação de espaço de estados.

##### 1.3.1.1.1. Descrição do tipo entrada-saída

Qualquer sistema linear, contínuo, causal e invariante no tempo, pode ser descrito pela sua resposta impulsional  $g(\tau)$ , utilizando o integral de convolução:

$$y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} g(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau. \quad (1.10)$$

A representação no domínio contínuo (1.10) deve ser substituída pela correspondente descrição no domínio discreto com vista à sua utilização com dados adquiridos e, portanto,

obtidos em instantes de tempo discretos  $t$ , em que  $t(=t_k) = kT_s$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ , sendo  $T_s$  o período de amostragem. Consideremos uma descrição mais realista onde está presente a componente das perturbações externas, considerada como ruído branco  $e(t)$ , como mostra a figura 1.1.

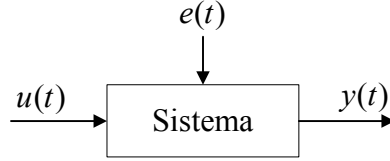


Figura 1.1: Representação básica de um sistema do tipo entrada - saída.

Como referido em [Ljung 99], no sistema da figura 1.1, o integral de convolução (1.10) passa a escrever-se no domínio discreto, respectivamente, para a entrada de controlo  $u(t)$  e para o ruído  $e(t)$ :

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k} \quad e \quad H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k}. \quad (1.11)$$

Na representação (1.11) a variável  $q$  corresponde ao operador de atraso/avanço, definido como se segue:

$$u(t)q^{-1} = u(t-1) \quad e \quad u(t)q = u(t+1). \quad (1.12)$$

A sequência de variáveis aleatórias e independentes  $\{e(k)\}_1^{\infty}$ , com uma dada função densidade de probabilidade (*f.d.p.*), representa o ruído, aqui considerado como branco, que é assumido na modelação das interferências não controladas do sistema, e as sequências  $\{g(k)\}_1^{\infty}$  e  $\{h(k)\}_1^{\infty}$  são as respostas impulsionais que caracterizam completamente o sistema, eventualmente, com a junção da *f.d.p.* do ruído. Assim, uma classe de estruturas de modelos pode escrever-se como se segue:

$$\begin{cases} y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t) \\ f_e(\cdot) \leftarrow \text{f.d.p. de } e(t) \end{cases}. \quad (1.13)$$

Trata-se, portanto, de uma representação não paramétrica. Em termos gerais, os modelos não paramétricos têm a vantagem de não ser necessário especificar expressamente a ordem do sistema. Esta representação tem, intrinsecamente, uma ordem infinita, o que significa que, frequentemente, é possível obter um modelo em que a saída seja exactamente a do sistema.

Os modelos paramétricos, pelo contrário, podem levar a erros consideráveis se a ordem do modelo não está de acordo com a ordem do sistema.

### 1.3.1.1.2. Descrição sob a forma de espaço de estados

Na representação de espaço de estados, a relação entre os sinais de entrada, de ruído e de saída, é descrita por um sistema diferencial, ou de equações diferenciais, de 1ª ordem, utilizando um vector de estado composto pelas variáveis de estado.

Para a maior parte dos sistemas físicos é mais fácil construir modelos com significado físico, no tempo contínuo do que no tempo discreto, simplesmente porque a maior parte das leis

físicas (a lei de Newton, as leis dos circuitos eléctricos, etc.) são representadas no tempo contínuo.

Nestes casos, a modelação leva a uma representação da forma:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.14)$$

que se encontra representada graficamente na figura 1.2, sob a forma de diagrama funcional de blocos.

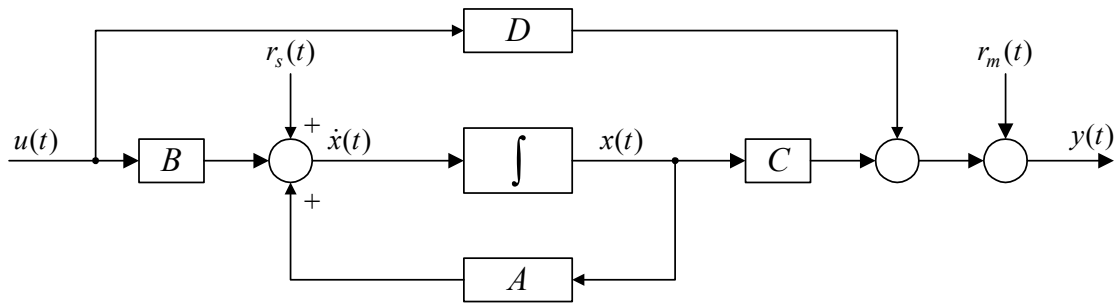


Figura 1.2: Representação de sistemas sob a forma de espaço de estados.

Em que:

- $A$  - matriz do sistema;
- $B$  - matriz de distribuição;
- $C$  - matriz de saída ou de medida;
- $D$  - matriz de entrada-saída;
- $\dot{x}(t)$  - derivada de  $x$  em relação ao tempo;
- $r_s(t)$  - ruído do sistema;
- $r_m(t)$  - ruído de medida ou de observação.

A primeira e segunda equações de (1.14) são, respectivamente, a equação de estado e a de saída. A modelação é apoiada num vector de estado,  $x$ , cujas variáveis de estado têm geralmente significado físico (posição, velocidade, etc.). É portanto, uma representação paramétrica.

### 1.3.1.2. Classes de estruturas de modelos lineares e invariantes no tempo

Um modelo concreto, extraído da classe de estruturas de modelos (1.13), corresponde à especificação das funções  $G(q)$ ,  $H(q)$  e  $f_e(\cdot)$ . Na maior parte das situações é impraticável fazer esta especificação à custa das sequências infinitas  $\{g(k)\}$ ,  $\{h(k)\}$  e da  $f.d.p.$ ,  $f_e(\cdot)$ . Uma alternativa consiste em utilizar estruturas de modelos que permitam fazer uma especificação de  $G(q)$  e  $H(q)$  através de um número finito de coeficientes. As funções de transferência racionais e a notação de espaço de estados são o exemplo mais concreto desta solução. Também a  $f.d.p.$ ,  $f_e(\cdot)$ , é especificada, muitas vezes, em termos de um número reduzido de características, nomeadamente:

$$E\{e(t)\} = \int x f_e(x) dx = 0 \quad (1.15)$$

e

$$E\{e^2(t)\} = \int x^2 f_e(x) dx = \lambda, \quad (1.16)$$

sendo  $E\{e(t)\}$  e  $\lambda$ , respectivamente, o valor esperado e a variância de  $\{e(t)\}$ . Também é habitual admitir que  $\{e(t)\}$  tem distribuição *gaussiana* e, neste caso, a *f.d.p.* é completamente caracterizada por (1.15) e (1.16).

A especificação de (1.13) à custa de um número finito de coeficientes é o resultado mais significativo dos objectivos da identificação. Muitas vezes, não é possível determinar previamente estes coeficientes, a partir do conhecimento do comportamento físico do sistema em causa. Assim, a determinação destes coeficientes, ou de parte deles, é uma tarefa dos procedimentos de identificação. Deste modo, estes coeficientes são introduzidos em (1.13) como parâmetros a estimar, integrados no vector de parâmetros que designamos por  $\theta$ , agora com dimensão finita  $n_\theta: \theta \in D_M \subset R^{n_\theta}$ . Passamos então a escrever:

$$\begin{cases} y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t) \\ f_e(x, \theta) \leftarrow f. d. p. de e(t), \text{ ruído branco} \end{cases} \quad (1.17)$$

De entre os modelos do conjunto descrito através de (1.17) é necessário escolher aquele que estiver melhor vocacionado para os fins pretendidos e será utilizado no procedimento da estimação dos parâmetros  $\theta$ .

Se considerarmos que  $\{e(t)\}$  representa o erro entre a saída do sistema,  $y(t)$ , e a saída do modelo,  $\hat{y}(t | \theta)$ , denotada desta forma para salientar que é a saída estimada com base no vector de parâmetros  $\theta$ , podemos escrever:

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t | \theta). \quad (1.18)$$

Substituindo (1.18) na primeira equação de (1.17) obtemos:

$$\hat{y}(t | \theta) = H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)u(t) + [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(t). \quad (1.19)$$

A expressão (1.19) corresponde à predição da saída do sistema que não depende de  $f_e(x, \theta)$  e, representa portanto uma estrutura de modelos de predição designados de determinísticos uma vez que não foram feitas quaisquer considerações probabilísticas, enquanto que se complementarmos a descrição com uma *f.d.p.* de  $\{e(t)\}$ , como em (1.17), passamos a ter uma estrutura de modelos probabilísticos, que habitualmente são designados por estocásticos.

No caso da classe de estruturas de modelos (1.14), sob a forma de espaço de estados, quando parametrizada com o vector de parâmetros  $\theta$ , passa a escrever-se:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) = C(\theta)x(t) + D(\theta)u(t) \end{cases} \quad (1.20)$$

Nas próximas secções serão abordadas algumas classes de estruturas de modelos essenciais no contexto da presente dissertação, uma vez que serão citadas posteriormente, na identificação do motor de indução trifásico.

### 1.3.1.2.1. Classes de estruturas de modelos com representação polinomial

A forma mais directa de descrever uma classe de estruturas de modelos consiste na parametrização de  $G(q, \theta)$  e  $H(q, \theta)$ , em (1.17), através de funções racionais, em que os parâmetros são os coeficientes dos polinómios do numerador e denominador. Estas estruturas de modelos, designadas habitualmente por estruturas do tipo “caixa preta”, já foram referidas anteriormente e são agora apresentadas em termos gerais.

#### 1.3.1.2.1.1. Classes de estruturas de modelos ARX

Provavelmente a descrição mais simples do tipo entrada-saída é a da equação às diferenças (1.6) que agora identificamos como sendo a classe de estruturas de modelos do tipo ARX (*AutoRegressive with eXternal input*) e define-se como em (1.6), ou então, de forma mais compacta:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t), \quad (1.21)$$

onde os polinómios  $A(q)$  e  $B(q)$  são função do operador atraso, como se segue:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}, \quad (1.22)$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + a_{nb} q^{-nb}. \quad (1.23)$$

Uma vez que o ruído branco,  $\{e(t)\}$ , entra directamente como um erro na equação (1.21), os modelos que resultam desta classe de estruturas são também designados por modelos de erro de equação. O vector de parâmetros será:

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_1 \ \dots \ b_{nb}]^T. \quad (1.24)$$

Podemos, então, escrever (1.21) como em (1.17), em que as funções de transferência são definidas como se segue:

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} \text{ e } H(q, \theta) = \frac{1}{A(q)}. \quad (1.25)$$

O conjunto de modelos (1.21), no caso particular de ser  $na = 0$  formam a classe de estruturas modelada como os filtros FIR.

Através da figura 1.3 podemos verificar que não é uma representação muito natural, do ponto de vista físico, uma vez que o ruído actua através do denominador antes de ser adicionado à saída.

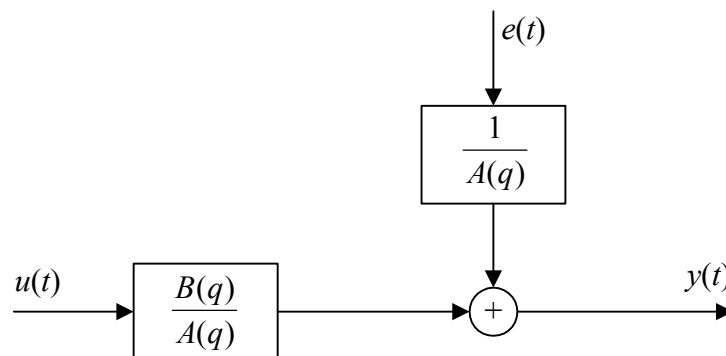


Figura 1.3: Classe de estruturas de modelos ARX.

A predição da saída da classe de estruturas de modelos (1.21), obtém-se substituindo (1.25) em (1.19), resultando:

$$\hat{y}(t | \theta) = B(q)u(t) + [1 - A(q)]y(t). \quad (1.26)$$

Sem recorrer a qualquer ferramenta estocástica, a predição (1.26) é uma escolha natural se  $\{e(t)\}$  em (1.21) é assumida como insignificante ou se as suas propriedades não são conhecidas. Assim, é perfeitamente aceitável utilizar a função de predição descrita por (1.26), também para modelos determinísticos.

#### 1.3.1.2.1.2. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões lineares

Consideremos o vector de dados definido por:

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \cdots \quad -y(t-na) \quad u(t-1) \quad \cdots \quad u(t-nb)]^T. \quad (1.27)$$

Tendo em conta  $\varphi(t)$ , a predição da saída (1.26) pode escrever-se do seguinte modo:

$$\hat{y}(t | \theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t) \theta. \quad (1.28)$$

A partir deste resultado podemos tirar uma conclusão importante: esta forma de predição mostra que  $\hat{y}(t | \theta)$  é um produto escalar entre o vector de dados conhecido,  $\varphi(t)$ , e o vector de parâmetros a estimar,  $\theta$ . Trata-se, portanto, de uma regressão linear e o vector de dados  $\varphi(t)$  é designado por vector de regressão.

#### 1.3.1.2.1.3. Classe de estruturas de modelos ARMAX

A principal desvantagem da classe de estruturas de modelos anterior, prende-se com a falta de liberdade para descrever as características das perturbações de ruído. É possível acrescentar maior flexibilidade se reescrevermos (1.21) da seguinte forma:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t), \quad (1.29)$$

em que,

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \cdots + c_{nc} q^{-nc} \quad (1.30)$$

e o vector de parâmetros é agora constituído por:

$$\theta = [a_1 \quad \cdots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{nb} \quad c_1 \quad \cdots \quad c_{nc}]^T. \quad (1.31)$$

A classe de estruturas de modelos (1.29) pode então escrever-se do seguinte modo:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + \cdots + a_{na} y(t-na) &= b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \cdots \\ &\quad \cdots + b_{nb} y(t-nb) + c_1 e(t-1) + \cdots + c_{nc} e(t-nc), \end{aligned} \quad (1.32)$$

cuja predição do sinal de saída pode escrever-se como em (1.19) fazendo,

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{C(q)} \quad e \quad H(q, \theta) = \frac{A(q)}{C(q)} \quad (1.33)$$

e então obtém-se:

$$\hat{y}(t | \theta) = \frac{B(q)}{C(q)} u(t) + \left[ 1 - \frac{A(q)}{C(q)} \right] y(t). \quad (1.34)$$

A classe de estruturas de modelos (1.29) é designada na literatura de língua inglesa por *AutoRegressive Moving Average with eXternal input* (ARMAX).

#### 1.3.1.2.1.4. Classe de estruturas de modelos designadas por regressões pseudo-lineares

A predição (1.34) pode ainda escrever-se do seguinte modo:

$$C(q)\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [C(q) - A(q)]y(t). \quad (1.35)$$

Adicionando  $(1 - C(q))\hat{y}(t|\theta)$  em ambos os membros da equação (1.35) resulta:

$$\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [1 - A(q)]y(t) + [C(q) - 1][y(t) - \hat{y}(t|\theta)]. \quad (1.36)$$

Definindo agora o erro de predição como,

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|\theta) \quad (1.37)$$

e o vector de dados,

$$\varphi(t, \theta) = \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-na) & u(t-1) & \cdots \\ \cdots & u(t-nb) & \varepsilon(t-1, \theta) & \cdots & \varepsilon(t-nc, \theta) \end{bmatrix}^T, \quad (1.38)$$

podemos escrever (1.36) de um modo similar a (1.28), que toma a seguinte forma:

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta. \quad (1.39)$$

Repare-se que (1.39) é muito semelhante à regressão linear (1.28). Contudo, a relação (1.39) não é mais uma regressão linear devido ao efeito não linear de  $\theta$  no vector  $\varphi(t, \theta)$  e, por esse facto, é designada na literatura por regressão pseudo-linear.

#### 1.3.1.2.1.5. Outras classes de estruturas de modelos de erro de equação

Na figura 1.4 estão representadas várias classes de estruturas de modelos de erro de equação.

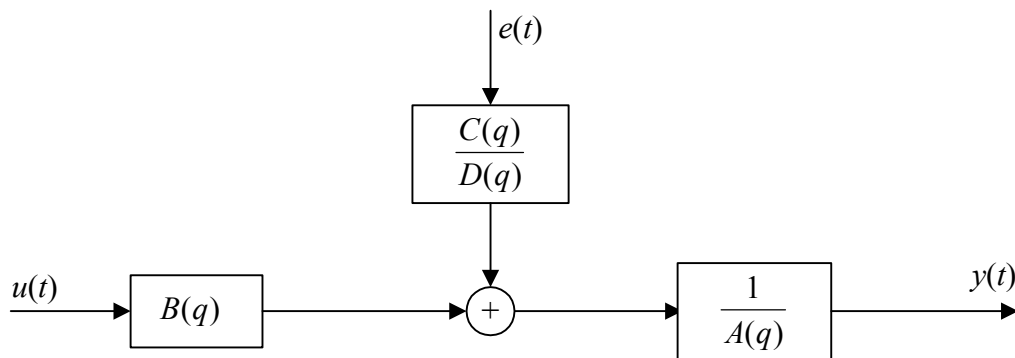


Figura 1.4: Classes de estruturas de modelos de erro de equação

A representação da figura 1.4 contém as classes (1.21) e (1.29), entre outras, e tem a seguinte descrição polinomial:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (1.40)$$



com o polinómio  $D(q)$  definido, à semelhança dos restantes, por:

$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{nd}. \quad (1.41)$$

### 1.3.1.2.1.6. Classe de estruturas de modelos do tipo erro de saída

Todas as estruturas de modelos de erro de equação representadas na figura 1.4 correspondem a descrições onde o polinómio  $A(q)$ , aparece nas funções de transferência  $H(q)$  e  $G(q)$  como factor comum no denominador. A parametrização destas funções de transferência torna-se mais natural, do ponto de vista físico, se forem parametrizadas de modo independente.

Se admitirmos que a relação entre a entrada e a saída não contaminada de ruído,  $\eta$ , pode ser descrita como uma equação linear às diferenças e que as perturbações consistem na contaminação por ruído branco da saída,

$$y(t) = \eta(t) + e(t), \quad (1.42)$$

obtemos a seguinte descrição:

$$\eta(t) + f_1 \eta(t-1) + \dots + f_{nf} \eta(t-nf) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{nb} u(t-nb). \quad (1.43)$$

Se for definido o polinómio  $F(q)$  como,

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{nf}, \quad (1.44)$$

então podemos escrever:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + e(t). \quad (1.45)$$

As estruturas de modelos (1.45) formam uma classe de estruturas do tipo erro de saída, ou *Output Error* (OE), na literatura em língua inglesa, e está representada na figura 1.5.

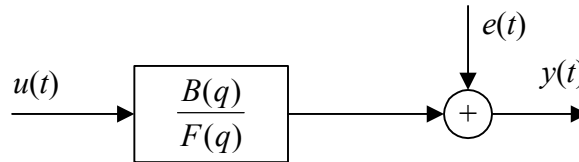


Figura 1.5: Classe de estruturas de modelos do tipo erro de saída.

Uma vez que  $\eta(t)$  não é observável e será obtido à custa de (1.43), dependente, portanto, do vector de parâmetros,

$$\theta = [b_1 \quad \dots \quad b_{nb} \quad f_1 \quad \dots \quad f_{nf}]^T, \quad (1.46)$$

então (1.43) pode muito bem tornar explícita essa dependência:

$$\eta(t, \theta) + f_1 \eta(t-1, \theta) + \dots + f_{nf} \eta(t-nf, \theta) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{nb} u(t-nb). \quad (1.47)$$

Por comparação com a primeira equação da descrição (1.17), concluímos que  $H(q, \theta) = 1$  e de acordo com (1.19) obtemos a função de predição seguinte:

$$\hat{y}(t | \theta) = \frac{B(q, \theta)}{F(q, \theta)} u(t) = \eta(t, \theta). \quad (1.48)$$

Então, com a ajuda do vector,

$$\varphi(t, \theta) = [u(t-1) \quad \cdots \quad u(t-nb) \quad -\eta(t-1, \theta) \quad \cdots \quad -\eta(t-nf, \theta)]^T \quad (1.49)$$

a função de predição (1.48) pode, assim, escrever-se como:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t, \theta) \theta, \quad (1.50)$$

que é similar à classe de estruturas de modelos (1.39), designada por regressões pseudo-lineares.

### 1.3.1.2.1.7. Classes de estruturas de modelos do tipo *Box-Jenkins*

Esta classe de estrutura de modelos tem a seguinte descrição:

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t). \quad (1.51)$$

Tendo em conta (1.19) a função de predição será:

$$\hat{y}(t, \theta) = \frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)} u(t) + \left[ 1 - \frac{D(q)}{C(q)} \right] y(t). \quad (1.52)$$

Esta é a forma mais natural de modelação de sistemas em que as funções de transferência  $G(q)$  e  $H(q)$  são parametrizadas de modo independente como funções racionais e está representada na figura 1.6.

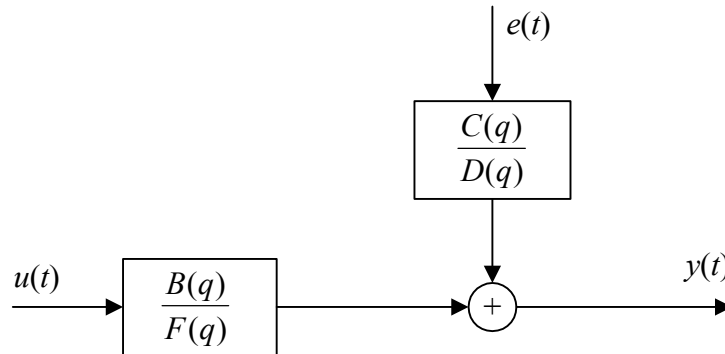


Figura 1.6: Classe de estruturas de modelos do tipo *Box-Jenkins*.

### 1.3.1.2.1.8. Classe geral de estruturas de modelos

A descrição geral deste tipo de classes de estruturas de modelos inclui um total de 32 subclasses de estruturas de modelos diferentes, consoante os polinómios  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $F$ , que forem utilizados e é definida por:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t). \quad (1.53)$$

O pacote *System Identification Toolbox* do programa MATLAB, [Ljung 00], para identificação de sistemas, contempla as classes referidas anteriormente, incluindo esta descrição geral, com a possibilidade de modelação do atraso, ou tempo morto, do sistema em causa. Neste caso a descrição (1.53) toma a forma,

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (1.54)$$

sendo  $nk$  o número de atrasos desde a entrada até à saída. De acordo com (1.19) a função de predição é dada por:

$$\hat{y}(t, \theta) = \frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)}u(t) + \left[1 - \frac{A(q)D(q)}{C(q)}\right]y(t). \quad (1.55)$$

Na referência [Ljung 00] é ainda incluída a classe de estruturas (1.54), bem como subclasses desta, para um sistema com múltiplas entradas  $nu$  e múltiplas saídas  $ny$ , que toma a forma:

$$A(q)y(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)}u_1(t - nk_1) + \dots + \frac{B_{nu}(q)}{F_{nu}(q)}u_{nu}(t - nk_{nu}) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (1.56)$$

em que  $A(q)$  é uma matriz de dimensão  $ny \times ny$  e  $B(q)$  uma matriz de dimensão  $ny \times nu$ .

### 1.3.1.2.2. Classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados

Nas próximas secções são apresentadas algumas representações habituais da modelação de sistemas sob a forma de espaço de estados, a qual foi já introduzida anteriormente como uma das duas formas mais usuais de modelação de sistemas, constituindo uma alternativa às classes de modelos do tipo “caixa preta” apresentadas nas secções anteriores. A modelação sob a forma de espaço de estados é a forma mais natural de o fazer quando se pretende incluir o conhecimento que se tem do comportamento dinâmico do sistema, nomeadamente através da utilização de parâmetros com significado físico que, por sua vez, são objecto de identificação paramétrica utilizando métodos de estimação que serão apresentados no próximo capítulo, especialmente os métodos recursivos apresentados no capítulo 3.

#### 1.3.1.2.2.1. Representação de espaço de estados no domínio contínuo

Para a maior parte dos sistemas físicos a modelação de espaço de estados é mais simples de fazer no domínio contínuo pelo simples facto das leis da natureza serem expressas no tempo contínuo. Retomamos agora a equação de estado em (1.20), que se escreve do seguinte modo:

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t). \quad (1.57)$$

A matriz do sistema  $A(\theta)$  e a matriz de distribuição  $B(\theta)$ , têm dimensões  $nx \times nx$  e  $nx \times nu$ , respectivamente, sendo  $nx$  a dimensão do vector de estado e  $nu$  o número de entradas do sistema. O vector de parâmetros  $\theta$ , agrupa um conjunto de parâmetros com um determinado significado físico, que no âmbito das máquinas eléctricas podem ser: coeficientes de auto-indução e de indução mútua, resistências, constantes de tempo eléctricas e mecânicas, momento de inércia, etc.. A relação entre a entrada, a saída e o ruído, quando este for considerado, é descrita por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem recorrendo ao conjunto de variáveis auxiliares,  $x(t)$ , designadas por variáveis de estado. No âmbito das máquinas eléctricas podem ser, no caso mais simples, intensidades de corrente, fluxos magnéticos, velocidade de rotação, etc.

Consideremos agora uma saída, idealmente livre de ruído, definida por:

$$y(t) = Cx(t). \quad (1.58)$$

Se em (1.57) representarmos a derivada pelo operador de derivação  $p$  podemos escrever:

$$[pI - A(\theta)]x(t) = B(\theta)u(t) \quad \text{ou} \quad x(t) = [pI - A(\theta)]^{-1} B(\theta)u(t). \quad (1.59)$$

Substituindo (1.59) em (1.58) obtemos a função de transferência da entrada para a saída do sistema, que tem a seguinte forma:

$$G(p, \theta) = C[pI - A(\theta)]^{-1} B(\theta). \quad (1.60)$$

A função de transferência assim obtida está parametrizada em termos de coeficientes físicos no domínio contínuo. Na realidade existem sempre aspectos não contemplados na modelação do sistema, perturbações e erros nos sinais observados, razão pela qual são adicionadas componentes de ruído a ambas as equações, de estado e de saída, que descrevem as imperfeições não contempladas na descrição determinística de base (1.20). Algumas soluções são apresentadas nas próximas secções, mas para já é apresentado o processo de passagem da descrição no domínio contínuo para o tempo discreto, uma vez que é desta forma discreta que a informação é adquirida e processada na identificação e controlo de sistemas.

#### 1.3.1.2.2.2. Discretização de estruturas com representação de espaço de estados

Nesta secção serão apresentados os passos necessários para se obter uma descrição no tempo discreto da classe de estruturas de modelos sob a forma espaço de estados descrita no tempo contínuo.

Consideremos que a entrada do sistema, descrito genericamente por (1.14), é constante durante o tempo de amostragem  $T_s$ , isto é:

$$u(t) = u(t_k) = u(k) = u(kT_s), \quad kT_s \leq t < (k+1)T_s, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1.61)$$

Atendendo à definição (1.61) podemos obter, respectivamente, as amostras da saída do sistema e do vector de estado como se segue:

$$y(k) = y(kT_s), \quad x(k) = x(kT_s). \quad (1.62)$$

A relação dinâmica entre o vector de estado  $x(k)$  e a entrada do sistema  $u(k)$  pode agora escrever-se do seguinte modo:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k), \quad (1.63)$$

sendo necessário determinar a forma discreta das matrizes  $A_d$  e  $B_d$  equivalentes às matrizes  $A$  e  $B$  que descrevem a equação de estado no domínio contínuo.

Para obter as matrizes  $A_d$  e  $B_d$ , da descrição da equação de estado no domínio discreto, começamos por escrever a solução da equação de estado em (1.14) que é a seguinte, [Lewis 92]:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau. \quad (1.64)$$

Fazendo  $t_0 = kT_s$  e  $t = (k+1)T_s$ , resulta:

$$x((k+1)T_s) = e^{AT_s} x(kT_s) + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A((k+1)T_s - \tau)} B u(\tau) d\tau. \quad (1.65)$$

Uma vez que estamos a admitir que a entrada  $u(t)$  se mantém constante durante o tempo de amostragem, podemos extraí-la do integrando e se, além disso, fizermos a mudança de variável  $\lambda = \tau - kT_s$ , podemos escrever:

$$x(k+1) = e^{AT_s} x(k) + \left( \int_0^{T_s} e^{A(T_s - \lambda)} B d\lambda \right) u(k). \quad (1.66)$$

Fazendo nova mudança de variável,  $\tau = T_s - \lambda$ , obtemos:

$$x(k+1) = e^{AT_s} x(k) + \left( \int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau \right) u(k). \quad (1.67)$$

Por comparação com (1.63) podemos, finalmente, escrever as matrizes da equação de estado no domínio discreto, do seguinte modo:

$$A_d = e^{AT_s}, \quad (1.68)$$

$$B_d = \int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau. \quad (1.69)$$

De salientar, o facto da matriz  $A_d$  ser sempre não singular.

Quanto à equação de saída em (1.14), visto que não é uma equação dinâmica, podemos escrever directamente:

$$y(k) = Cx(k) + Du(k), \quad (1.70)$$

pelo que as matrizes  $C$  e  $D$  não são alteradas no processo de discretização.

Para a obtenção de  $A_d$  segundo a expressão (1.68), recorre-se, normalmente, ao desenvolvimento em série de Taylor da função exponencial matriz  $e^{AT_s}$ , ou seja,

$$A_d = I + AT_s + \frac{1}{2!} A^2 T_s^2 + \frac{1}{3!} A^3 T_s^3 + \dots \quad (1.71)$$

e como sugere a expressão (1.69), integrando termo a termo e multiplicando pela matriz  $B$ , obtemos:

$$B_d = BT_s + \frac{1}{2!} ABT_s^2 + \frac{1}{3!} A^2 BT_s^3 + \dots \quad (1.72)$$

Em determinadas situações, como por exemplo aquelas em que o período de amostragem é pequeno, o desenvolvimento de (1.71) pode ser aproximado aos termos lineares, ou desenvolvimento de 1ª ordem, resultando as seguintes soluções:

$$A_d \approx I + AT_s, \quad (1.73)$$

$$B_d \approx BT_s. \quad (1.74)$$

De realçar o facto do resultado caracterizado por (1.73) e (1.74) ser o mesmo que resulta da aplicação da fórmula de Euler, isto é,

$$\dot{x}(t_k) = \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s}, \quad (1.75)$$

à equação de estado em (1.14), que passaria a escrever-se, no domínio discreto, do seguinte modo:

$$\begin{cases} x(k+1) = (I + AT_s)x(k) + BT_s u(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}. \quad (1.76)$$

### 1.3.1.2.2.3. Variante do filtro de Kalman

Retomando a classe de estruturas sob a forma de espaço de estados descrita por (1.57) e (1.58) no domínio discreto, recorrendo a (1.71) e (1.72), e considerando a existência quer de erros de modelação do sistema na equação de estado quer de erros de observação na equação de saída, obtemos a seguinte representação estocástica:

$$x(k+1) = A_d(\theta)x(k) + B_d(\theta)u(k) + r_s(k), \quad (1.77)$$

$$y(k) = C(\theta)x(k) + r_m(k). \quad (1.78)$$

Na descrição de (1.77) e (1.78), os termos  $r_s(k)$  e  $r_m(k)$  correspondem, respectivamente, ao ruído do sistema e ruído de observação ou de medida. O primeiro corresponde a entradas não determinísticas, tais como, erros de modelação, imperfeições dos controladores e outras perturbações externas, enquanto que o segundo expressa fundamentalmente as imperfeições dos sensores. É assumido tratarem-se de sequências de variáveis aleatórias e independentes com valor médio nulo,

$$E\{r_s(k)\} = E\{r_m(k)\} = 0 \quad (1.79)$$

e matrizes de covariância  $R_s$ ,  $R_m$  e  $R_{sm}$ :

$$\begin{aligned} E\{r_s(k)r_s^T(k)\} &= R_s(\theta) \\ E\{r_m(k)r_m^T(k)\} &= R_m(\theta) \\ E\{r_s(k)r_m^T(k)\} &= R_{sm}(\theta) \end{aligned} \quad (1.80)$$

Procuremos agora obter, em termos gerais, a função de predição da saída  $y(k)$ . Considerando que o ruído tem distribuição *gaussiana*, pode então aplicar-se o filtro de Kalman à classe de estruturas de modelos descrita por (1.77) e (1.78). Sobre este tema, existe um vasto conjunto de bibliografia do qual se podem destacar [Ljung 83], [Lewis 86], [Lewis 92], [Grewal 93], [Haykin 96] e [Ljung 99].

O filtro de Kalman será agora apresentado genericamente e posteriormente detalhado no capítulo 3, bem como no capítulo 5, aquando da sua aplicação ao motor de indução trifásico, enquanto observador de estado, assim como o filtro de Kalman estendido, no qual o vector de estado é estendido ao vector de parâmetros  $\theta$ , sendo estimados conjuntamente com as variáveis de estado. Neste caso, as classes de estruturas de modelos deixam de ser lineares.

O filtro de Kalman é descrito como se segue:

$$\hat{x}(k+1, \theta) = A_d(\theta)\hat{x}(k, \theta) + B_d(\theta)u(k) + K(\theta)[y(k) - C(\theta)\hat{x}(k, \theta)]. \quad (1.81)$$

A matriz de ganho  $K(\theta)$ , designada por ganho de Kalman, é dada por:

$$K(\theta) = \frac{A_d(\theta)P(\theta)C^T(\theta) + R_{sm}(\theta)}{C(\theta)P(\theta)C^T(\theta) + R_m(\theta)}, \quad (1.82)$$

em que  $P(\theta)$  é calculada pela chamada equação de Riccati [Ljung 99], resultando:

$$P(\theta) = A_d(\theta)P(\theta)A_d^T(\theta) + R_s(\theta) - K(\theta) \left[ A_d(\theta)P(\theta)C^T(\theta) + R_{sm}(\theta) \right]^T \quad (1.83)$$

e corresponde à matriz de covariância do erro do vector estimado:

$$P(\theta) = E \{ x(k) - \hat{x}(k, \theta) \} \{ x(k) - \hat{x}(k, \theta) \}^T. \quad (1.84)$$

A partir da equação (1.81) podemos escrever:

$$\hat{x}(k, \theta) [qI - A_d(\theta) + K(\theta)C(\theta)] = B_d(\theta)u(k) + K(\theta)y(k). \quad (1.85)$$

A função de predição da saída pode então escrever-se como se segue:

$$\hat{y}(k | \theta) = C(\theta) [qI - A_d(\theta) + K(\theta)C(\theta)]^{-1} \{ B_d(\theta)u(k) + K(\theta)y(k) \}. \quad (1.86)$$

#### 1.3.1.2.2.4. Variante com representação de inovações

Em (1.81) o erro de predição é dado por:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k | \theta) = y(k) - C(\theta)\hat{x}(k, \theta) = C(\theta)[x(k) - \hat{x}(k, \theta)] + r_m(k), \quad (1.87)$$

que corresponde a uma quantidade ou inovação que não pode ser predita a partir dos dados observados anteriormente. Assim, (1.81) pode reescrever-se do seguinte modo:

$$\hat{x}(k+1, \theta) = A_d(\theta)\hat{x}(k, \theta) + B_d(\theta)u(k) + K(\theta)\varepsilon(k). \quad (1.88)$$

Por outro lado, tendo em conta (1.87), podemos reescrever (1.78) como se segue:

$$y(k) = C(\theta)\hat{x}(k, \theta) + \varepsilon(k). \quad (1.89)$$

A matriz de covariância do erro de predição pode obter-se a partir de (1.84) e (1.87) (veja-se por exemplo [Ljung 99]), resultando:

$$R_\varepsilon(\theta) = E \{ \varepsilon(k)\varepsilon^T(k) \} = C(\theta)P(\theta)C^T(\theta) + R_m(\theta). \quad (1.90)$$

O erro de predição aparece explicitamente na descrição (1.88) a (1.90) pelo que esta variante da classe de estruturas de espaço de estados é designada por representação de inovações. Se utilizarmos o operador avanço,  $q$ , podemos reescrever (1.89) do seguinte modo:

$$y(k) = G(q, \theta)u(k) + H(q, \theta)\varepsilon(k), \quad (1.91)$$

onde

$$G(q, \theta) = C(\theta)[qI - A_d(\theta)]^{-1} B(\theta) \quad (1.92a)$$

e

$$H(q, \theta) = C(\theta)[qI - A_d(\theta)]^{-1} K(\theta) + I. \quad (1.92b)$$

A representação (1.91) corresponde à descrição geral da classe de estruturas de modelos (1.17).

### 1.3.2. Estruturas de modelos de sistemas variantes no tempo e não lineares

O desenvolvimento de classes de estruturas de modelos para sistemas não lineares é semelhante ao realizado para sistemas lineares. A principal diferença reside no facto da função de predição ser não linear relativamente aos dados observados anteriormente. Nos sistemas não lineares a introdução do conhecimento prévio que se tem sobre o sistema é ainda mais pertinente, designadamente o conhecimento sobre o carácter da não linearidade em causa. Nesta secção são abordadas apenas as classes de estruturas de modelos que serão utilizadas e/ou referidas nesta dissertação, aquando da utilização de técnicas de identificação paramétrica para estimação de parâmetros com significado físico do motor de indução trifásico. Não serão referidas outras formas de modelação que ignoram ou não consideram relevante o significado físico dos parâmetros a utilizar, tais como redes neuronais, modelos do tipo “caixa preta” não lineares, conjuntos imprecisos, etc..

#### 1.3.2.1. Estruturas de modelos variantes no tempo

Nestes casos, em [Ljung 99] é sugerida a utilização de uma função de transferência variante no tempo e, portanto, dependente de  $k$ , visto que  $t_k = kT_s$ , sendo dada por:

$$G(k, q) = \sum_{n=1}^{\infty} g(k, n) q^{-n}, \quad (1.93)$$

a qual é semelhante à apresentada anteriormente em (1.11), em que se pode utilizar a exposição apresentada para o caso das estruturas de modelos lineares invariantes no tempo.

Os coeficientes das equações diferenciais ou às diferenças passam a ser variantes no tempo o que não destrói a linearidade. Consequentemente, a análise feita anteriormente para os modelos de sistemas lineares invariantes no tempo, continua válida. Contudo, como referido em [Eykhoff 79] a transformada de Laplace já não tem a mesma utilidade.

De acordo com [Ljung 99] é mais fácil lidar com a variância no tempo descrevendo a classe de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados. Neste caso, a variação temporal dos modelos reflecte-se no facto de as matrizes passarem a ser variantes no tempo e, consequentemente, dependentes de  $k$  já que  $t_k = kT_s$ . Deste modo passamos a escrever:

$$x(k+1, \theta) = A_d(k, \theta)x(k, \theta) + B_d(k, \theta)u(k) + K(k, \theta)\varepsilon(k), \quad (1.94)$$

$$y(k) = C(k, \theta)x(k, \theta) + \varepsilon(k). \quad (1.95)$$

As funções de predição do estado e da saída são, respectivamente:

$$\hat{x}(k+1, \theta) = [A_d(k, \theta) - K(k, \theta) C(k, \theta)] \hat{x}(k, \theta) + B_d(k, \theta)u(k) + K(k, \theta) y(k), \quad (1.96)$$

$$\hat{y}(k | \theta) = C(k, \theta) \hat{x}(k, \theta). \quad (1.97)$$

Também as matrizes de covariância passam a ser variantes no tempo, isto é, dependentes de  $k$ .

#### 1.3.2.2. Linearização de modelos com não linearidades

Normalmente, se o carácter da não linearidade é conhecido é possível tratá-la de modo a obter um modelo linear para o sistema. Uma situação bastante comum consiste nos sistemas descritos por modelos não lineares mas cuja dinâmica pode ser descrita por um modelo linear com não linearidades estáticas à entrada ou à saída. Se a não linearidade estática é à entrada, o



modelo linearizado é designado por modelo de Hemmerstein, e está representado na figura 1.7.

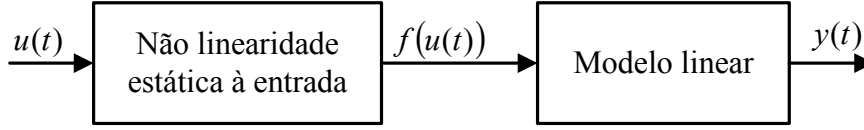


Figura 1.7: Sistema linear com não linearidade estática à entrada, modelo de Hemmerstein.

Se a não linearidade estática é à saída, o modelo linearizado é designado por modelo de Wiener, figura 1.8.

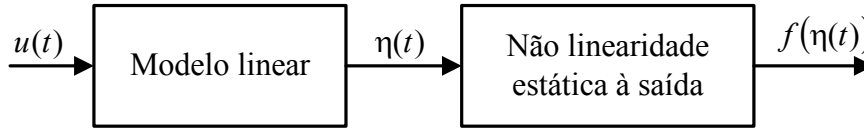


Figura 1.8: Sistema linear com não linearidade estática à saída, modelo de Wiener.

Nestes casos, tais modelos são linearizados através de uma transformação não linear adequada sobre os dados adquiridos.

Como exemplo da linearização representada na figura 1.7, considere-se a seguinte classe de estruturas de modelos não lineares:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-na) = b_0 u(k) + b_1 u^2(k) + \dots + b_n u^n(k) + e(k). \quad (1.98)$$

A relação entre a entrada e a saída é claramente não linear, mas se definirmos o vector de  $n$  entradas virtuais,

$$u_v(k) = [u_{v_1}(k) \quad u_{v_2}(k) \quad \dots \quad u_{v_n}(k)]^T = [u(k) \quad u^2(k) \quad \dots \quad u^n(k)]^T, \quad (1.99)$$

então podemos definir uma nova estrutura de modelos como se segue:

$$A(q)y(k) = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_n]^T u_v(k) + e(k), \quad (1.100)$$

que descreve o sistema não linear através de uma estrutura de modelos linear com uma saída e  $n$  entradas virtuais.

De modo semelhante, é possível ter um sistema físico descrito por um modelo não linear, com várias entradas e várias saídas e redefinir novas entradas e saídas virtuais, através de uma função não linear relativamente às entradas e saídas reais, transformando o sistema físico original num novo sistema físico virtual, mas descrito por um modelo linear, normalmente variável no tempo. Esta forma de linearização está representada na figura 1.9.

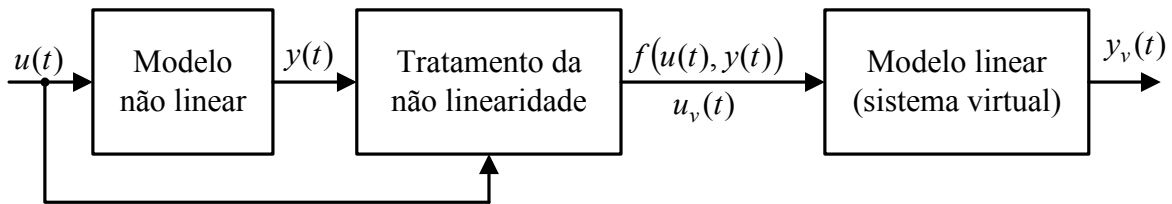


Figura 1.9: Linearização de sistemas não lineares.

Como exemplo consideremos a seguinte estrutura de modelos não linear,

$$ay(k)u(k-2) = y(k-1)u(k-2) + by(k-2)u(k-1), \quad (1.101)$$

parametrizada com os parâmetros  $a$  e  $b$ . A mesma estrutura pode ser reescrita como se segue:

$$y(k) = \frac{1}{a}y(k-1) + \frac{b}{a} \frac{y(k-2)u(k-1)}{u(k-2)}. \quad (1.102)$$

A não linearidade que resulta da multiplicação e divisão entre amostras da entrada e da saída, em instantes diferentes, pode ser resolvida se definirmos duas entradas virtuais:

$$u_1(k) = y(k-1) \quad \text{e} \quad u_2(k) = \frac{y(k-2)u(k-1)}{u(k-2)},$$

resultando:

$$y(k) = \frac{1}{a}u_1(k) + \frac{b}{a}u_2(k). \quad (1.103)$$

A estrutura de modelos continua, no entanto, não linear nos parâmetros  $a$  e  $b$ . Se definirmos um novo vector de parâmetros  $\theta$ , como se segue:

$$\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & \frac{b}{a} \end{bmatrix}^T = [\theta_1 \quad \theta_2]^T, \quad (1.104)$$

podemos escrever uma nova estrutura de modelos, também linear nos novos parâmetros,

$$y(k) = \theta_1 u_1(k) + \theta_2 u_2(k) = \varphi^T(k)\theta, \quad (1.105)$$

que não é mais do que uma regressão linear em que o vector de regressão é dado por:

$$\varphi(k) = [u_1(k) \quad u_2(k)]^T. \quad (1.106)$$

Veremos posteriormente que as formas de linearização aqui apresentadas podem ser utilizadas na obtenção de modelos lineares para o motor de indução trifásico, particularmente a representada na figura 1.9.

### 1.3.2.3. Estruturas de modelos não lineares sob a forma de espaço de estados

A modelação de sistemas pode ser realizada através de classes de estruturas de modelos de espaço de estados, que é a solução mais adequada quando se pretende inserir significado físico nos modelos e, mais concretamente, vectores de parâmetros com significado físico. Esta questão torna-se ainda mais pertinente no caso dos sistemas lineares variantes no tempo e sistemas não lineares.

Consideremos a descrição mais geral de espaço de estados de um sistema não linear parametrizado com um vector de parâmetros  $\theta$ , com um determinado significado físico:

$$\begin{cases} x(k+1) = f(k, x(k), u(k), r_s(k); \theta) \\ y(k) = h(k, x(k), u(k), r_m(k); \theta) \end{cases}. \quad (1.107)$$

A obtenção de uma função de predição para a estrutura (1.107) não é agora trivial. A solução eventualmente mais comum consiste na obtenção de uma estrutura linear variante no tempo

por linearização do sistema não linear em torno de um ponto de funcionamento ou ao longo de uma dada trajectória, como apresentado em [Grewal 93].

A modelação do motor de indução trifásico com vista à estimação simultânea de estados e parâmetros leva, como veremos posteriormente, a uma estrutura de modelos similar à descrita em (1.107). Mesmo que as equações do motor fossem lineares, ao estimar-se conjuntamente estados e parâmetros, que são variantes no tempo, a estrutura de modelos resultante seria inevitavelmente não linear, com a seguinte forma:

$$\begin{cases} x_e(k+1) = f(k, x(k), u(k), \theta(k), r_s(k)) \\ y(k) = h(k, x(k), u(k), \theta(k), r_m(k)) \end{cases} \quad (1.108)$$

Na realidade o novo vector de estado passa agora a incluir não só os estados originais mas também os parâmetros a estimar:

$$x_e(k) = [x(k) \quad \theta(k)]^T \quad (1.109)$$

A estrutura de modelos (1.108) é passível de ser utilizada directamente pelo filtro de Kalman estendido que, como veremos mais tarde, lineariza a estrutura (1.108) através do desenvolvimento em série de Taylor de  $f(\cdot)$  e  $h(\cdot)$  em torno de um ponto de funcionamento.

Pela relevância que tem, na presente dissertação, no âmbito da estimação em tempo real de estados e de parâmetros físicos do motor de indução, os quais são variantes no tempo, o filtro de Kalman estendido será descrito posteriormente de forma mais detalhada do que nesta breve introdução.

### 1.3.3. A importância do conhecimento previamente existente

Ao contrário dos sistemas lineares, para os quais os modelos não paramétricos são realizáveis, é conveniente adoptar a modelação paramétrica quando estudamos sistemas não lineares e o uso do conhecimento de que se dispõe à partida sobre o sistema físico ganha uma importância acentuada.

Habitualmente, nos casos em que não é utilizado este conhecimento, surgem dois tipos de problemas relacionados com a dimensão:

- do vector de parâmetros, resultando um número elevado de coeficientes a serem estimados;
- do conjunto de dados observados, sendo necessário adquirir um número elevado de amostras dos dados de entrada e saída, para o método de estimação.

Para sistemas não lineares é conveniente utilizar o conhecimento previamente existente acerca do sistema em causa, para a selecção da estrutura de modelos. Isto pode levar a uma ampla variedade de estruturas de modelos direccionados para casos particulares com objectivos específicos.

O uso de estruturas de modelos do tipo “caixa preta” pode ser atractivo de um ponto de vista teórico, mas leva, muitas vezes, a soluções árduas e desajustadas, pelo facto de não se ter em conta, à partida, o conhecimento que se tem do sistema.

Assim, a potencial riqueza das classes de estruturas de modelos do tipo “caixa preta”, que resulta da sua diversidade, deixa de ser aplicável na maior parte dos casos. Em contrapartida, o conhecimento do carácter da não linearidade deve ser considerado no processo de

modelação. A não linearidade não tem de ser incluída na forma analítica da estrutura de modelos, mas poderá ser definida em tabelas e o modelo paramétrico ter entradas nessas tabelas.

O conhecimento inicial que se tem sobre o sistema pode estar ligado a vários aspectos como, por exemplo:

- o conhecimento físico ou matemático do sistema bem como da estrutura e possíveis valores de alguns parâmetros;
- os valores iniciais dos parâmetros;
- o conhecimento da variação dos parâmetros.

O conhecimento da variação dos parâmetros é uma necessidade básica e pode determinar a aplicabilidade de um determinado tipo de implementação para o problema.

## 1.4. Identificabilidade

O conceito de identificabilidade pode ser considerado intuitivamente simples mas é formalmente complexo e apresentado na literatura de formas diversificadas. Veja-se, por exemplo, [Eykhoff 79], [Söderström 89], [Walter 97] e [Ljung 99], entre outros.

Considere-se um sistema descrito pelo modelo real  $\mathcal{M}(\theta_0)$  em paralelo com um modelo cujos parâmetros são estimados,  $\mathcal{M}(\hat{\theta})$ , ambos com a mesma estrutura e representados na figura 1.10.

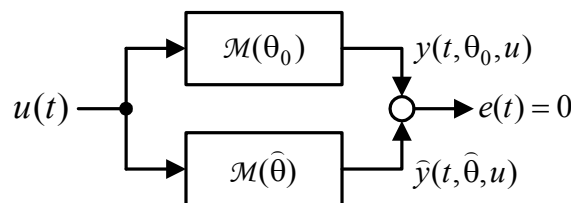


Figura 1.10: Esquema idealizado para verificação da identificabilidade.

Mesmo antes de iniciar a aquisição dos dados e a estimação dos parâmetros, deve questionar-se o eventual sucesso do procedimento de identificação, no sentido de averiguar se as características do sinal de entrada são adequadas para a estimação em causa. Por outras palavras a questão está em saber, antecipadamente, se o sinal de entrada permitirá estimular todos os modos do sistema e excitar o modelo  $\mathcal{M}(\theta)$  de parâmetros a estimar. Colocada a dúvida nestes termos, não há, à partida, qualquer garantia de que a estimação dos parâmetros seja bem sucedida. Será, pois, necessário idealizar o contexto da figura 1.10 para que seja sempre possível, mesmo escolhendo  $\hat{\theta} = \theta_0$ , ajustar os parâmetros estimados de modo a tornar idênticas as dinâmicas do sistema e do modelo  $\mathcal{M}(\hat{\theta})$  em qualquer instante. Isto conduz-nos às seguintes condições ideais:

- o sistema e o modelo são descritos pela mesma estrutura de modelos, sem erros de modelação;

- a ausência de perturbações nos dados adquiridos;
- o sinal de entrada pode ser programado, de modo a ter características de excitação persistente (que serão descritas no próximo capítulo);
- os instantes de aquisição dos sinais são convenientemente escolhidos.

Em termos gerais, sem recorrer a qualquer definição formal, um sistema é identificável se o método de identificação conduzir a um vector de parâmetros estimados,  $\hat{\theta}$ , único e/ou se o modelo resultante é igual ao sistema em causa, tendo em conta as características dos dados observados (condições experimentais), designadamente, no facto de se tratar de dados suficientemente informativos para distinguir diferentes modelos numa estrutura de modelos. Se o conjunto de dados é suficientemente informativo, então, a questão é saber se diferentes vectores estimados  $\hat{\theta}$ , podem dar origem a modelos iguais.

As características dos sinais de entrada, nomeadamente o seu carácter informativo e persistência, serão objecto de análise no próximo capítulo aquando da apresentação do conceito global de identificação.

Uma definição formal, simples e genérica é apresentada em [Söderström 89] onde se refere que um sistema, descrito por uma dada estrutura de modelos, é identificável se a estimação do respectivo vector de parâmetros for consistente, isto é, se os parâmetros estimados convergirem para os verdadeiros valores, com probabilidade 1, quando o número de amostras é suficientemente elevado:

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta_{opt} \text{ com probabilidade 1 à medida que } N \rightarrow \infty. \quad (1.110)$$

Para uma definição formal mais rigorosa é necessário ter em conta que a identificabilidade de um sistema é função dos seguintes factores:

- do próprio sistema;
- da estrutura de modelos seleccionada;
- do método de identificação para minimização do critério de erro;
- das condições experimentais, designadamente, das características do sinal de excitação;
- do número de amostras,  $N$ .

Antes de passarmos para uma definição mais rigorosa, consideremos o domínio dos vectores de parâmetros,  $D_0$ , da respectiva estrutura de modelos, cujos valores dão uma descrição perfeita do sistema. Assim, podem ocorrer três situações:

- $D_0$  pode ser um conjunto vazio e, neste caso, o sistema não pode ser descrito pelo vector de parâmetros, independentemente do modo como este é seleccionado. Estamos perante uma sub-parametrização, pelo que a estrutura de modelos não foi parametrizada com um número de parâmetros suficiente para descrever correctamente o sistema.
- $D_0$  consiste apenas num ponto do espaço paramétrico. Esta é a situação ideal e o respectivo vector de parâmetros  $\theta_0$ , corresponde ao conjunto de parâmetros reais.

- $D_0$  consiste em diversos pontos do espaço paramétrico. Neste caso existe um conjunto de modelos dentro da estrutura de modelos que dão uma descrição perfeita do sistema. Esta situação é definida como sobreparametrização.

A definição (1.110) pode agora reescrever-se como se segue:

$$\hat{\theta} \rightarrow D_0 \text{ com probabilidade 1 à medida que } N \rightarrow \infty. \quad (1.111)$$

Para que o sistema seja identificável é ainda necessário que  $D_0$  não seja um conjunto vazio. Se para além do sistema ser identificável, o domínio  $D_0$  consistir apenas num ponto do espaço paramétrico, então o sistema é designado, em [Söderström 89], como identificável nos parâmetros. Esta solução é a ideal por se tratar de uma solução única e consistente. Os autores desta referência bibliográfica, separam assim, a identificabilidade em duas categorias: a identificabilidade do sistema e a identificabilidade dos parâmetros. A primeira, refere-se à convergência dos parâmetros estimados em direcção ao domínio  $D_0$ , sendo uma propriedade que depende, fundamentalmente, do método de identificação. A segunda, refere-se à identificabilidade dos próprios parâmetros, a qual é apenas função da parametrização ou escolha do modelo dentro da estrutura de modelos.

Em [Ljung 99] o conceito de identificabilidade refere-se a uma descrição única de um dado sistema, dentro duma estrutura de modelos. Em [Walter 97] podem encontrar-se definições similares para os diferentes tipos de identificabilidade que iremos ver a seguir, mas é acrescentada a propriedade de distinguibilidade entre estruturas de modelos. Depois de seleccionada uma estrutura de modelos ou uma classe de estruturas de modelos, as suas propriedades devem ser estudadas, tanto quanto possível, independentemente dos valores que os seus parâmetros possam vir a ter. Preferencialmente, tal estudo deverá ser realizado mesmo antes da aquisição de dados de modo a evitar eventuais dificuldades.

Para caracterizarmos o conceito de identificabilidade, consideremos as seguintes definições:

- $D_{\mathcal{M}}$  - domínio do vector de parâmetros  $\theta$ , da estrutura de modelos  $\mathcal{M}$ ;
- $D_C$  - domínio do vector de parâmetros onde a estimação converge;
- $\theta^*$  - um vector de parâmetros tal que  $\theta^* \in D_C$ .

Então, segundo [Ljung 99], uma estrutura de modelos,  $\mathcal{M}$ , é globalmente identificável em  $\theta^*$  se:

$$\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*), \theta \in D_{\mathcal{M}} \Rightarrow \theta = \theta^*. \quad (1.112)$$

Definida a identificabilidade num ponto, então a estrutura de modelos será totalmente identificável se for globalmente identificável em todos os pontos  $\theta^* \in D_{\mathcal{M}}$ :

$$\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*), \theta \in D_{\mathcal{M}} \Rightarrow \theta = \theta^*, \forall \theta^* \in D_{\mathcal{M}}. \quad (1.113)$$

Na prática é difícil obter uma estrutura de modelos que verifique a definição anterior pelo que é apresentada uma definição menos rigorosa. Assim, uma estrutura de modelos,  $\mathcal{M}$ , é globalmente identificável se for globalmente identificável em quase todos os pontos  $\theta^* \in D_{\mathcal{M}}$ :

$$\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*), \theta \in D_{\mathcal{M}} \Rightarrow \theta = \theta^*, \text{ para quase todos os pontos } \theta^* \in D_{\mathcal{M}}. \quad (1.114)$$

Por analogia, uma estrutura de modelos será localmente identificável se:

$$\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*), \quad \theta \in \mathcal{V}'_{(\theta^*, \varepsilon)} \Rightarrow \theta = \theta^*, \quad (1.115)$$

em que  $\mathcal{V}'_{(\theta^*, \varepsilon)}$  é a vizinhança de  $\theta^*$  de raio  $\varepsilon$ .

Por fim, uma estrutura de modelos será não identificável se a vizinhança  $\mathcal{V}'_{(\theta^*, \varepsilon)}$  não existir.

Walter e Pronzato, em [Walter 97], definem o conceito de identificabilidade com um formalismo similar ao apresentado anteriormente, contudo adicionam a palavra estrutural à situação caracterizada por (1.114) e (1.115), quando comparada com (1.113). Assim, a definição (1.114), por exemplo, refere-se a uma estrutura de modelos estrutural e globalmente identificável porque tal acontece em quase todos os pontos  $\theta^* \in D_{\mathcal{M}}$ .

Utilizando as definições apresentadas anteriormente, em [Ljung 99] mostra-se que a classe geral de estruturas de modelos (1.53) é globalmente identificável. Quando  $C(q)$  e  $F(q)$  são de ordem zero, a estrutura é totalmente identificável. As restantes estruturas do tipo “caixa preta”, podem ser igualmente identificáveis, em termos gerais, fazendo com que tenham uma ordem coincidente com o número de saídas.

Para a classe de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados existem diversas formas de verificar a sua identificabilidade. Por exemplo a estrutura de modelos,

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases} \quad (1.116)$$

será identificável, segundo [Eykhoff 79], se a partir das variáveis de estado é possível determinar a matriz do sistema,  $A_d$ , cujo determinante não pode ser nulo,

$$\begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \end{bmatrix} = A_d \begin{bmatrix} x(0) & A_d x(0) & \cdots & A_d^{n-1} x(0) \end{bmatrix}. \quad (1.117)$$

Num sistema identificável a matriz  $\begin{bmatrix} x(0) & A_d x(0) & \cdots & A_d^{n-1} x(0) \end{bmatrix}$  tem dimensão  $n$ . Repare-se que, atendendo à definição, se  $x(0)=0$ , o sistema não pode ser identificado.

Em geral, um sistema poderá não ser identificável, se os valores iniciais do vector de estado não excitarem todos os modos do sistema.

Outras técnicas que permitem verificar a identificabilidade de estruturas lineares de espaço de estados, como a descrita por (1.116), são apresentadas em [Walter 97]. Salientam-se duas técnicas: uma baseada na transformada de Laplace e outra numa transformação matricial. São ainda descritas outras técnicas para o caso de estruturas de modelos não lineares.

Especialmente relevante na presente dissertação é a classe de estruturas de modelos de espaço de estados não linear (1.108), agora reescritas do seguinte modo:

$$\begin{cases} x_e(k+1) = f(k, x(k), u(k), \theta(k)) \\ x(0) = x_0(\theta) \\ y(k) = h(k, x(k), u(k), \theta(k)) \end{cases} \quad (1.118)$$

É assumido que as funções  $f(\cdot)$  e  $h(\cdot)$  são infinita e continuamente diferenciáveis.

Consideremos a seguinte definição dos coeficientes  $a_k$  :

$$a_k(\theta) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{d^k}{dt^k} y(t, \theta) . \quad (1.119)$$

Dado que  $\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*)$  implica,

$$a_k(\hat{\theta}) = a_k(\theta^*), \quad k = 0, 1, \dots , \quad (1.120)$$

então, como referido em [Walter 97], uma condição suficiente para que a estrutura de modelos seja estrutural e globalmente identificável será:

$$a_k(\hat{\theta}) = a_k(\theta^*), \quad k = 0, 1, \dots, k_{\max} \Rightarrow \hat{\theta} = \theta^* , \quad (1.121)$$

onde  $k_{\max}$  é um número inteiro, positivo e suficientemente pequeno, por razões de ordem computacional. Este modo de verificação da identificabilidade da classe de estruturas de modelos (1.118) é baseado na série de Taylor e a sua aplicação é exemplificada em [Walter 97]. Considere-se a estrutura de modelos não linear  $\mathcal{M}$ , definida por:

$$\mathcal{M} : \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 x_1 - \theta_2 x_1 + \theta_2 \theta_3 x_1 x_2 \\ \theta_2 x_1 - \theta_2 \theta_3 x_1 x_2 - \theta_4 x_2 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y(t, \theta) = x_1 . \quad (1.122)$$

Os coeficientes  $a_k$  calculam-se através das sucessivas derivações de  $y(t, \theta)$  utilizando (1.119) em  $t = 0^+$ , resultando:

$$\begin{aligned} a_0(\theta) &= 1, \\ a_1(\theta) &= -(\theta_1 + \theta_2), \\ a_2(\theta) &= (\theta_1 + \theta_2)^2 + \theta_2^2 \theta_3, \\ a_3(\theta) &= -\theta_2^3 \theta_3^2 - 4\theta_2^2 \theta_3 (\theta_1 + \theta_2) - \theta_2^2 \theta_3 \theta_4 - (\theta_1 + \theta_2)^3, \\ &\dots \end{aligned}$$

Pode verificar-se facilmente que

$$a_k(\hat{\theta}) = a_k(\theta^*), \quad k = 0, 1, \dots, 5 \Rightarrow \hat{\theta} = \theta^* ,$$

pelo que a estrutura (1.122) é estrutural e globalmente identificável. A pertinência deste exemplo justifica-se não só pela sua relevância no contexto da presente dissertação, mas também para ilustrar uma outra constatação habitual. Repare-se que a estrutura (1.122) torna-se linear se o parâmetro  $\theta_3$  for nulo e, neste caso, a estrutura passa a ser não identificável. Com este exemplo, em [Walter 97] é sublinhado o facto, que podemos considerar surpreendente, de as estruturas lineares tenderem a ser, frequentemente, menos identificáveis do que as não lineares.



## 1.5. Resumo

Este primeiro capítulo foi iniciado com a apresentação de um conjunto de conceitos essenciais para uma melhor compreensão do texto da presente dissertação e, particularmente, dos próximos capítulos. Destacam-se, em particular, os conceitos de modelação e identificação de sistemas, como duas formas de construir modelos, consistindo, não raras vezes, em tarefas complementares para a obtenção de um modelo. Foram ainda introduzidos os conceitos de estruturas de modelos e de classes de estruturas de modelos. Este último, não é mais do que a representação de um conjunto ou família de modelos com uma dada estrutura comum.

Na secção 1.3 foram apresentadas as principais classes de estruturas de modelos paramétricos para descrever sistemas lineares e não lineares, variantes e invariantes no tempo. Para o caso dos sistemas lineares, foram referidas as duas formas clássicas de representar modelos, nomeadamente, a representação polinomial e a de espaço de estados. No que diz respeito ao primeiro tipo de representação, foram apresentadas as principais classes de estruturas de modelos do tipo “caixa preta”, cuja forma geral é descrita pela equação (1.54) ou pela equação (1.56). Relativamente à representação em espaço de estados, foi introduzida a sua descrição no domínio contínuo e apresentado o modo de passagem para o domínio discreto, utilizando o desenvolvimento em série de Taylor da função exponencial matriz  $e^{AT_s}$ . Foram ainda apresentadas as variantes do filtro de Kalman e da representação de inovações, que serão aprofundadas nos próximos capítulos.

Foi mostrado que nos sistemas variantes no tempo a dependência dos coeficientes das equações diferenciais ou às diferenças não destrói a linearidade. Consequentemente, a análise feita para os modelos de sistemas lineares invariantes no tempo, com representação polinomial, continua válida. Contudo, é conveniente tratar a variância no tempo, com a classe de estruturas de modelos representada sob a forma de espaço de estados, na qual a diferença reside no facto das matrizes passarem a ser variantes no tempo.

Viu-se também que a forma de construir estruturas de modelos para sistemas não lineares passa por estratégias de linearização como as ilustradas nas figuras 1.7 a 1.9 ou, no caso da descrição de espaço de estados, por um processo de linearização, normalmente em torno de um ponto de funcionamento. Pôde concluir-se, portanto, que o desenvolvimento de classes de estruturas de modelos para sistemas lineares é de interesse pertinente, mesmo na modelação de sistemas não lineares. Viu-se ainda que, nos sistemas não lineares, o conhecimento prévio sobre o sistema tem uma importância relevante, nomeadamente, o conhecimento sobre o carácter da não linearidade.

Em súpula, foi possível concluir que as classes de estruturas de modelos do tipo “caixa preta” são conjuntos de modelos flexíveis para englobar a modelação de uma grande variedade de sistemas, sem olhar às suas leis físicas, mas quando se pretende uma estrutura de modelos cujos parâmetros têm significado físico, é necessário entrar com as equações que descrevem a estrutura física do sistema e, nesse caso, os modelos contínuos de espaço de estados constituem a solução basilar para a concretização desse objectivo. Na realidade, nestes casos, o que normalmente se desconhece sobre o sistema são os seus parâmetros físicos.

Por fim, foi apresentado com algum detalhe o formalismo que permite analisar a identificabilidade, a qual se refere, em termos gerais, a uma descrição única de um dado sistema, utilizando uma estrutura extraída de uma dada classe de estruturas de modelos.

## 1.6. Bibliografia

O presente capítulo foi elaborado com base num vasto conjunto de bibliografia, bem como na experiência adquirida ao longo dos últimos anos, particularmente, no âmbito da identificação aplicada ao motor de indução trifásico, que se iniciou com a dissertação de mestrado [Leite 96].

Assim, o estudo realizado em [Leite 96] sobre modelos de sistemas e estruturas de modelos, foi aprofundado neste capítulo e complementado com uma lista bibliográfica, cujo núcleo central pode ser identificado através das seguintes referências bibliográficas: [Eykhoff 79], [Ljung 83], [Lewis 86], [Söderström 89], [Freitas 90], [Grewal 93], [Lewis 93], [Santos 94], [Haykin 96], [Åström 97], [Walter 97], [Ljung 99], [Ljung 00] e [Araújo 01].



# Capítulo 2

Métodos de identificação  
paramétrica

# Índice

<b>2. Métodos de identificação paramétrica.....</b>	<b>49</b>
<b>2.1. Introdução .....</b>	<b>49</b>
<b>2.2. Descrição geral dos procedimentos de identificação.....</b>	<b>49</b>
<b>2.3. Características do sinal de entrada .....</b>	<b>52</b>
<b>2.4. Fundamentos dos métodos analíticos de identificação paramétrica.....</b>	<b>54</b>
2.4.1. Critério de minimização do erro de predição .....	55
2.4.1.1. Definição geral .....	55
2.4.1.2. Critério de erro de predição variante no tempo .....	57
2.4.1.3. Condições para a existência de um mínimo da função de erro .....	57
2.4.2. Critério de mínimos quadrados .....	58
2.4.2.1. Método de mínimos quadrados .....	59
2.4.2.2. Critério de mínimos quadrados ponderado.....	61
2.4.3. Critério de máxima verosimilhança .....	61
2.4.3.1. Caso particular do erro de predição .....	62
2.4.3.2. O método TLS .....	63
2.4.4. Critério de erro de predição correlacionado com dados anteriores.....	64
2.4.4.1. O método ELS .....	65
2.4.4.2. O método GLS.....	66
2.4.4.3. O método IV .....	68
<b>2.5. Métodos numéricos para a minimização da função de erro .....</b>	<b>70</b>
2.5.1. Considerações gerais sobre os métodos numéricos .....	70
2.5.2. Método do gradiente .....	72
2.5.3. Método de Newton.....	74
2.5.4. Método de Gauss-Newton.....	76
2.5.5. Método de Levenberg-Marquardt .....	76
2.5.6. Método <i>quasi</i> -Newton.....	77
2.5.7. Método do gradiente conjugado.....	78
2.5.8. Métodos de substituição e de Newton-Raphson .....	79
<b>2.6. Resumo.....</b>	<b>79</b>
<b>2.7. Bibliografia.....</b>	<b>81</b>

## 2. Métodos de identificação paramétrica

### 2.1. Introdução

O presente capítulo começa com a descrição geral dos procedimentos executados na identificação de um dado sistema e são analisadas, em particular, as características do sinal de entrada, designadamente, os requisitos para que o sinal que estimula o sistema seja de excitação persistente.

Na secção 2.4 são apresentados os fundamentos basilares dos métodos de identificação paramétrica. São descritos, nomeadamente, os principais critérios ou funções de erro que dão origem a um conjunto de métodos analíticos bem conhecidos, utilizados na estimação de parâmetros.

Ao longo da secção 2.5 são descritos os métodos numéricos mais frequentemente utilizados, com implementação em muitos programas científicos, para a minimização, ou resolução, do critério de erro, em procedimentos de identificação paramétrica.

### 2.2. Descrição geral dos procedimentos de identificação

Como vimos no capítulo anterior, a construção de um modelo pode resultar de um processo de modelação, de um procedimento de identificação, ou de um procedimento de identificação após um processo de modelação prévio. De acordo com o conceito de identificação, independentemente de haver uma fase de modelação prévia, a obtenção de um modelo envolve três requisitos fundamentais:

- Os dados:  $Z \left( Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\} \right)$ ;
- Uma estrutura de modelos candidatos,  $\mathcal{M}$ ;
- Um critério para a selecção do melhor modelo,  $J$ .

Segundo Ljung, o conceito de identificação consiste, simplesmente, na procura de um modelo, de entre o conjunto de modelos candidatos, o qual representará tão bem quanto possível, de acordo com um determinado critério, a informação contida nos dados dos sinais de entrada e de saída de um sistema específico. Os dados resultam da observação dos sinais à entrada e à saída do sistema e, sempre que possível, devem ser recolhidos durante a realização de procedimentos previamente determinados. Com experiências programadas, é possível definir os sinais de entrada e saída, os instantes em que as aquisições são efectuadas bem como seleccionar os sinais de entrada mais adequados de modo que a informação neles contida seja máxima. Quando não é possível a realização de uma experiência específica para a

identificação, os dados devem ser adquiridos durante o funcionamento normal do sistema. Existem, porém, situações em que os dados não são suficientemente informativos, pelo que, por vezes, é conveniente perturbar as entradas do sistema para que a identificação seja bem sucedida.

A escolha do conjunto de modelos candidatos, ou estrutura de modelos de uma dada classe, é um dos passos mais importantes na identificação de um sistema e foi abordada no primeiro capítulo. Habitualmente, é necessário combinar a intuição e o conhecimento previamente existente sobre o sistema, com as propriedades da estrutura de modelos, a qual resulta, muitas vezes, de um procedimento prévio de modelação. Assim, pode seleccionar-se uma estrutura de modelos a partir de leis físicas e relações matemáticas conhecidas, parametrizada com um conjunto de parâmetros desconhecidos. Noutras situações, são utilizados modelos lineares, sem recorrer a qualquer conhecimento do sistema. Nestes, os parâmetros são simplesmente ajustados, de modo a reflectir a dinâmica do sistema e são os que designamos, no primeiro capítulo, por modelos de “caixa preta”. Se, neste tipo de estruturas, os parâmetros tiverem algum significado físico, então o conjunto de modelos resultante pode ser designado por estrutura de modelos do tipo “caixa cinzenta”. O capítulo 1 foi apresentada uma síntese das principais classes de estruturas de modelos utilizados na modelação de sistemas. As descrições sob a forma polinomial e função de transferência correspondem, normalmente, a estruturas de modelos do tipo “caixa preta”, enquanto que as classes de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados, resultam, quase sempre, de um processo de modelação com base nas leis da ciência, que utilizam equações matemáticas com parâmetros com um determinado significado físico.

A selecção do melhor modelo é aquilo que se designa por método ou algoritmo de identificação. Normalmente, consiste na minimização de um critério de erro que, em princípio, mede a precisão com que o modelo consegue reproduzir os dados. No presente capítulo serão descritos os principais métodos de identificação com especial destaque para aqueles que serão referidos e/ou utilizados na identificação do motor de indução trifásico.

A sequência dos procedimentos necessários à identificação de um modelo surge de uma forma natural e está representada na figura 2.1.

Assim, para identificar o modelo que melhor descreve as propriedades essenciais de um sistema, é necessário:

- Programar, sempre que tal for possível, o sinal de excitação de modo que este possua características que lhe permitam estimular suficientemente todos os modos do sistema e recolher um conjunto de dados suficientemente informativo para os objectivos pretendidos. As características dos sinais de entrada serão objecto de análise na próxima secção.
- Escolher uma classe de estruturas de modelos e seleccionar a melhor estrutura de entre todas as estruturas candidatas. Como referido no primeiro capítulo, pode e deve ser feita uma análise das principais propriedades da estrutura de modelos seleccionada, nomeadamente a sua identificabilidade, mesmo antes da aplicação do sinal de excitação e recolha dos dados.
- Adoptar um método de identificação adequado aos objectivos pretendidos, que minimize o critério de erro adoptado, na maior parte dos casos, um critério quadrático. A escolha do método de identificação depende, fundamentalmente, das características dos sinais de entrada e de saída, das propriedades da estrutura de modelos adoptada e do funcionamento em tempo real ou em modo diferido, tendo em conta os objectivos do resultado da identificação.

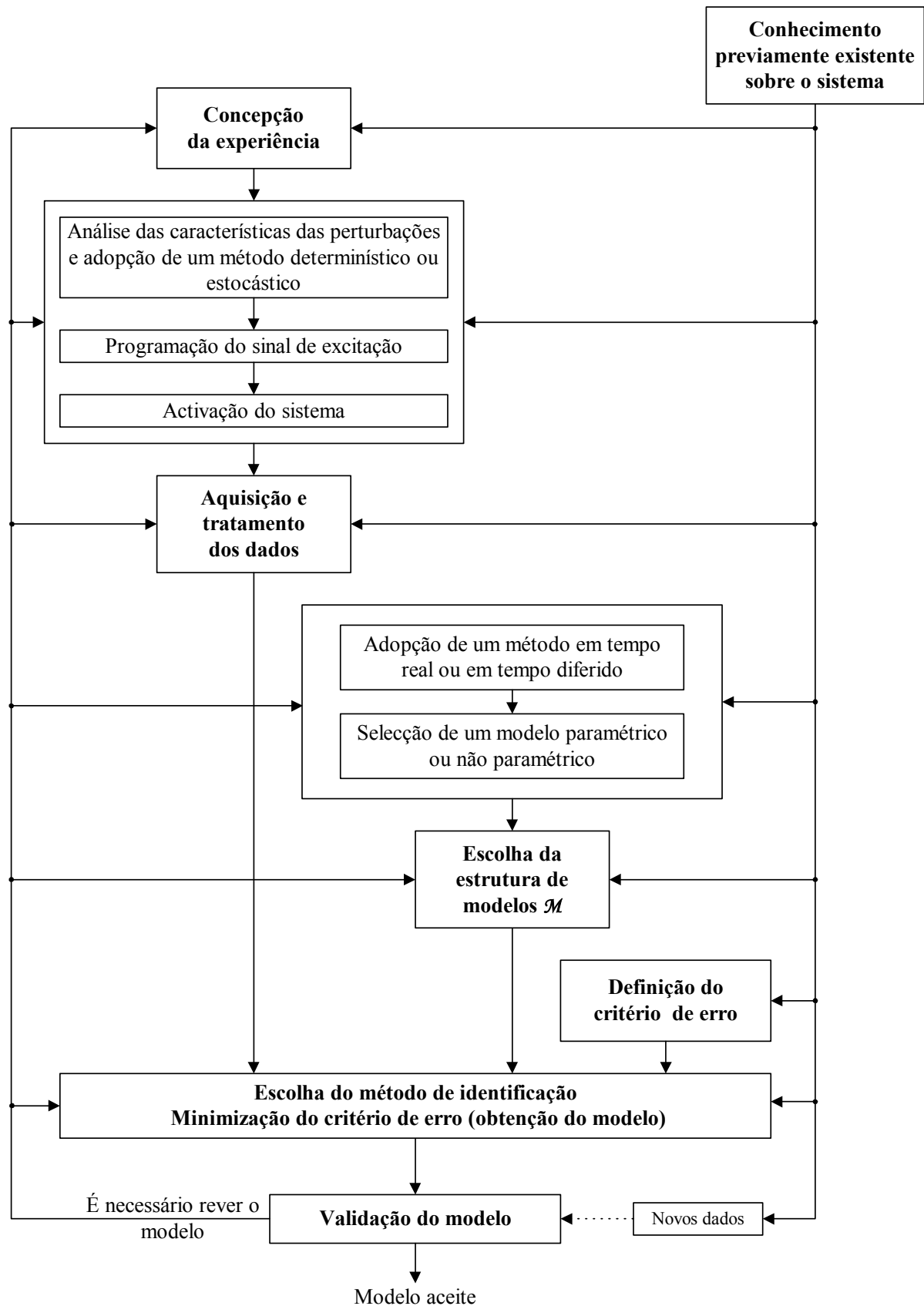


Figura 2.1: Procedimentos da identificação de sistemas.



- Validar o modelo adoptado. Não é conveniente limitar a validação de um modelo aos dados utilizados na sua determinação. É também importante comparar o modelo com o sistema, a partir de dados adquiridos noutras situações que recriem, o mais possível, o objectivo que se tem em vista com a identificação. Se os resultados não forem satisfatórios, é necessário averiguar as causas possíveis e se necessário repetir os respectivos procedimentos. A validação de modelos é um aspecto crucial no problema da identificação, mas não existe um procedimento infalível para esse fim.

O modelo resultante da aplicação do conjunto de procedimentos utilizados na identificação, não deverá ser visto como uma descrição real do sistema, mas antes como a melhor descrição possível, das propriedades do sistema que interessam identificar, para os objectivos pretendidos.

Por vezes, como afirmado em [Söderström 89], a identificação de sistemas é referida mais como uma arte do que como uma ciência. De facto, não existem métodos infalíveis que levem sempre, e directamente, a resultados correctos. O que na realidade existe é um conjunto de conceitos teóricos que são úteis do ponto de vista prático e, mesmo assim, é necessário combinar a aplicação de tais conceitos teóricos com a sensibilidade e a intuição para se obter os resultados que melhor se adequam aos objectivos inerentes à identificação em causa.

### 2.3. Características do sinal de entrada

Para que a identificação de um sistema dinâmico se realize com sucesso o sinal de entrada deve cumprir certos requisitos. Um desses requisitos é que o sinal de entrada excite permanentemente a dinâmica do sistema durante o período de identificação. Esta característica é designada de excitação persistente. Em termos simples um sinal é de excitação persistente se permitir excitar todos os modos do sistema.

Em [Goodwin 84], um sinal de entrada escalar é dito de excitação persistente de ordem  $n$  se, para qualquer  $t$ , existir um número inteiro  $m$  de modo a verificar-se a condição:

$$\rho_1 I > \sum_{k=t}^{t+m} \phi(k) \phi^T(k) > \rho_2 I, \quad (2.1)$$

em que  $\rho_1, \rho_2 > 0$  e  $\phi(t)$  é dado por:

$$\phi(t) = [u(t-1) \quad u(t-2) \quad \cdots \quad u(t-n)]^T. \quad (2.2)$$

Na mesma referência bibliográfica podemos encontrar uma segunda condição para a definição de excitação persistente:

$$\rho_1 I \geq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t) \phi^T(t) > \rho_2 I. \quad (2.3)$$

No caso da condição (2.1) a propriedade de excitação persistente é adicionalmente classificada de forte e no caso da condição (2.3) de fraca.

Em [Söderström 89] é apresentada uma definição alternativa baseada na matriz de covariância,  $R_u$ , e refere-se a relação próxima entre essa definição e a que resulta da condição (2.3) tendo em conta que:

$$R_u = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t) \phi^T(t). \quad (2.4)$$

A definição baseada na condição (2.3) tem uma interpretação correspondente no domínio das frequências. Nesse caso, um sinal é de excitação persistente se o seu espectro for não nulo em pelo menos  $n$  pontos. Isto leva-nos à definição de excitação persistente apresentada em [Ljung 99], segundo o qual um sinal quase estacionário,  $\{u(t)\}$ , com espectro  $\Phi_u(\omega)$ , é de excitação persistente de ordem  $n$ , se para qualquer filtro da forma:

$$F_n(q) = f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_n q^{-n}, \quad (2.5)$$

se verificar a condição:

$$\left| F_n(e^{j\omega}) \right|^2 \Phi_u(\omega) \equiv 0 \Rightarrow F_n(e^{j\omega}) \equiv 0. \quad (2.6)$$

Por outras palavras,  $\{u(t)\}$  é de excitação persistente de ordem  $n$ , se o seu espectro,  $\Phi_u(\omega)$ , for diferente de zero em, pelo menos,  $n$  pontos no intervalo  $-\pi < \omega \leq \pi$ .

Em [Ljung 99] mostra-se também que a definição de excitação persistente de ordem  $n$ , baseada em (2.5) e (2.6) é equivalente a impor que a matriz de covariância  $\bar{R}_u$  definida por:

$$\bar{R}_u = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(n-1) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u(n-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u(n-1) & R_u(n-2) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

seja não singular.

Independentemente da definição ser baseada na matriz de covariância, ou no domínio das frequências, com base na análise do espectro do sinal de entrada, em [Söderström 89] mostra-se que, por exemplo:

- O ruído branco é um sinal de excitação persistente de ordem infinita;
- Uma soma de  $m$  sinusóides é um sinal de excitação persistente de ordem finita  $n$ , uma vez que no intervalo  $-\pi < \omega \leq \pi$  o seu espectro tem  $n$  ristas, em que:

$$n = \begin{cases} 2m, & \text{se } 0 < \omega_1, \omega_m < \pi \\ 2m-1, & \text{se } \omega_1 = 0 \text{ ou } \omega_m = \pi; \\ 2m-2, & \text{se } \omega_1 = 0 \text{ e } \omega_m = \pi \end{cases}$$

- Uma sequência binária pseudo aleatória de período  $P$  é um sinal de excitação persistente de ordem  $P$ ;
- Um degrau é um sinal de excitação persistente de apenas ordem 1;
- Um impulso não é um sinal de excitação persistente (ordem zero).

Quando o sistema está em malha fechada e, portanto, inclui realimentação da saída para a entrada, pode não ser possível identificar os parâmetros, mesmo sendo a entrada de excitação persistente. Contudo, se for adicionado um sinal de referência de excitação persistente os parâmetros podem ser razoavelmente bem identificados.

Antes de concluir a presente secção torna-se oportuno fazer referência a um outro conceito relacionado com os dados adquiridos para a identificação um dado sistema. Um conjunto de dados adquiridos é suficientemente informativo em relação à estrutura de modelos,  $\mathcal{M}$ , se permitir distinguir quaisquer dois modelos de  $\mathcal{M}$ . Assim o funcionamento do sistema, durante a identificação, será suficientemente informativo, se permitir recolher dados suficientemente informativos. Por sua vez, o funcionamento do sistema (em malha aberta) será suficientemente informativo se for persistentemente excitado.

## 2.4. Fundamentos dos métodos analíticos de identificação paramétrica

Depois de apresentadas, no capítulo anterior, as classes de estruturas de modelos mais frequentemente utilizadas, estamos agora em condições de admitir que foi seleccionada uma dada classe,  $\mathcal{C}$ , com uma estrutura,  $\mathcal{M}$ , que melhor se adequa à descrição do sistema, com um conjunto de modelos,  $\mathcal{M}(\theta)$ , parametrizados com um vector de parâmetros  $\theta$ .

Um modelo,  $\mathcal{M}(\theta)$ , pode ainda incorporar determinadas suposições acerca do carácter do erro de predição correspondente, tais como a variância ou a *f.d.p.*,  $f_e(x, \theta)$ .

Seja  $Z$ , o conjunto de dados observados ou em condições de serem adquiridos, consistindo em  $N$  amostras dos sinais de entrada e saída do sistema, definido como se segue:

$$Z^N = [y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)]. \quad (2.8)$$

A questão reside agora em decidir o modo como a informação contida em  $Z^N$  é utilizada para obter o vector de parâmetros estimados  $\hat{\theta}$ . Em termos formais o problema consiste em realizar o mapeamento dos dados  $Z^N$  no domínio  $D_{\mathcal{M}}$ , isto é:

$$Z^N \rightarrow \hat{\theta} \in D_{\mathcal{M}}, \quad (2.9)$$

o qual é designado por método de estimação paramétrica.

Pretendemos agora conceber um teste através do qual possamos avaliar diferentes modelos, aptos a descrever os dados observados. Uma característica fundamental de um modelo é a sua capacidade de predição do sinal de saída do sistema, com base nesses dados, a qual nos permitirá avaliar o desempenho do modelo relativamente a essa capacidade de predição. Consideremos então o erro de predição definido como se segue:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t, \theta). \quad (2.10)$$

A forma como os diferentes modelos descrevem os dados observados é quantificada através do erro de predição. A partir do momento em que os dados  $Z^N$  são obtidos, os erros podem ser calculados em cada instante de tempo discreto  $t = 1, 2, 3, \dots, N$ .

Um “bom” modelo, é aquele que desempenha bem a sua capacidade de predição, isto é, aquele que produz erros de predição pequenos quando aplicado aos dados observados. Existe

uma flexibilidade considerável, na selecção das várias funções de predição e, portanto, uma correspondente liberdade na definição daquilo que é um “bom” modelo, em termos da avaliação do seu desempenho relativamente à capacidade de predição.

Segundo [Ljung 99] o princípio básico da estimação de parâmetros é o seguinte: com base nos dados  $Z^t$ , calcula-se o erro de predição  $\varepsilon(t, \theta)$ , utilizando a equação (2.10). Ao fim da iteração  $t = N$ , seleccionamos o vector de parâmetros estimados  $\hat{\theta}$ , de modo que os erros de predição  $\varepsilon(t, \hat{\theta})$ , sejam tão pequenos quanto possível.

A questão está em definir o significado de pequeno, neste contexto. Nas próximas secções são referidos alguns dos critérios, ou funções de erro, mais utilizados na minimização dos erros de predição.

### 2.4.1. Critério de minimização do erro de predição

#### 2.4.1.1. Definição geral

A sequência de erros de predição, calculados através de (2.10), pode ser interpretada como um vector em  $R^N$ . A “amplitude” deste vector pode ser medida utilizando qualquer norma em  $R^N$ , quadrática ou não, o que nos conduz a um número substancial de possibilidades. Vamos restringir um pouco o modo como avaliamos a “amplitude” das sequências do erro de predição. Admitamos então que o erro de predição (2.10) é filtrado através de um filtro linear  $L(q)$ , dado por:

$$\varepsilon_F(t, \theta) = L(q)\varepsilon(t, \theta), \quad 1 \leq t \leq N \quad (2.11)$$

e consideremos a norma, ou função de erro, seguinte:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon_F(t, \theta)), \quad (2.12)$$

onde  $\ell(\cdot)$  é uma função, geralmente positiva.

Para um dado conjunto de dados  $Z^N$ , a função (2.12) é uma função dos parâmetros  $\theta$  e pode ser considerada como uma medida natural da validade do modelo,  $\mathcal{M}(\theta)$ . Nesse caso, a estimação do vector de parâmetros é obtida minimizando a função de erro (2.12), isto é:

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(Z^N) = \underset{\theta \in D_{\mathcal{M}}}{\text{val min}} \quad J(\theta, Z^N). \quad (2.13)$$

Assim,  $\hat{\theta}$  corresponde ao valor de  $\theta \in D_{\mathcal{M}}$ , que minimiza a função  $J(\theta, Z^N)$ .

A minimização de  $J(\theta, Z^N)$  em (2.13), leva a procedimentos de estimação bem conhecidos e utilizados, designados por métodos de identificação de erro de predição, PEM - “Prediction-Error Methods”. Métodos particulares, com nomes específicos, resultam de (2.13), dependendo da escolha de  $\ell(\cdot)$ , do filtro  $L(q)$ , da estrutura de modelos e, em alguns casos, da forma como a minimização é realizada.

#### Escolha de $L$

O objectivo do filtro  $L(q)$  é permitir uma maior liberdade em determinadas situações, no que diz respeito às propriedades do erro de predição. Se este é linear e invariante no tempo e se

$u(t)$  e  $y(t)$  são escalares, então a aplicação do filtro ao erro  $\varepsilon(t, \theta)$  tem o mesmo resultado que uma pré-filtragem dos sinais  $u(t)$  e  $y(t)$ .

No domínio das frequências, o filtro  $L(q)$  tem um efeito de pesagem de frequências. Assim, certas propriedades podem ser reforçadas ou removidas e fenómenos de altas frequências, nomeadamente as perturbações de ruído, podem ser parcialmente retirados.

Quando se trata da análise e descrição de métodos com modelos de ruído genéricos, em sistemas lineares, a escolha habitual é  $L(q) \equiv 1$ .

### Escolha de $\ell$

Quanto à escolha da função  $\ell(\cdot)$ , a primeira candidata é a função de erro quadrática que pode escrever-se do seguinte modo:

$$\ell(\varepsilon) = \frac{1}{2} \varepsilon^2. \quad (2.14)$$

Se considerássemos para a função de erro  $\ell(\cdot)$ , directamente o erro  $\varepsilon$ , ilustrado na figura 2.2(a), era possível que os erros negativos e positivos se compensassem mutuamente em (2.12), no conjunto das  $N$  amostras. Também poderíamos considerar o valor absoluto do erro  $|\varepsilon|$ , apresentado na figura 2.2(b), mas é preferível o quadrado do erro, representado na figura 2.2(c), relativamente ao valor absoluto, porque tem a particularidade de evidenciar os erros de maior significado e, portanto, permite uma melhor adaptação na compensação dos parâmetros longe do mínimo, embora o valor absoluto seja mais rápido muito próximo deste.

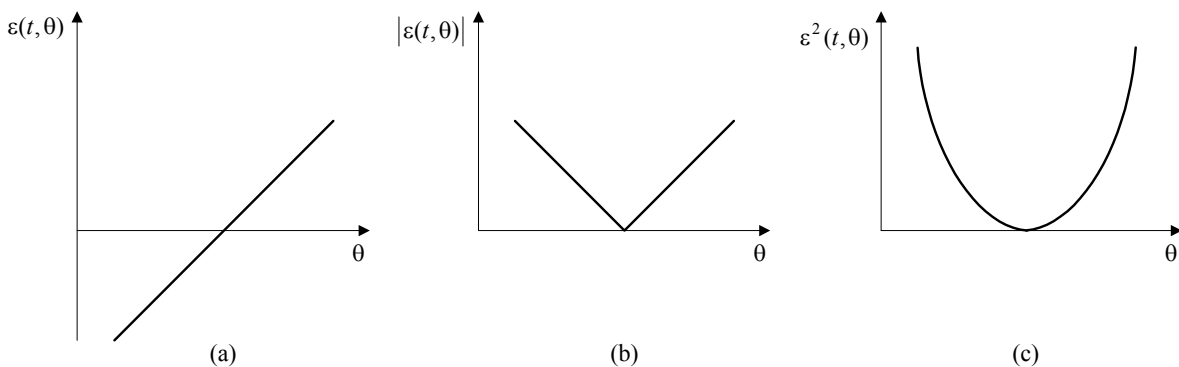


Figura 2.2: Algumas funções de  $\ell(\cdot)$ : (a) erro de predição, (b) módulo do erro e (c) erro quadrático.

Podem-se resumir algumas razões que justificam a utilização da função quadrática:

1. a função quadrática é uma das mais simples com um mínimo bem definido;
2. uma função geral, desenvolvida em torno de um mínimo local, é convenientemente aproximada pela função quadrática (desenvolvimento em série de Taylor de ordem dois);
3. embora seja mais lenta muito próximo do mínimo, a função quadrática é mais eficaz do que a aproximação linear numa vizinhança mais alargada, sendo portanto, preferível;
4. os métodos baseados numa função quadrática podem ser invariantes quando se fazem transformações lineares de variáveis.

### 2.4.1.2. Critério de erro de predição variante no tempo

Pode acontecer que os dados observados nos diferentes instantes, tenham um grau de confiança que varia ao longo do tempo. Isso pode dever-se, por exemplo, a modificações nas perturbações de ruído, ou o nível de informação nos sinais não se manter sensivelmente constante. Nestes casos a função  $\ell(\cdot)$  passa a ser variante no tempo:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon(t, \theta), \theta, t). \quad (2.15)$$

Deste modo, os dados menos fiáveis podem ter um peso menor no critério (2.15). É frequente trabalhar-se com um critério que tenha explicitamente uma dada função de pesagem,  $\beta(N, t)$ :

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \beta(N, t) \ell(\varepsilon(t, \theta), \theta). \quad (2.16)$$

Quando as estimativas  $\hat{\theta}$ , do vector de parâmetros são comparadas para diferentes valores de  $N$ , como por exemplo na identificação recursiva, torna-se importante definir a variação da função  $\beta(N, t)$  com  $N$ . Veremos este caso no próximo capítulo.

### 2.4.1.3. Condições para a existência de um mínimo da função de erro

O problema da minimização do critério que permite seleccionar o melhor modelo, não é mais do que encontrar um mínimo da função  $J(\theta, Z)$ , no espaço dos parâmetros, que designamos por  $\theta_{opt}$  no ponto mínimo da função. Na prática, podemos encontrar um mínimo que poderá não ser o mínimo global que pretendemos, mas um mínimo local, num dado ponto do espaço paramétrico.

As dificuldades encontradas para garantir a convergência para o mínimo global são consideráveis, principalmente se este se encontra numa região do espaço dos parâmetros com vários mínimos locais. O procedimento de minimização, pode convergir, de forma não desejada, para um mínimo local que tomaremos, erradamente, por mínimo global.

Podem-se colocar duas questões:

1. Como determinar se o vector de parâmetros estimados é a solução óptima?
2. Se não é a solução óptima, como prosseguir no espaço dos parâmetros, de modo a encontrá-la?

A primeira questão leva ao desenvolvimento dos critérios de minimização que permitem determinar se um dado ponto é ou não a solução óptima da função a minimizar.

Para resolver o problema da segunda questão é possível fazer uma procura sistemática no espaço paramétrico, mas tal procedimento pode requerer um tempo não desprezável e, portanto, devem procurar-se estratégias mais expeditas. Todavia, muitos dos métodos, limitam-se a resolver a primeira questão.

Os critérios de minimização de uma função, com mais de uma variável, são obtidos a partir do desenvolvimento em série de Taylor da função a minimizar, como veremos mais tarde. Na ausência de conhecimento à partida sobre a natureza da função no domínio dos parâmetros, os critérios caracterizam apenas, os mínimos locais. É suposto que a função a minimizar seja continuamente derivável, pelo menos, na primeira e segunda derivadas.

As condições necessárias e suficientes para um mínimo local  $\theta_{opt}$ , são então:

$$\left. \frac{\partial J}{\partial \theta} \right|_{\theta_{opt}} = J'(\theta_{opt}) = 0, \quad (2.17)$$

$$d^T H d \geq 0, \forall d, \quad (2.18)$$

onde:

- $J'(\theta_{opt})$  é o gradiente da função a minimizar, no ponto mínimo;
- $H$  é a matriz *hessiana* da função (matriz das segundas derivadas parciais);
- $d$  é a direcção de procura do mínimo, no espaço paramétrico.

Grande parte dos métodos, baseiam-se na primeira condição para encontrar o vector de parâmetros óptimo. Neste caso, o mínimo é um ponto estacionário e, para que seja um mínimo local, é necessário que se verifique a segunda condição.

Um vector gradiente nulo, significa, apenas, que não existe nenhuma direcção, a partir de  $\theta_{opt}$ , onde a função  $J(\theta)$  aumente ou diminua. Podemos ter, então, um mínimo, um máximo ou um patamar de  $J(\theta)$ . Uma matriz *hessiana*, positiva definida<sup>1</sup>, corresponde ao conceito geométrico de convexidade local estrita. Isto significa que  $J(\theta)$  apresenta uma curvatura crescente em todas as direcções, a partir de  $\theta_{opt}$ .

Ao longo das próximas secções vamos apresentar um conjunto de critérios, ou funções de erro, que dão origem a métodos de estimação bem conhecidos.

#### 2.4.2. Critério de mínimos quadrados

Vimos no capítulo anterior que as estruturas de modelos sob a forma de uma regressão linear, são muito úteis não só para descrever sistemas lineares mas também para os sistemas não lineares. Estes últimos são linearizados utilizando, por exemplo, os procedimentos então descritos na secção 1.3.2.2..

A função de predição para o caso de uma regressão linear toma a forma:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t) \theta. \quad (2.19)$$

Como apresentado no capítulo anterior, o vector de regressão  $\varphi(t)$ , para o caso da estrutura ARX, é dado por:

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \cdots \quad -y(t-na) \quad u(t-1) \quad \cdots \quad u(t-nb)]^T \quad (2.20)$$

e o vector  $\theta$  consiste no seguinte vector de parâmetros:

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{nb}]^T, \quad (2.21)$$

correspondendo à estrutura de modelos ARX, definida como se segue:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t), \quad (2.22)$$

<sup>1</sup> Uma matriz  $Q$  é designada por positiva definida quando:  $Q > 0$  se  $xQx^T > 0, \forall x \neq 0$ .

em que:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \quad e \quad B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + a_{nb} q^{-nb}. \quad (2.23)$$

Tendo em conta (2.20) e (2.21), a estrutura de modelos (2.22) pode escrever-se do seguinte modo:

$$y(t) = \varphi^T(t) \theta + e(t). \quad (2.24)$$

Na equação (2.24), o termo  $e(t)$  corresponde a um erro de equação dado por:

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t) \theta. \quad (2.25)$$

Se escolhermos:

$$L(q) = 1 \quad e \quad \ell(e) = \frac{1}{2} e^2(t), \quad (2.26)$$

obtemos o critério de minimização do erro de equação seguinte:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} e^2(t). \quad (2.27)$$

O critério anterior é designado por critério de mínimos quadrados e a estimação de mínimos quadrados obtém-se minimizando (2.27), isto é:

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(Z^N) = \text{val min}_{\theta \in D_{\mathcal{M}}} J(\theta, Z) = \text{val min} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} e^2(t). \quad (2.28)$$

#### 2.4.2.1. Método de mínimos quadrados

Desprezando o erro de equação em (2.24), a predição da saída do sistema pode ser obtida através de (2.19). Assim, podemos escrever (2.25) do seguinte modo:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t | \theta), \quad (2.29)$$

passando a ser interpretado como um erro de predição. Isto explica o facto de se considerar o método de mínimos quadrados como um caso particular dos métodos de erro de predição.

Deste modo, o método de mínimos quadrados determina o vector de parâmetros  $\hat{\theta}$  que minimiza a soma dos quadrados dos erros de predição. Por outras palavras,  $\hat{\theta}$  corresponde ao conjunto de parâmetros que torna os quadrados dos erros de predição tão pequenos quanto possível. Então, podemos descrever o método de mínimos quadrados, em termos genéricos e tal como na literatura clássica, como se segue:

$$\hat{\theta} = \text{val min} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon^2(t) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t) \right] = R^{-1}(N) f(N), \quad (2.30)$$

em que  $R(N)$  é uma matriz quadrada dada por:

$$R(N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (2.31)$$

e  $f(N)$  é um vector coluna dado por:

$$f(N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t). \quad (2.32)$$



O método dos mínimos quadrados é um método analítico com muitas vantagens. A mais importante reside no facto do mínimo global ser garantidamente atingido (não existem mínimos locais). A principal dificuldade deste método verifica-se quando, em certas estruturas como a ARX, o ruído não for ruído branco. Para analisarmos mais em detalhe as propriedades do método dos mínimos quadrados consideremos a sua aplicação à estrutura de modelos:

$$A_0(q)y(t) = B_0(q)u(t) + \vartheta(t), \quad (2.33)$$

que pode também escrever-se sob a forma de uma regressão:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta_0 + \vartheta(t), \quad (2.34)$$

onde  $\theta_0$  representa o conjunto dos parâmetros reais. O vector de parâmetros estimados  $\hat{\theta}$ , obtido através de (2.30), será considerado tanto melhor quanto mais próximo estiver do seu valor real  $\theta_0$ .

Para verificar se o vector  $\hat{\theta}$  é “bom” vamos à procura da expressão do erro de estimação. Substituindo (2.34) em (2.30) obtemos:

$$\hat{\theta} = R^{-1}(N)f(N) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t)\theta_0 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\vartheta(t) \right], \quad (2.35)$$

que pode escrever-se do seguinte modo:

$$\hat{\theta} - \theta_0 = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\vartheta(t) \right], \quad (2.36)$$

correspondendo à expressão do erro de estimação que procurávamos.

Mediante determinadas condições (veja-se por exemplo [Söderström 89]) os somatórios em (2.36) tendem para os respectivos valores médios quando o número de amostras tende para infinito. Assim, o vector de parâmetros estimados,  $\hat{\theta}$ , é consistente, isto é,

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta_0 \quad \text{quando } N \rightarrow \infty,$$

se:

$$E\{\varphi(t)\varphi^T(t)\} \text{ é não singular e} \quad (2.37)$$

$$E\{\varphi(t)\vartheta(t)\} = 0. \quad (2.38)$$

Enquanto que a condição (2.37) é normalmente satisfeita apenas com algumas excepções, como por exemplo se o sinal de entrada não for de excitação persistente de ordem  $nb$  ou se  $\vartheta(t) \equiv 0$ , a condição (2.38) não é satisfeita na maior parte dos casos. Exceptuando o caso em que pode ser caracterizado como ruído branco,  $\vartheta(t)$  será correlacionado com  $\varphi(t)$ , designadamente com valores anteriores da saída, visto que  $y(t)$  depende de  $\vartheta(\tau)$  (através de (2.33)) para  $\tau \leq t$ . Assim, a condição (2.38) não se verificará. Nestes casos o método dos mínimos quadrados não converge para os verdadeiros valores dos parâmetros.

### 2.4.2.2. Critério de mínimos quadrados ponderado

Para o caso de se pretender variar a importância relativa dos dados observados, deve utilizar-se um critério ponderado que permita atribuir pesos diferentes aos dados adquiridos. Uma função de erro deste tipo pode escrever-se como se segue:

$$J(\theta, Z) = \varepsilon^T(t) Q \varepsilon(t), \quad (2.39)$$

onde  $Q$  é uma matriz de pesagem não negativa definida<sup>2</sup> e simétrica, sendo frequentemente utilizada a matriz diagonal e, neste caso, o critério quadrático pode escrever-se como se segue:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \alpha_t \left[ y(t) - \varphi^T(t) \theta \right]^2. \quad (2.40)$$

Os coeficientes de ponderação  $\alpha_t$ , são então positivos ou nulos e fixados à partida. Correspondem, portanto, aos elementos da diagonal da matriz  $Q$  e podem ser escolhidos empiricamente. O peso  $\alpha_t$  reflecte, deste modo, a confiança relativa que se tem na medida da saída no instante  $t$ . Assim, por exemplo, para a resposta de um sistema a uma entrada em degrau, se:

- $\alpha_t = t$ , favorece o desempenho em regime permanente;
- $\alpha_t = 1/t$ , favorece o desempenho durante o período transitório.

Introduzindo uma função de pesagem genérica,  $\beta(N, t)$ , o critério (2.40) pode escrever-se agora do seguinte modo:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \beta(N, t) \left[ y(t) - \varphi^T(t) \theta \right]^2 \quad (2.41)$$

e neste caso, a estimação do vector de parâmetros através de (2.30) passa a ser:

$$\hat{\theta} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \beta(N, t) \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \beta(N, t) \varphi(t) y(t) \right]. \quad (2.42)$$

O método de mínimos quadrados recursivo encontra-se descrito num imenso conjunto de bibliografia, do qual se referem aqui apenas alguns exemplos: [Lawson 74], [Ljung 83], [Söderström 89], [Scharf 91], [Solo 95], [Haykin 96], [Åström 97] e [Walter 97].

### 2.4.3. Critério de máxima verosimilhança

Embora seja possível ajustar uma estrutura de modelos aos dados adquiridos sem recorrer a qualquer tipo de informação estatística que possa existir ou determinar-se, para a estimação de um vector de parâmetros  $\theta$ , vamos abordar nesta secção a inclusão dessa informação na estimação de parâmetros. Efectivamente, a área da inferência estatística, bem como a identificação de sistemas e estimação de parâmetros, trabalham com o problema da extracção de informação a partir de dados observados pouco fiáveis, ou sobre os quais temos alguma incerteza. Esses dados adquiridos são então representados como variáveis estocásticas.

---

<sup>2</sup> Uma matriz  $Q$  é designada não negativa definida quando:  $Q \geq 0$  se  $xQx^T \geq 0, \forall x \neq 0$ .

Vamos admitir que antes de adquirir os dados, sabemos que o vector de saída,  $y$ , é uma sequência de variáveis aleatórias com uma função densidade de probabilidade conjunta:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_N; \theta) = f_y(x; \theta), \quad (2.43)$$

isto é:

$$P(y) = \int f_y(y; \theta) dx. \quad (2.44)$$

Depois de adquiridos os dados, conhecemos as amostras  $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$ , que são os valores que resultam das variáveis aleatórias  $\{x(1), x(2), \dots, x(N)\}$ . Pretendemos agora, determinar as estimativas  $\hat{\theta}$ . A relação entre as amostras  $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$  e  $\hat{\theta}$  é a mesma que existe entre (2.43) e  $\theta$ . Por outras palavras, sendo conhecido o vector de parâmetros  $\theta$ , então (2.43) corresponderia à função densidade de probabilidade da variável aleatória  $x$  gerada por um modelo parametrizado com um dado vector de parâmetros  $\theta$ . Pelo contrário, dispomos das observações que são as variáveis  $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$  e pretendemos estimar o vector de parâmetros  $\theta$ . Assim, (2.43) é agora função de  $\hat{\theta}$  e designa-se por função de verosimilhança:

$$\mathcal{V}(y_1, y_2, \dots, y_N; \theta) = \mathcal{V}_y(y; \theta). \quad (2.45)$$

Na prática, é habitual considerar-se o logaritmo de  $\mathcal{V}(\cdot)$ , uma vez que o máximo de  $\mathcal{V}(\cdot)$  e do seu logaritmo, ocorrem para o mesmo valor de  $\hat{\theta}$ . Deste modo, (2.45) é substituída por:

$$J_{\text{máx. veros.}} = \log \mathcal{V}_y(y; \theta). \quad (2.46)$$

Assim, a estimativa de máxima verosimilhança corresponderá ao vector de parâmetros estimados que maximiza o critério de máxima verosimilhança (2.46):

$$\hat{\theta} = \text{val max } \log \mathcal{V}_y(y; \theta). \quad (2.47)$$

Nas próximas secções são apresentados dois casos particulares do critério de máxima verosimilhança.

#### 2.4.3.1. Caso particular do erro de predição

Consideremos um modelo descrito genericamente por:

$$\begin{cases} \hat{y}(t | \theta) = g(t, Z^{t-1} | \theta) \\ \varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t | \theta), \quad f_\varepsilon(x, t; \theta) = f.d.p. \text{ de } \varepsilon(t, \theta) \end{cases} \quad (2.48)$$

sendo  $g(t, Z^{t-1} | \theta)$  a função de predição do sinal de saída e  $\{\varepsilon(t, \theta)\}$  uma sequência de variáveis independentes com função densidade de probabilidade,  $f_\varepsilon(x, t; \theta)$ . Assim, a saída do sistema é obtida do seguinte modo:

$$y(t) = g(t, Z^{t-1} | \theta) + \varepsilon(t, \theta). \quad (2.49)$$

Tendo em conta a *f.d.p.*,  $f_\varepsilon(x, t; \theta)$ , substituindo as variáveis  $x_i$  pelos respectivos valores de  $\{\varepsilon(t, \theta)\}$  resultantes das amostras adquiridas e uma vez que se admitem serem variáveis independentes, obtemos a função de verosimilhança, [Ljung 87]:

$$\mathcal{V}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N; \theta) = \mathcal{V}_\varepsilon(x; \theta) = \prod_{t=1}^N f_\varepsilon(\varepsilon(t, \theta), t; \theta). \quad (2.50)$$

Como referido anteriormente, maximizar esta função é o mesmo que maximizar o seu logaritmo:

$$\frac{1}{N} \log \mathcal{V}_\varepsilon(\varepsilon; \theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \log f_\varepsilon(\varepsilon(t, \theta), t; \theta). \quad (2.51)$$

Se definirmos a função  $\ell(\cdot)$  de (2.12) como sendo:

$$\ell(\varepsilon, t, \theta) = -\log f_\varepsilon(\varepsilon(t, \theta), t; \theta), \quad (2.52)$$

então, a estimativa de máxima verosimilhança, obtida por:

$$\hat{\theta} = \text{val min} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon(t, \theta), t; \theta), \quad (2.53)$$

não é mais do que um caso particular do critério do erro de predição.

Quando este erro for considerado como uma variável independente, com distribuição *gaussiana*, valor médio nulo e variância  $\lambda$ , vem, [Ljung 87]:

$$\ell(\varepsilon, t, \theta) = -\log f_\varepsilon(\varepsilon(t, \theta), t; \theta) = \text{const} + \frac{1}{2} \log \lambda + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\lambda}. \quad (2.54)$$

Se a variância for conhecida, então, o critério implícito em (2.53), com a função (2.54), é equivalente ao critério quadrático (2.27) e, se não o for, temos um critério parametrizado. Conforme a estrutura em causa, a variância pode ser parametrizada, ou não, independentemente dos parâmetros da função de predição.

#### 2.4.3.2. O método TLS

Até agora tem-se referido que o ruído à saída consiste numa sequência de variáveis independentes. Quando este resulta da passagem por filtros, como nas estruturas do tipo “caixa preta” apresentadas no capítulo anterior, a independência é destruída. Nestes casos, é possível definir um erro de predição que corresponde a uma sequência de variáveis aleatórias independentes [Walter 97].

Consideremos agora a situação em que (2.49) corresponde ao caso de uma regressão linear como em (2.34),

$$y(t) = \phi^T(t) \theta_0 + \varepsilon(t), \quad (2.55)$$

à qual aplicamos o método de mínimos quadrados, mas agora com  $\{\varepsilon(t)\}$  definido como uma sequência de variáveis independentes, com distribuição *gaussiana*, valor médio nulo e variância  $\lambda^2$ , isto é  $\mathcal{N}(0, \lambda^2)$ , onde não só a saída, como até aqui, mas todas as variáveis do vector de regressão são contaminadas por ruído e define-se o novo vector de regressão  $x(t)$ :

$$x(t) = \begin{bmatrix} y(t) & \phi^T(t) \end{bmatrix}^T. \quad (2.56)$$

A dimensão de  $\theta$  é agora  $n\theta+1$ , devido à inclusão de  $y$  no novo vector de regressão. Se as variáveis de  $x(t)$  não contaminadas por ruído, isto é, os valores reais  $x_0$ , satisfizerem a relação  $x_0\theta_0 = 0$ , então no caso mais geral do sistema ter diversas saídas,  $X(t)$  passa a ser uma matriz de regressão, verificando-se a seguinte condição:

$$X_0\theta_0 = 0 \Rightarrow X_0^T X_0\theta_0 = 0. \quad (2.57)$$

Os valores reais do vector de parâmetros,  $\theta_0$ , pertencem assim ao núcleo da seguinte matriz de covariância, [Walter 97]:

$$\Gamma_0 = \frac{1}{N} X_0^T X_0. \quad (2.58)$$

Infelizmente não se conhece a matriz real  $\Gamma_0$  mas apenas uma matriz  $\Gamma$  tal que:

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_\varepsilon, \quad (2.59)$$

onde  $\Gamma_\varepsilon$  corresponde ao erro na matriz de covariância devido ao ruído, o que torna, normalmente, a matriz  $\Gamma$  não singular.

Na literatura são apresentadas várias soluções para estimar o vector de parâmetros, admitindo que todas as variáveis são contaminadas por ruído. Uma solução que evita quaisquer considerações acerca de  $\Gamma_\varepsilon$ , desde que o sistema seja estacionário, consiste em realizar dois ensaios independentes e estimar o vector de parâmetros de tal modo que o ruído seja eliminado por subtração. Para mais detalhes sobre esta metodologia veja-se, por exemplo, [Walter 97]. Quando o ruído não pode ser eliminado desta forma, são utilizadas outras técnicas para a estimação do vector de parâmetros, que diferem nas hipóteses acerca de  $\Gamma_\varepsilon$ .

Admitindo que as variáveis da matriz de regressão são contaminadas por ruído aditivo e independente com a mesma variância, isto é,

$$\Gamma_\varepsilon = \lambda^2 I_{n\theta}, \quad (2.60)$$

então o método de estimação utilizado é designado na literatura de língua inglesa por TLS – *Total-Least-Squares*. Para o caso de se admitir que cada variável pode ter uma variância diferente, então  $\Gamma_\varepsilon$  deverá ser substituída por:

$$\Gamma_\varepsilon = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{n\theta}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

#### 2.4.4. Critério de erro de predição correlacionado com dados anteriores

No capítulo anterior foram considerados modelos de predição da forma:

$$\hat{y}(t, \theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta, \quad (2.62)$$

a qual foi designada por regressão pseudo-linear pelo facto do vector de regressão,  $\varphi(t, \theta)$ , depender de  $\theta$ . Em (2.62), o vector de regressão contém dados referentes a instantes

anteriores, obtidos a partir do próprio modelo e, conseqüentemente, do vector de parâmetros estimados,  $\hat{\theta}$ . Idealmente, para um bom modelo,  $\varepsilon(t, \theta)$  deveria ser independente dos dados passados,  $Z^{t-1}$ . Se  $\varepsilon(t, \theta)$  é correlacionado com  $Z^{t-1}$ , então é porque existia mais informação em  $Z^{t-1}$  acerca de  $y(t)$  do que aquela que se conseguiu com  $\hat{y}(t | \theta)$ . Assim, a predição não é ideal. Um bom modelo produzirá erros de predição que são independentes de dados anteriores.

Podemos seleccionar um vector de dados,  $\xi(t)$ , a partir de  $Z^{t-1}$ , de modo que  $\varepsilon(t, \theta)$  seja não correlacionado com esse vector, isto é:

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t) \alpha(\varepsilon(t, \theta)) = f(\theta, Z) = 0. \quad (2.63)$$

O vector  $\hat{\theta}$  que satisfaz a condição anterior é a melhor estimativa para o vector de parâmetros. A equação (2.63) corresponde à condição mais geral, na qual se selecciona, normalmente,  $\alpha(\varepsilon(t, \theta)) = \varepsilon(t, \theta)$ .

Se fizermos  $\xi(t) = \varphi(t, \theta)$ , obtemos:

$$\hat{\theta} = \text{soluções de } \left\{ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t, \theta) (y(t) - \varphi^T(t, \theta) \theta) = 0 \right\}. \quad (2.64)$$

Os métodos que geram as soluções como em (2.64), são designados por métodos de correlação ou de regressões pseudo-lineares, PLR - *Pseudo-linear Regression*.

Se aplicarmos (2.64) ao caso de uma regressão linear, em que  $\xi(t) = \varphi(t)$ , o resultado não é mais do que a estimação de mínimos quadrados, uma vez que (2.30) se pode escrever, alternativamente, por:

$$\hat{\theta} = \text{soluções de } \left\{ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) (y(t) - \varphi^T(t) \theta) = 0 \right\}. \quad (2.65)$$

Nas próximas secções são apresentados alguns casos particulares de métodos de regressões pseudo-lineares.

#### 2.4.4.1. O método ELS

Consideremos uma estrutura de modelos do tipo ARMAX, apresentada no primeiro capítulo, que é descrita pela equação seguinte:

$$A(q, \theta_0) y(t+1) = B(q, \theta_0) u(t+1) + C(q, \theta_0) \varepsilon(t+1), \quad (2.66)$$

onde  $\varepsilon(t)$  é definido como em (2.55), isto é, uma sequência de variáveis independentes com distribuição *gaussiana*, de valor médio nulo e variância  $\lambda^2$ . Definindo o vector de regressão por:

$$\begin{aligned} \varphi(t, \theta_0) = & [-y(t), -y(t-1), \dots, -y(t+1-na), \\ & u(t), \dots, u(t+1-nb), \varepsilon(t), \dots, \varepsilon(t+1-nc)]^T, \end{aligned} \quad (2.67)$$

então, como vimos anteriormente, (2.66) pode escrever-se do seguinte modo:

$$y(t+1) = \varphi^T(t, \theta_0) \theta_0 + \varepsilon(t+1). \quad (2.68)$$

Repare-se que, por um lado, seria necessário conhecer os verdadeiros valores dos parâmetros para se obter os valores anteriores de  $\varepsilon(t)$  que aparecem no vector de regressão (2.67), a partir dos valores históricos da entrada e da saída do sistema e, por outro lado, se o vector de regressão fosse conhecido seria suficiente utilizar o método de mínimos quadrados recursivo (que abordaremos no próximo capítulo), seguindo o critério de máxima verosimilhança, dada a definição de  $\varepsilon(t)$ .

Para ultrapassar esta dificuldade, surge com naturalidade a seguinte aproximação:

$$\hat{y}(t+1, \theta) = \xi^T(t) \theta, \quad (2.69)$$

que é efectuada utilizando  $\xi(t)$  em vez de  $\varphi(t, \theta_0)$ , substituindo os valores históricos do ruído  $\varepsilon(t)$ , pelos respectivos resíduos, isto é:

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t, \hat{\theta}(t)), \quad (2.70)$$

ou seja, o vector de regressão passa a ser:

$$\xi(t) = [-y(t), -y(t-1), \dots, -y(t+1-na), \\ u(t), \dots, u(t+1-nb), r(t), \dots, r(t+1-nc)]^T. \quad (2.71)$$

A aplicação do método de mínimos quadrados recursivo é agora possível. O procedimento de estimação tal como acabámos de apresentar corresponde ao que na literatura é designado por método ELS – *Extended-Least-Squares*.

As principais propriedades deste método encontram-se descritas em [Walter 97]. Contudo, é oportuno referir que a convergência dos parâmetros estimados para  $\theta_0$  não é garantida e, quando tal acontece, convergem lentamente. Por outro lado, de modo a não penalizar os valores estimados finais deve utilizar-se um factor de esquecimento devido a eventuais erros significativos nos valores iniciais.

#### 2.4.4.2. O método GLS

Vamos considerar agora o caso em que o vector de parâmetros original pode ser subdividido em vários vectores de parâmetros,

$$\theta = \left[ [\theta_a]^T, [\theta_b]^T, \dots \right] = \left[ \theta_{a_1} \ \theta_{a_2} \ \dots \ \theta_{b_1} \ \theta_{b_2} \ \dots \right]^T, \quad (2.72)$$

de modo que a estrutura de modelos resulte linear relativamente a cada subgrupo de parâmetros se todos os outros forem considerados constantes. Nestas situações é possível utilizar o método de mínimos quadrados para estimar, sucessivamente, cada um destes vectores de parâmetros que são subconjuntos do vector de parâmetros inicial:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_a &= \text{val min } J(\theta_a | \hat{\theta}_b, \hat{\theta}_c, \dots) \\ \hat{\theta}_b &= \text{val min } J(\theta_b | \hat{\theta}_a, \hat{\theta}_c, \dots), \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.73)$$

Consideremos, por exemplo, a estrutura de modelos do tipo “caixa preta”, ARARX, descrita como se segue:

$$A(q, \theta_0) y(t+1) = B(q, \theta_0) u(t+1) + \frac{1}{D(q, \theta_0)} \varepsilon(t+1). \quad (2.74)$$

Definindo a variável auxiliar,

$$\eta(t+1) = \frac{1}{D(q, \theta_0)} \varepsilon(t+1), \quad (2.75)$$

a estrutura de modelos (2.74) corresponde a uma forma compacta de escrever as seguintes equações recorrentes:

$$y(t+1) = -a_{1_0} y(t) - a_{2_0} y(t-1) - \dots - a_{na_0} y(t+1-na) + b_{1_0} u(t) + \dots + b_{nb_0} y(t+1-nb) + \eta(t+1) \quad (2.76)$$

e

$$\eta(t+1) = -d_{1_0} \eta(t) - d_{2_0} \eta(t-1) - \dots - d_{nd_0} \eta(t+1-nd) + \varepsilon(t+1). \quad (2.77)$$

Se definirmos os dois novos vectores de parâmetros seguintes:

$$\theta_a = [a_1 \dots a_{na} \ b_1 \dots b_{nb}]^T \text{ e } \theta_b = [d_1 \dots d_{nd}]^T, \quad (2.78)$$

a estrutura de modelos (2.74) passa a escrever-se,

$$A(q, \theta_{a_0}) y(t+1) = B(q, \theta_{a_0}) u(t+1) + \frac{1}{D(q, \theta_{b_0})} \varepsilon(t+1). \quad (2.79)$$

A partir da função de predição da classe geral de estruturas de modelos do tipo “caixa preta”, apresentada no primeiro capítulo, e atendendo a que neste caso é  $C(q) = F(q) = 1$ , obtém-se a seguinte função de predição para a estrutura (2.79):

$$\hat{y}(t+1, \theta) = B(q, \theta_{a_0}) D(q, \theta_{b_0}) u(t+1) + (1 - A(q, \theta_{a_0}) D(q, \theta_{b_0})) y(t+1), \quad (2.80)$$

que se pode reescrever da seguinte forma:

$$y(t+1) - \hat{y}(t+1, \theta) = D(q, \theta_b) (A(q, \theta_a) y(t+1) - B(q, \theta_a) u(t+1)), \quad (2.81)$$

correspondendo ao erro de predição que, por sua vez, coincide com a expressão de  $\varepsilon(t+1)$  retirada a partir de (2.79). Admitindo que  $\{\varepsilon(t)\}$  corresponde a uma sequência de variáveis independentes com distribuição *gaussiana*, com valor médio nulo e variância  $\lambda^2$ , então estamos perante o primeiro caso particular que referimos anteriormente aquando da apresentação do critério de máxima verosimilhança, que corresponde assim, ao critério de mínimos quadrados e, consequentemente, à minimização de

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t+1, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t+1) - \hat{y}(t+1, \theta)]^2. \quad (2.82)$$

Como se constata facilmente a partir de (2.81), o erro de predição não é linear em relação ao vector de parâmetros,  $\theta$ . Como consequência, o método de mínimos quadrados não pode ser aplicado directamente para a estimação destes parâmetros. Repare-se, contudo, que fixando o vector de parâmetros  $\theta_b$ , o erro de predição torna-se linear relativamente aos parâmetros  $\theta_a$  e vice-versa. Ora, o que acabámos de constatar sugere-nos a utilização do algoritmo que passamos a apresentar.

Passo 1:  $k = 0$  e  $\hat{\theta}_b^k(0) = 0$ , isto é,  $D(q, \hat{\theta}_b^k) = 1$ .



Passo 2: minimizar a função de erro,

$$J(\theta_a, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ A(q, \theta_a) y_F(t, \hat{\theta}_b^k) - B(q, \theta_a) u_F(t, \hat{\theta}_b^k) \right]^2, \quad (2.83)$$

relativamente ao vector de parâmetros  $\theta_a$ . Atendendo a (2.81) os sinais de entrada e saída são filtrados pelo filtro  $D(q, \hat{\theta}_b^k)$ , como se segue:

$$\begin{aligned} u_F(t, \hat{\theta}_b^k) &= u(t) + \hat{b}_1^k u(t-1) + \dots + \hat{b}_{nb}^k u(t-nb) \text{ e} \\ y_F(t, \hat{\theta}_b^k) &= y(t) + \hat{b}_1^k y(t-1) + \dots + \hat{b}_{nb}^k y(t-nb). \end{aligned}$$

O método de mínimos quadrados pode agora ser utilizado para minimizar o critério quadrático (2.83), linear nos parâmetros  $\theta_a$ , para obter o mínimo global que corresponderá ao vector estimado na iteração  $k$ ,  $\hat{\theta}_a^k$ .

Passo 3: minimizar o critério

$$J(\theta_b, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left\{ D(q, \theta_b) \left( A(q, \theta_a^k) y(t) - B(q, \theta_a^k) u(t) \right) \right\}^2, \quad (2.84)$$

relativamente a  $\theta_b$ . O método de mínimos quadrados pode ser novamente utilizado para minimizar agora o critério quadrático (2.84), linear relativamente ao vector de parâmetros  $\theta_b$ , de modo a obter o mínimo global  $\hat{\theta}_b^k$ .

Passo 4:  $k \leftarrow k + 1$ , voltar ao passo 2.

O método de estimação que acabámos de apresentar é designado na literatura por método GLS – *Generalized-Least-Squares*.

#### 2.4.4.3. O método IV

No caso de uma regressão linear contaminada por ruído, isto é:

$$y(t) = \varphi^T(t) \theta_0 + e(t), \quad (2.85)$$

o método de mínimos quadrados não converge para o verdadeiro valor de  $\theta$ . Isto deve-se à correlação entre o ruído  $e(t)$  e o vector de regressão  $\varphi(t)$ . Se substituirmos  $\varphi(t)$  por um vector genérico  $\xi(t)$ , em que:

$$E \left\{ \xi(t) \varphi^T(t) \right\} \Big|_{N \rightarrow \infty} \text{ é não singular e} \quad (2.86)$$

$$E \left\{ \xi(t) e(t) \right\} \Big|_{N \rightarrow \infty} = 0, \quad (2.87)$$

então, as estimativas resultantes de:

$$\hat{\theta} = \text{soluções de } \left\{ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t) \left( y(t) - \varphi^T(t) \theta \right) = 0 \right\}, \quad (2.88)$$

ou de

$$\hat{\theta} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t) y(t) \right], \quad (2.89)$$

correspondem ao método IV - *Instrumental-Variable Method*.  $\xi(t)$  é designada por variável instrumental, ou instrumentos, e devem ser correlacionados com o vector de regressão, mas não correlacionados com o ruído, de acordo com (2.86) e (2.87), respectivamente.

A escolha dos instrumentos e dos métodos para os gerar contribuem decisivamente para a qualidade dos resultados obtidos com o método da variável instrumental. Para ilustração das formas mais simples de obtenção dos instrumentos, considere-se a regressão linear (2.85), que também se pode escrever através da equação:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) \cdots - a_{na} y(t-na) + b_1 u(t-1) \cdots + b_{nb} u(t-nb) + e(t), \quad (2.90)$$

visto que

$$\varphi(t) = [y(t-1) \cdots y(t-na) \ u(t-1) \cdots u(t-nb)]^T. \quad (2.91)$$

O vector de regressão  $\varphi(t)$  está naturalmente correlacionado com os valores históricos de  $e(t)$ , isto é,  $\{e(t-1), e(t-2), e(t-3), \dots\}$ , devido à contaminação da saída pelo ruído. Uma forma simples de obter a variável instrumental ou o vector de variáveis instrumentais, consiste em substituir o vector de regressão  $\varphi(t)$  por:

$$\xi(t) = [x(t-1) \cdots x(t-na) \ u(t-1) \cdots u(t-nb)]^T, \quad (2.92)$$

sendo o vector  $x(t)$  obtido por:

$$N(q)x(t) = M(q)u(t), \quad (2.93)$$

onde  $N(q)$  e  $M(q)$  são polinómios no operador atraso, como introduzido no capítulo 1:

$$\begin{aligned} N(q) &= 1 + n_1 q^{-1} + \cdots + n_n q^{-n_n} \\ M(q) &= m_0 + m_1 q^{-1} + \cdots + m_m q^{-n_m}. \end{aligned} \quad (2.94)$$

De acordo com [Ljung 99] esta é a estratégia mais frequente para gerar os instrumentos  $x(t)$ . Em [Söderström 89] refere-se que os coeficientes dos polinómios  $N(q)$  e  $M(q)$  podem ser escolhidos de várias formas. Uma possibilidade consiste em estimar previamente os coeficientes dos polinómios  $A(q)$  e  $B(q)$  utilizando o método de mínimos quadrados e o vector de regressão  $\varphi(t)$  e fazer coincidir  $N(q)$  e  $M(q)$  com  $A(q)$  e  $B(q)$ , respectivamente.

Outra possibilidade que é referida, consiste em fazer  $N(q)=1$  e  $M(q)=-q^{-nb}$ . Assim, a variável instrumental passa a ser:

$$\xi(t) = [u(t-1) \cdots u(t-na-nb)]^T, \quad (2.95)$$

depois de reordenados os instrumentos, isto é, as sequências do sinal de entrada.

A principal propriedade do método da variável instrumental é que, ao contrário dos métodos referidos anteriormente, permite eliminar os desvios nos parâmetros estimados sem necessidade de ser muito específico em relação à natureza da geração de ruído. Contudo, esta propriedade pode não ser uma vantagem muito significativa. Por vezes, é preferível aceitar um pequeno desvio e reduzir a variância do erro de estimação.

## 2.5. Métodos numéricos para a minimização da função de erro

Muitos métodos de minimização da função de erro não obrigam a que esta seja quadrática ou que o erro seja linear relativamente aos parâmetros. Nestes casos, a função

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon(t, \theta), \theta), \quad (2.96)$$

não pode, em geral, ser minimizada através de métodos analíticos nem a equação (2.63) pode ser resolvida directamente. A solução passa pela utilização de métodos numéricos iterativos.

### 2.5.1. Considerações gerais sobre os métodos numéricos

Os métodos numéricos actualizam os parâmetros estimados, minimizando, iterativamente, o critério de erro  $J(\theta)$ , em cada ponto. Em termos gerais, este procedimento é realizado utilizando a seguinte equação geral recursiva:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \alpha(k)d(k), \quad (2.97)$$

em que as variáveis  $d(k)$  e  $\alpha(k)$  são, respectivamente, a direcção de procura do mínimo e o ganho, na iteração  $k$ . A direcção  $d(k)$  é obtida com base na informação da função de erro  $J(\theta)$  em iterações anteriores e o ganho  $\alpha(k)$  é um valor positivo escolhido de modo a reduzir convenientemente a função de erro.

Na figura 2.3 é apresentado um esquema genérico das estratégias adoptadas nas principais famílias de métodos numéricos de minimização do critério de erro, também chamados de métodos de convergência. Os métodos de convergência de procura directa não requerem o cálculo explícito do gradiente do erro ou da função de erro, enquanto que os métodos de gradiente partem do pressuposto que é possível calcular o valor do gradiente, o qual, em termos simples, é calculado usando as derivadas parciais do erro relativamente às estimativas dos parâmetros. Nos métodos de gradiente o ajuste dos parâmetros pode ser contínuo ou intermitente. Enquanto que no primeiro caso o modelo é ajustado de forma que a trajectória descrita no espaço paramétrico seja continuamente perpendicular às linhas de isocritério, no segundo existe alternância entre o cálculo do erro e o ajuste dos parâmetros do modelo. Neste último caso, os métodos de ajuste cíclico dos parâmetros apresentam a desvantagem de que nem sempre convergem para o mínimo, particularmente quando a superfície não é suficientemente regular.

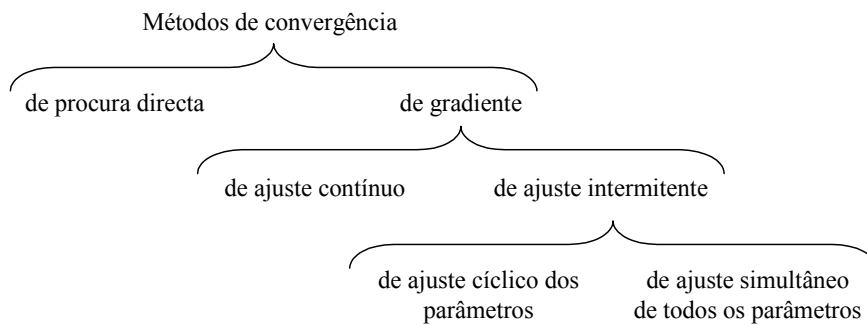


Figura 2.3: Métodos numéricos de convergência.

A figura 2.4 ilustra, de modo compacto e simplificado, as curvas de isocritério (ou seja, as linhas da superfície de erro do espaço paramétrico de dimensão dois,  $D_\theta \in \mathcal{R}^2$ , onde o critério de erro tem valor constante), a direcção  $d(k)$  de procura do mínimo e o ganho da iteração  $k$ ,  $\alpha(k)$ , e ainda a forma como os parâmetros estimados são ajustados em cada iteração nalguns métodos de convergência.

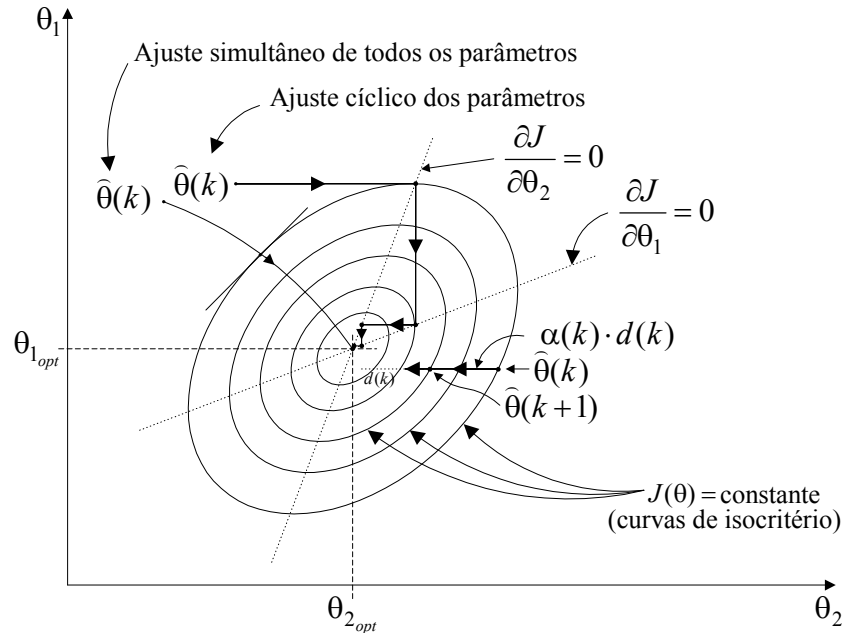


Figura 2.4: Ilustração dos métodos numéricos de convergência.

Dependendo da informação disponível para determinar a direcção de procura do mínimo,  $d(k)$ , os métodos numéricos de minimização do critério de erro, pertencem a um dos três grupos seguintes, os quais utilizam:

- I. apenas valores da função de erro a minimizar,  $J(\theta)$ ;
- II. além dos valores da função, também o seu gradiente;
- III. ou ainda, os valores da função de erro, do seu gradiente e da matriz *hessiana*, isto é, a matriz das segundas derivadas.

O último grupo inclui uma família importante de algoritmos que fazem o ajuste dos parâmetros segundo a direcção designada por direcção de Newton, que se obtém de acordo com a seguinte expressão:

$$d(k) = -[J''(\hat{\theta}(k))]^{-1} J'(\hat{\theta}(k)). \quad (2.98)$$

Do segundo grupo fazem parte os métodos que utilizam (2.98) mas em vez da matriz *hessiana* utilizam uma aproximação desta e são designados por algoritmos de *quasi-Newton*. Os métodos que integram o grupo I fazem uma estimativa do gradiente por aproximação às diferenças e depois prosseguem como os métodos de *quasi-Newton* ou então têm uma outra estratégia específica de procura do mínimo.

Actualmente, existem programas científicos que incluem a implementação de grande parte destes algoritmos como, por exemplo, a *System Identification Toolbox* [Ljung 00], integrada no programa MATLAB. O utilizador apenas necessita de seleccionar a estrutura de modelos e

fornecer a informação necessária de modo adequado e o algoritmo faz o resto. Em todo o caso, é necessário calcular os valores da função de erro (2.96) que necessita do cálculo da sequência dos erros de predição  $\{\varepsilon(t, \theta)\}$ , que nem sempre é uma tarefa simples.

Quanto ao cálculo do gradiente da função de erro (2.96),

$$J'(\theta, Z) = -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left\{ \psi(t, \theta) \frac{\partial \ell(\varepsilon(t, \theta), \theta)}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial \ell(\varepsilon(t, \theta), \theta)}{\partial \theta} \right\}, \quad (2.99)$$

o esforço computacional principal recai sobre o cálculo do gradiente,

$$\psi(t, \theta) = -\frac{\partial \varepsilon(t, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \hat{y}(t | \theta)}{\partial \theta}, \quad (2.100)$$

que é uma matriz de dimensão  $n_\theta \times n_y$ . Por vezes, o cálculo do gradiente pode ser excessivamente pesado e, nestes casos, é necessário recorrer aos métodos do grupo I, acima referido.

Conclui-se facilmente, que a eficiência de um algoritmo pode medir-se pelo volume de cálculo necessário para reduzir suficientemente a função de erro.

Com o objectivo de explorar melhor as diversas famílias de métodos numéricos de minimização do critério de erro, sistematizar-se-ão, ao longo das próximas secções, os principais conceitos que estão subjacentes a um conjunto de algoritmos bem conhecidos na área da identificação de sistemas, bem como as suas principais propriedades.

### 2.5.2. Método do gradiente

Retomemos a função de erro genérica (2.96), especificando-a agora para o caso do critério quadrático (2.14):

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon^2(t, \theta), \quad (2.101)$$

para a qual o gradiente é calculado através de:

$$J'(\theta, Z) = -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \varepsilon(t, \theta). \quad (2.102)$$

De acordo com o princípio (2.98), na referência [Ljung 99] descrevem-se os métodos de minimização do critério de erro através da seguinte equação geral recorrente:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k) [R(k)]^{-1} J'(\hat{\theta}(k), Z), \quad (2.103)$$

a qual servirá de base para descrever um conjunto de algoritmos conhecidos.  $R(k)$  é uma matriz de dimensão  $n_\theta \times n_\theta$  que modifica a direcção de procura do mínimo da função de erro e a sua escolha é um factor decisivo na definição do método resultante. O ganho em cada iteração é definido, como já referimos, por  $\alpha(k)$ , de tal modo que se verifique a condição:

$$J(\hat{\theta}(k+1), Z) < J(\hat{\theta}(k), Z). \quad (2.104)$$

O método do gradiente ou de máximo declive, não é mais do que a aplicação da fórmula recorrente (2.103) fazendo:

$$R(k) = I_{n_\theta \times n_\theta}, \quad (2.105)$$

ou seja, o método do gradiente é então definido por:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k)J'(\hat{\theta}(k), Z). \quad (2.106)$$

Uma forma alternativa e mais directa de chegar a este resultado, eventualmente mais intuitiva, pode ser encontrada em [Walter 97] ou [Eykhoff 79]. Assim, se o critério ou função de erro for suficientemente derivável relativamente ao vector de parâmetros  $\theta$ , então é possível utilizar o seu desenvolvimento em série, em torno da estimativa mais recente,  $\hat{\theta}$ , para definir a direcção de procura do mínimo da função de erro  $d$ , isto é:

$$\begin{aligned} J(\hat{\theta}(k+1)) &= J(\hat{\theta}(k+1) + \Delta\theta) = \\ &= J(\hat{\theta}(k)) + \frac{1}{1!}\psi^T(\hat{\theta}(k), k)\Delta\theta + \frac{1}{2!}\Delta\theta^T H(\hat{\theta}(k), k)\Delta\theta + \dots \end{aligned} \quad (2.107)$$

onde  $\psi(\cdot)$  e  $H(\cdot)$  são, respectivamente, o gradiente e a matriz *hessiana* de  $J(\cdot)$  e são dados por:

$$\psi(\hat{\theta}(k), k) = \left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}(k)} \quad \text{e} \quad H(\hat{\theta}(k), k) = \left. \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^T} \right|_{\theta=\hat{\theta}(k)}. \quad (2.108)$$

Quando o ajuste no vector de parâmetros,  $\Delta\theta$ , é suficientemente pequeno, o desenvolvimento em série (2.107) pode ser aproximado por:

$$J(\hat{\theta}(k+1)) \approx J(\hat{\theta}(k+1) + \Delta\theta) = J(\hat{\theta}(k)) + \psi^T(\hat{\theta}(k), k)\Delta\theta. \quad (2.109)$$

Uma vez que para minimizar  $J(\cdot)$  se deve minimizar

$$\Delta J(\theta) = J(\hat{\theta}(k+1) + \Delta\theta) - J(\hat{\theta}(k)) \approx \psi^T(\hat{\theta}(k), k)\Delta\theta, \quad (2.110)$$

obtida a partir de (2.109), então, de acordo com este resultado, deve escolher-se  $\Delta\theta$  segundo a direcção do gradiente mas, naturalmente, em sentido oposto, ou seja:

$$\Delta\theta = -\alpha(k)\psi^T(\hat{\theta}(k), k). \quad (2.111)$$

Isto conduz-nos precisamente ao resultado (2.106) que se pode escrever do seguinte modo:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k)\psi^T(\hat{\theta}(k), k). \quad (2.112)$$

Por outras palavras, podemos concluir que o método do gradiente não é mais do que o resultado do desenvolvimento de 1ª ordem da função de erro.

O que até agora foi apresentado, indica-nos que o algoritmo do gradiente define a direcção da iteração seguinte, no processo de minimização da função de erro, mas não estabelece qualquer regra para a definição do passo de cada iteração, isto é, a maior ou menor rapidez com que se prossegue em direcção ao mínimo da função. Se o ganho for demasiado pequeno, isso traduz-se num passo pequeno e, conseqüentemente, a convergência será muito lenta. Por outro lado, se o passo for demasiado grande o desenvolvimento de 1ª ordem deixa de ser válido e em resultado disso o algoritmo pode divergir. Isto sugere que o ganho de cada iteração deve ser modificado tendo em conta a evolução da função de erro. Para mais detalhes sobre a forma como o ganho pode ser programado sugere-se a leitura de [Walter 97] ou [Solo 95].

As propriedades do algoritmo do gradiente podem ser encontradas, de forma detalhada, em [Walter 97]. Apesar de não ser muito utilizado, as suas principais propriedades serão aqui

referidas uma vez que constitui um bloco de outros algoritmos mais potentes e as suas desvantagens são comuns a muitos outros algoritmos.

- A sua implementação é simples e com amplo domínio de convergência;
- À medida que se aproxima do mínimo, a convergência é cada vez mais lenta e pode mesmo tornar-se inaceitável;
- As duas propriedades anteriores mostram que o algoritmo é adequado para a fase inicial da procura do mínimo no espaço paramétrico, altura em que o vector de parâmetros estimado está ainda longe do valor óptimo;
- A progressão em direcção ao mínimo é mais eficiente quando a superfície de isocritério é esférica, isto é, quando os parâmetros têm uma importância relativa comparável, mas se tal não se verificar, torna-se crucial efectuar um escalonamento conveniente dos parâmetros;
- Se a função de erro tem vários mínimos locais o algoritmo do gradiente converge para um mínimo local ou global a partir do ponto inicial, qualquer que este seja, pelo que o valor mínimo estimado é, nestes casos, dependente do valor inicial;
- Se um parâmetro não é identificável, o algoritmo não o detectará e convergirá para um mínimo local ou global que depende do ponto inicial.

Das propriedades anteriores ressalta o facto do algoritmo do gradiente poder ser ineficiente, próximo do mínimo, de modo inaceitável. Os chamados métodos de Newton são mais adequados nestas situações.

### 2.5.3. Método de Newton

A matriz *hessiana* para a função de erro (2.101) é dada por:

$$J''(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \psi^T(t, \theta) - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi'(t, \theta) \varepsilon(t, \theta), \quad (2.113)$$

onde  $\psi'(t, \theta)$  é a matriz *hessiana* do erro de predição,  $\varepsilon(t, \theta)$ . Se em (2.103) optarmos por seleccionar:

$$R(k) = J''(\hat{\theta}(k)), \quad (2.114)$$

obtemos o chamado método de Newton. Podemos compreender melhor este resultado se tivermos em conta que o método de Newton resulta do desenvolvimento de 2ª ordem da função de erro em torno do valor estimado mais recente. Assim, de (2.107), resulta a seguinte aproximação:

$$J(\hat{\theta}(k+1)) = J(\hat{\theta}(k+1) + \Delta\theta) \approx J(\hat{\theta}(k)) + \psi^T(\hat{\theta}(k), k) \Delta\theta + \frac{1}{2} \Delta\theta^T H(\hat{\theta}(k), k) \Delta\theta \quad (2.115)$$

onde o gradiente e a matriz *hessiana* da função de erro são calculados de acordo com (2.108).

O valor de  $\Delta\theta$  que introduz o maior decréscimo na função de erro e, consequentemente, que minimiza,

$$\Delta J(\theta) = J(\hat{\theta}(k+1)) - J(\hat{\theta}(k)), \quad (2.116)$$

satisfaz a equação,

$$\left. \frac{\partial \Delta J(\theta)}{\partial \Delta \theta} \right|_{\Delta \theta = \Delta \hat{\theta}} = 0, \quad (2.117)$$

necessária para a condição de mínimo. A solução da equação anterior será:

$$\psi^T(\hat{\theta}(k), k) + H(\hat{\theta}(k), k) \Delta \hat{\theta} = 0, \quad (2.118)$$

sugerindo que o passo deverá ser:

$$\Delta \hat{\theta} = -H^{-1}(\hat{\theta}(k), k) \psi^T(\hat{\theta}(k), k), \quad (2.119)$$

resultando o algoritmo de Newton que é descrito por:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - H^{-1}(\hat{\theta}(k), k) \psi^T(\hat{\theta}(k), k). \quad (2.120)$$

Este algoritmo pode agora ser comparado com o algoritmo do gradiente dado por (2.112). No método de Newton a direcção de procura do mínimo e o ganho, são definidos simultaneamente, ao contrário do método do gradiente, onde o ganho não é definido de imediato. Contudo, o factor  $\alpha(k)$  pode continuar a ser utilizado mas não é mais o ganho da iteração  $k$ , sendo designado por *relaxing factor* e tem uma função específica que dá origem à designação de método de *relaxed* Newton. Detalhes adicionais podem ser encontrados em [Walter 97] onde também se encontram descritas as propriedades do algoritmo de Newton, entre as quais se destacam as seguintes:

- O cálculo em cada iteração é mais pesado no método de Newton, comparativamente com o método do gradiente;
- Sendo a matriz *hessiana* não singular e a superfície de erro do tipo parabólico, o método converge para um ponto estacionário da função de erro, num passo, e demonstra-se em [Walter 97] que, para o caso de utilizar o critério quadrático e a estrutura de modelos consistir numa regressão linear, o método de Newton corresponde ao método de mínimos quadrados;
- Mesmo quando a função de erro não é quadrática relativamente ao vector de parâmetros  $\theta$ , a convergência, se ocorrer, é normalmente muito rápida (tipicamente, ao fim de 5 iterações o resultado já é muito melhor quando comparado com mais de 1000 iterações no método do gradiente);
- Ainda quando comparado com o método do gradiente, o seu desempenho é tanto melhor quanto pior condicionado estiver o problema (superfície não esférica) mas, é também nestes casos que os erros na matriz *hessiana* têm as piores consequências;
- Longe do ponto mínimo o seu desempenho pode ser inferior ao método do gradiente;
- O domínio de convergência é normalmente muito menor do que o do método do gradiente, visto não haver garantia de que o passo  $\Delta \hat{\theta}$ , de cada iteração, seja suficientemente pequeno de modo a permanecer válida a aproximação de 2ª ordem do desenvolvimento em série da função de erro;
- Quando o método converge, fá-lo para qualquer ponto do espaço paramétrico, seja ele um máximo, um mínimo ou uma zona plana da superfície de erro, pelo que a inicialização do método de Newton é um aspecto crítico;



- A matriz inversa da matriz *hessiana* no ponto  $\hat{\theta}(k)$  contém informação útil sobre a incerteza dos parâmetros, pelo que é conveniente dispor dos valores da matriz  $H^{-1}(\hat{\theta}(k))$  ou, pelo menos, os elementos da sua diagonal.

Como podemos concluir facilmente, o método de Newton requer a inversão da matriz *hessiana* por cada iteração. Os detalhes de implementação do método de Newton podem ser encontrados, por exemplo, em [Solo 95] e [Walter 97], incluindo um tipo de implementação que evita a inversão da matriz *hessiana*, resolvendo em seu lugar um sistema de equações lineares.

#### 2.5.4. Método de Gauss-Newton

Considerando a descrição do método de Newton através de (2.103), (2.113) e (2.114), é relativamente fácil prever que o cálculo da matriz *hessiana* do erro de predição  $\varepsilon(t, \theta)$ ,  $\psi'(t, \theta)$ , pode ser uma tarefa árdua. Mas se admitirmos que existe um vector de parâmetros  $\theta_0$  de tal modo que os erros de predição sejam independentes, isto é,  $\varepsilon(t, \theta_0) = e_0(t)$ , então haverá um mínimo global de  $E\{J(\theta, Z)\}$  em que  $J(\theta, Z)$  é dado por (2.101). Assim, próximo do mínimo global  $\theta_0$ , o segundo termo em (2.113) será próximo de zero, visto que  $E\{\psi'(t, \theta_0)e_0(t)\} = 0$  e, nesta situação, (2.113) pode ser aproximada por:

$$J''(\theta) \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \psi^T(t, \theta). \quad (2.121)$$

Desde que a aproximação anterior seja possível, a matriz *hessiana* torna-se positiva definida, mesmo que antes não o fosse. Em resultado, o novo algoritmo produzirá, com toda a certeza e ao contrário do método de Newton, a minimização da função de erro, o que garante a convergência do método. Este método que resulta da substituição de  $R(t)$ , dada por (2.121), isto é:

$$R(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \hat{\theta}(k)) \psi^T(t, \hat{\theta}(k)), \quad (2.122)$$

em (2.103), é designado por método de Gauss-Newton. Na literatura sobre controlo é também designado por Newton-Raphson modificado, entre outras designações.

Este método tem também a desvantagem da não convergência global. Assim, a forma como o algoritmo é inicializado, particularmente para um número elevado de parâmetros, é de extrema importância. Esta é a razão que leva, muitas vezes, a optar-se por métodos de estimação directa, onde a estimação pode ser eventualmente enviesada (como nos mínimos quadrados), para se conseguir uma boa inicialização.

#### 2.5.5. Método de Levenberg-Marquardt

Mesmo sendo a matriz  $R(t)$ , definida por (2.122), positiva semidefinida, pode acontecer que ela seja singular ou próxima de uma matriz singular. É o que acontece, por exemplo, se o modelo está sobreparametrizado, ou se os dados não são suficientemente informativos. Nestes casos, surgem alguns problemas ao utilizar (2.103) conjuntamente com (2.122). Existem várias técnicas, ditas de regularização, para resolver estes problemas. Uma destas técnicas

consiste num procedimento que dá origem ao algoritmo designado por método de Levenberg-Marquardt. Para evitar certos problemas de ordem numérica, este método utiliza a seguinte modificação em relação a (2.122):

$$R(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \hat{\theta}(k)) \psi^T(t, \hat{\theta}(k)) + \delta I, \quad (2.123)$$

onde  $\delta$  é um número positivo utilizado para controlar a convergência do método. Aumentando  $\delta$  a partir de zero (método de Gauss-Newton), a direcção de procura do mínimo da função de erro vai tendendo para a direcção do gradiente.

Uma forma simples de utilizar o valor  $\delta$  consiste no seguinte procedimento:

- Se  $J(\hat{\theta}(k+1)) \leq J(\hat{\theta}(k))$ , o algoritmo converge e, então, diminuir  $\delta$  e continuar (com o método a aproximar-se do método de Newton ou Gauss-Newton);
- Se  $J(\hat{\theta}(k+1)) > J(\hat{\theta}(k))$ , o algoritmo começa a divergir e, então, aumentar  $\delta$  e continuar (com o método a aproximar-se do método do gradiente, diminuindo o ganho).

### 2.5.6. Método *quasi*-Newton

O chamado método *quasi*-Newton procura reunir as vantagens do método do gradiente e dos métodos de Newton. A ideia fundamental consiste em gerar, em cada iteração, uma matriz  $M(k)$  que se aproxime da inversa da matriz *hessiana* sem recorrer a qualquer inversão de matrizes.

Neste caso, a função de erro é quadrática em relação ao vector de parâmetros e, à semelhança do método de Newton, resulta do desenvolvimento em série de 2ª ordem:

$$J(\theta, Z) = J(\hat{\theta}(k)) + \psi^T(\hat{\theta}(k), k)(\theta - \hat{\theta}(k)) + \frac{1}{2}(\theta - \hat{\theta}(k))^T H(k)(\theta - \hat{\theta}(k)). \quad (2.124)$$

Como neste caso o critério de erro é quadrático relativamente a  $\theta$ , a matriz *hessiana* (que se admite positiva definida) não depende do vector estimado,  $\hat{\theta}(k)$ . Por outro lado, o seu gradiente, avaliado em duas iterações consecutivas e após uma operação de subtracção, permite escrever:

$$\psi(\hat{\theta}(k+1), k) = \psi(\hat{\theta}(k), k) + H(k)(\hat{\theta}(k+1) - \hat{\theta}(k)). \quad (2.125)$$

A variação do gradiente entre duas iterações consecutivas é assim relacionada com a variação do vector de parâmetros nas mesmas iterações:

$$\Delta\psi(k) = \psi(\hat{\theta}(k+1), k) - \psi(\hat{\theta}(k), k) = H(\hat{\theta}(k+1) - \hat{\theta}(k)) = H\Delta\theta(k). \quad (2.126)$$

Para progredir no espaço paramétrico, este método utiliza o algoritmo de Newton, mas com a matriz *hessiana* inversa substituída pela matriz  $M(k)$ :

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k)M(k)\psi(\hat{\theta}(k), k). \quad (2.127)$$

A matriz  $M(k)$ , que substitui a inversa da matriz *hessiana*, é actualizada na iteração seguinte, utilizando uma outra matriz simétrica  $C(k)$ :

$$M(k+1) = M(k) + C(k). \quad (2.128)$$

Se  $M(k+1)$  fosse a matriz inversa da matriz *hessiana*, poderíamos escrever, de acordo com (2.126):

$$M(k+1)\Delta\psi(k) = \Delta\theta(k) \Leftrightarrow (M(k) + C(k))\Delta\psi(k) = \Delta\theta(k) \quad (2.129)$$

e desenvolver a expressão de  $C(k)\Delta\psi(k)$  por simples manipulação algébrica:

$$\begin{aligned} C(k)\Delta\psi(k) &= \Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k) = \\ &= \frac{(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))^T}{(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))^T \Delta\psi(k)} \Delta\psi(k), \end{aligned} \quad (2.130)$$

onde é possível identificar a matriz  $C(k)$  que é dada por:

$$C(k) = \frac{(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))^T}{(\Delta\theta(k) - M(k)\Delta\psi(k))^T \Delta\psi(k)}. \quad (2.131)$$

Existem, naturalmente, outras possibilidades para determinar a matriz de correcção  $C(k)$ . Para isso pode consultar-se [Walter 97], onde são também referidos outros trabalhos que abordam especificamente este assunto. São agora sumariadas as principais propriedades do algoritmo:

- Em cada iteração, utiliza apenas os valores da função de erro e do seu gradiente;
- Como a função de erro é quadrática em relação ao vector de parâmetros, a matriz  $M$  é positiva definida e o algoritmo converge em  $n\theta$  iterações (nas mesmas condições, o método de Newton converge num só passo mas requer a resolução de um sistema de  $n\theta$  equações para obter outros tantos parâmetros);
- A matriz  $M$  pode tornar-se singular e, neste caso, a direcção de procura do mínimo toma a direcção do gradiente fazendo  $M(k) = I$ ;
- O método é mais sensível a erros numéricos na cálculo do gradiente do que o algoritmo de Gauss-Newton;
- Converge para um mínimo, local ou global, qualquer que seja o ponto inicial;
- A convergência é lenta no princípio e torna-se mais rápida à medida que se aproxima do mínimo;
- O método é inicializado com  $M(0) = I$ , pelo que na primeira iteração o algoritmo comporta-se como o método do gradiente. À medida que as iterações prosseguem,  $M(k)$  aproxima-se cada vez mais da inversa da matriz *hessiana* e o método *quasi*-Newton vai-se transformando num algoritmo semelhante ao do método de Newton.

### 2.5.7. Método do gradiente conjugado

Tal como o método anterior, o algoritmo do gradiente conjugado utiliza uma função de erro quadrática relativamente ao vector de parâmetros,  $\theta$ . Para definição da procura do mínimo da função de erro, estabelece que duas direcções, em duas iterações consecutivas, sejam conjugadas em relação à matriz *hessiana*, isto é,

$$d^T(k+1)H(k)d(k) = 0. \quad (2.132)$$

Contudo, a direcção  $d(k+1)$  não requer a matriz *hessiana* (nem uma aproximação da sua inversa), sendo definida como se segue:

$$d(k+1) = -\psi(\hat{\theta}(k+1), k) + \frac{(\psi(\hat{\theta}(k+1), k) - \psi(\hat{\theta}(k), k))^T \psi(\hat{\theta}(k+1), k)}{\psi^T(\hat{\theta}(k), k) \psi(\hat{\theta}(k), k)} d(k). \quad (2.133)$$

Os principais detalhes da implementação do método do gradiente conjugado podem ser encontrados em [Walter 97], bem como as suas principais propriedades que são aqui sumariadas:

- Tal como o método *quasi*-Newton, utiliza apenas os valores da função de erro e do seu gradiente, em cada iteração;
- Converge para o mínimo em  $n\theta$  iterações, uma vez que a função de erro é quadrática em relação ao vector de parâmetros,  $\theta$ ;
- É mais sensível a erros numéricos na cálculo do gradiente do que o algoritmo de Gauss-Newton;
- Como não calcula a matriz *hessiana* (nem uma aproximação à sua inversa), não disponibiliza informação relativamente à incerteza nos parâmetros;
- Ao contrário do método de *quasi*-Newton, por não actualizar em cada iteração qualquer aproximação da matriz *hessiana*, este método é ainda mais simples e as suas vantagens são tanto mais significativas quanto maior for o número de parâmetros. Por esta razão, o algoritmo do gradiente conjugado tem sido utilizado em problemas onde o número de parâmetros pode atingir vários milhares como, por exemplo, em processamento de imagem.

### 2.5.8. Métodos de substituição e de Newton-Raphson

Para concluir esta revisão geral dos principais métodos de convergência, falta referir a forma de resolver a equação (2.63). Nestes casos, como referido em [Ljung 99], os procedimentos habituais são o método de substituição:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k) f(\theta, Z)(\hat{\theta}(k), Z), \quad (2.134)$$

que é a solução correspondente a (2.103) e (2.105), e o método de Newton-Raphson:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) - \alpha(k) [f'(\theta, Z)]^{-1} f(\theta, Z)(\hat{\theta}(k), Z), \quad (2.135)$$

que corresponde a (2.103) e (2.114).

## 2.6. Resumo

Este segundo capítulo começou por apresentar a descrição dos procedimentos habitualmente executados na identificação de sistemas, destacando-se a concepção da experiência, incluindo, sempre que possível, a programação do sinal de excitação, a selecção da estrutura de modelos e do método de identificação e, por fim, a validação do modelo. Pudemos concluir que a escolha da estrutura de modelos é uma das tarefas mais importantes na identificação de

sistemas e que o conhecimento previamente existente sobre o sistema que se pretende identificar deve estar presente, particularmente nesta tarefa, mas também em todas as outras. Outra tarefa relevante para o sucesso da identificação é a programação do sinal de entrada e concluímos que este deve ser de excitação persistente ou, por outras palavras, deve excitar convenientemente todos os modos do sistema, para produzir um conjunto de dados suficientemente informativo em relação à estrutura de modelos e assim permitir distinguir quaisquer dois modelos da respectiva estrutura.

Na secção 2.4 foram descritos os principais critérios, ou funções de erro, que dão origem a um conjunto de métodos analíticos bem conhecidos, utilizados na estimação de parâmetros. Começamos por apresentar, na secção 2.4.1, a definição geral do critério de minimização do erro de predição bem como a sua formulação para o caso de ser variante no tempo e as condições necessárias e suficientes para a existência de um mínimo (local ou global). Na secção 2.4.2 foi descrito o critério de mínimos quadrados, simples e ponderado, a partir do qual se obtém o bem conhecido método de mínimos quadrados e pudemos verificar que corresponde a um caso particular do critério de erro de predição. Um critério de natureza diferente, foi apresentado na secção 2.4.3 o qual é designado por critério de máxima verosimilhança. A principal diferença reside no facto de, neste caso, se ajustar uma estrutura de modelos aos dados adquiridos recorrendo a informação estatística, que possa existir ou determinar-se, para efeitos da estimação do vector de parâmetros. O objectivo é lidar com o problema da extracção de informação a partir de dados observados pouco fiáveis, ou sobre os quais temos alguma incerteza, sendo então representados como variáveis estocásticas. Na mesma secção, vimos também como o critério de erro de predição pode ser considerado como um caso particular do critério de máxima verosimilhança. Verificamos também que o critério de mínimos quadrados aplicado a uma regressão linear em que a saída é contaminada por ruído com distribuição *gaussiana*, valor médio nulo e uma dada variância, corresponde a um caso particular do critério de máxima verosimilhança. Neste contexto, foi apresentado o método TLS no qual se passa a admitir que não só a saída é contaminada por ruído mas todas as entradas do vector de regressão passam a estar contaminadas por ruído aditivo e independente. Na secção 2.4.4, encontra-se descrito o critério de erro de predição, quando este é correlacionado com dados anteriores, por se utilizar o modelo de parâmetros estimados na geração de alguns dados, o que acontece no caso das regressões pseudo-lineares. Vimos que a sua aplicação às classes de estruturas de modelos do tipo ARMAX, ARARX e regressão linear contaminada por ruído, dá origem aos métodos de estimação designados por, respectivamente, ELS, GLS e IV.

A secção 2.5 foi dedicada aos métodos numéricos de identificação paramétrica, utilizados quando a estimação não pode ser obtida directamente, nomeadamente por minimização da função de erro através de métodos analíticos. Depois da introdução geral aos métodos de convergência, apresentada na secção 2.5.1, foram apresentados os métodos iterativos mais frequentemente utilizados e implementados em bibliotecas científicas, ao longo das secções 2.5.2 a 2.5.8, incluindo as principais propriedades, diferenças, vantagens e desvantagens. O método do gradiente, introduzido na secção 2.5.2, é um algoritmo de implementação simples que resulta do desenvolvimento em série de 1ª ordem. Concluímos que, pelas suas propriedades, na proximidade do mínimo pode ser demasiado lento. Nestas situações os chamados métodos de Newton têm um desempenho significativamente melhor. O método de Newton, apresentado na secção 2.5.3, resulta do desenvolvimento de 2ª ordem da função de erro em torno do valor estimado mais recente. Consequentemente, é um algoritmo mais pesado do ponto de vista computacional, porque requerer o cálculo da matriz *hessiana* da função de erro, bem como a sua inversão, em cada iteração. No cálculo da matriz *hessiana* da função de erro é necessário, por sua vez, calcular a matriz *hessiana* do erro de predição que

pode ser uma tarefa árdua. Assim, o método de Gauss-Newton, referido da secção 2.5.4, introduz uma aproximação no cálculo da matriz *hessiana* da função de erro onde é desprezado o termo que depende da matriz *hessiana* do erro de predição. Para além das vantagens computacionais, este algoritmo leva, com certeza, à minimização da função de erro, ao contrário do método de Newton, o que garante a sua convergência. Com a aproximação utilizada no método de Gauss-Newton a matriz *hessiana* da função de erro passa a ser positiva definida mas isso não evita que ela se torne singular ou próxima da singular, o que cria problemas à sua inversão. Para estes casos existem várias técnicas de regularização que permitem resolver estes problemas. Uma delas consiste em adicionar à aproximação da matriz *hessiana* da função de erro, utilizada no método de Gauss-Newton, a matriz identidade multiplicada por um número positivo, dando origem ao método de Levenberg-Marquardt, referido na secção 2.5.5. O método designado por *quasi*-Newton, introduzido na secção 2.5.6, procura reunir as vantagens do método do gradiente e dos métodos de Newton. A ideia fundamental consiste em gerar, em cada iteração, uma matriz que se aproxime da inversa da matriz *hessiana* sem necessitar da sua inversão. Na fase inicial, o algoritmo comporta-se como o método do gradiente e à medida que as iterações prosseguem, o método *quasi*-Newton vai-se transformando num algoritmo semelhante ao do método de Newton. O método do gradiente conjugado, introduzido na secção 2.5.7, não calcula a matriz *hessiana*, nem uma aproximação à sua inversa, utilizando apenas os valores da função de erro e do seu gradiente, em cada iteração, sendo, portanto, um algoritmo simples e com vantagens significativas quando a dimensão do vector de parâmetros a estimar for considerável. Por fim, foram referidos os métodos de substituição e de Newton-Raphson, na secção 2.5.8, equivalentes aos métodos de gradiente e de Newton, respectivamente, para a resolução numérica da equação correspondente ao critério de erro de predição correlacionado com dados anteriores, apresentado na secção 2.4.4.

## 2.7. Bibliografia

O capítulo que agora se conclui foi elaborado com base num conjunto de bibliografia e na experiência adquirida ao longo dos últimos anos, particularmente, no âmbito da identificação de sistemas aplicada à estimação de diversas grandezas do motor de indução trifásico, que se iniciou com a dissertação de mestrado [Leite 96].

O trabalho que resultou de [Leite 96], foi aprofundado neste capítulo e complementado com uma lista bibliográfica, cujo núcleo central pode ser identificado através das seguintes referências bibliográficas: [Lawson 74], [Eykhoff 79], [Ljung 83], [Söderström 89], [Freitas 90], [Scharf 91], [Caussat 95], [Jayme 95], [Solo 95], [Haykin 96], [Åström 97], [Walter 97], [Landau 98], [Ljung 99] e [Ljung 00].



# Capítulo 3

Métodos recursivos de  
identificação paramétrica



# Índice

<b>3. Métodos recursivos de identificação paramétrica .....</b>	<b>85</b>
<b>3.1. Introdução .....</b>	<b>85</b>
<b>3.2. Método de mínimos quadrados recursivo (RLS) .....</b>	<b>86</b>
<b>3.3. Método recursivo da variável instrumental (RIV).....</b>	<b>90</b>
<b>3.4. Métodos recursivos de erro de predição (RPEM).....</b>	<b>91</b>
<b>3.5. Método recursivo para regressões pseudo-lineares (RPLR) .....</b>	<b>94</b>
<b>3.6. Selecção das modificações de cada iteração .....</b>	<b>95</b>
3.6.1. Escolha da direcção de convergência.....	95
3.6.2. Escolha do ganho e do factor de esquecimento .....	96
3.6.2.1. Escolha do factor de esquecimento .....	97
3.6.2.2. Escolha do ganho.....	97
<b>3.7. Forma geral dos RPEM que inclui a variação de parâmetros .....</b>	<b>98</b>
<b>3.8. Identificação recursiva de estruturas de modelos de espaço de estados.....</b>	<b>98</b>
3.8.1. Filtro de Kalman (KF).....	98
3.8.1.1. Estimação de mínimos quadrados recursiva de sistemas MIMO .....	100
3.8.1.2. Sistema estacionário sem ruído de sistema .....	101
3.8.1.3. Sistema dinâmico com ruído de sistema .....	102
3.8.1.4. Influência das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida ....	104
3.8.1.5. Detecção de divergência.....	105
3.8.2. Variante do filtro de Kalman para a representação de inovações .....	105
3.8.3. Filtro de Kalman extendido (EKF) .....	107
<b>3.9. Estimação de estado adaptativa .....</b>	<b>111</b>
3.9.1. Estimador de estado adaptativo baseado no filtro de Kalman estendido.....	112
3.9.2. Estimador de estado adaptativo baseado no KF e num RPEM.....	112
<b>3.10. Resumo.....</b>	<b>114</b>
<b>3.11. Bibliografia.....</b>	<b>116</b>

## 3. Métodos recursivos de identificação paramétrica

### 3.1. Introdução

Este capítulo é dedicado aos métodos recursivos de estimação de parâmetros em sistemas lineares e não lineares, sendo neste caso, descritos através de classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados.

Ao longo das secções 3.2 a 3.5 são apresentadas várias famílias de métodos recursivos bem conhecidos, nomeadamente, método recursivo de mínimos quadrados (RLS – *Recursive Least Squares*), método recursivo da variável instrumental (RIV – *Recursive Instrumental Variable*), método recursivo de erro de predição (RPEM – *Recursive Prediction Error Method*) e método recursivo de regressões pseudo-lineares (RPLR – *Recursive PseudoLinear Regression*).

Na secção 3.6 é apresentado o modo como podem ser seleccionadas as modificações da direcção de convergência, do ganho e do factor de esquecimento.

Na secção 3.7 é apresentada a versão geral do método recursivo de erro de predição, admitindo que os parâmetros são variantes no tempo de modo aleatório.

A secção 3.8 é dedicada à identificação recursiva de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados, que descrevem sistemas lineares na secção 3.8.1 e 3.8.2, e sistemas não lineares na secção 3.8.3. Ao longo da secção 3.8.1 é abordado o algoritmo do filtro de Kalman (KF – *Kalman Filter*) e estudada a influência das matrizes de covariância do ruído de sistema e de observação na dinâmica do algoritmo. São ainda abordados alguns aspectos relacionados com a eventual divergência do algoritmo. A variante do KF para a representação de inovações é apresentada na secção 3.8.2 e na secção 3.8.3 é desenvolvido o algoritmo do filtro de Kalman estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*) para a identificação recursiva de sistemas não lineares, cuja não linearidade pode resultar da estimação simultânea de estados e de parâmetros do sistema ou do carácter não linear da própria dinâmica do sistema.

Na secção 3.9 apresenta-se uma metodologia alternativa ao EKF para a estimação conjunta de estados e parâmetros, a qual assenta no conceito de estimação de estado adaptativa.

Os sistemas variantes no tempo, referidos no primeiro capítulo, constituem uma forte razão para a utilização, na prática, de métodos recursivos de identificação, porque é necessário que o algoritmo de estimação acompanhe a variação temporal dos parâmetros. Neste contexto, apresentam-se, ao longo das próximas secções, as bases dos métodos recursivos no tempo.

### 3.2. Método de mínimos quadrados recursivo (RLS)

Consideremos o algoritmo de estimação de mínimos quadrados, ponderado pela função de pesagem  $\beta(t, k)$ , como apresentado no capítulo anterior, o qual utiliza a função de erro quadrática  $J(\theta, Z)$ , definida como de segue:

$$J(\theta, Z) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \left( y(k) - \varphi^T(k) \theta \right)^2. \quad (3.1)$$

O método de mínimos quadrados pode então escrever-se do seguinte modo:

$$\hat{\theta}(t) = \arg \min \frac{1}{N} \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \left( y(k) - \varphi^T(k) \theta \right)^2, \quad (3.2)$$

que também pode tomar a forma:

$$\hat{\theta}(t) = \left[ \tilde{R}(t) \right]^{-1} f(t), \quad (3.3a)$$

em que:

$$\tilde{R}(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k) \varphi^T(k), \quad (3.3b)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k) y(k). \quad (3.3c)$$

Para obter  $\hat{\theta}(t)$ , utilizando (3.3), é necessário obter  $\tilde{R}(t)$  e  $f(t)$  a partir do vector de dados  $Z^t$  e resolver a equação (3.3a). Se por acaso no instante  $t$ , já dispuséssemos de  $\hat{\theta}(t-1)$ , isso não acrescentaria qualquer ajuda adicional. No entanto,  $\hat{\theta}(t)$  e  $\hat{\theta}(t-1)$  estão intimamente relacionadas através de (3.3). Exploremos então, de perto, esta relação.

Vamos admitir, de acordo com [Ljung 99], que a função de pesagem  $\beta(t, k)$  tem a seguinte propriedade:

$$\begin{cases} \beta(t, k) = \lambda(t) \beta(t-1, k) \\ \beta(t, t) = 1 \end{cases}, \quad 1 \leq k \leq t-1, \quad (3.4)$$

na qual  $\lambda(t)$  corresponde ao factor de esquecimento. Repare-se que a propriedade (3.4) também se pode escrever do seguinte modo:

$$\beta(t, k) = \prod_{j=k+1}^t \lambda(j). \quad (3.5)$$

Adiante será abordado o significado desta propriedade. Para já, ela permite-nos reescrever  $\tilde{R}(t)$  e  $f(t)$  como se segue:

$$\tilde{R}(t) = \lambda(t) \tilde{R}(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t), \quad (3.6a)$$

$$f(t) = \lambda(t) f(t-1) + \varphi(t) y(t). \quad (3.6b)$$

Repare-se que, embora um pouco demorada, a demonstração de (3.5) e (3.6) é muito simples.

Retomando a expressão de  $\hat{\theta}(t)$ , em (3.3a), podemos escrever sucessivamente:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t) &= \tilde{R}^{-1}(t)f(t) = \tilde{R}^{-1}(t)[\lambda(t)f(t-1) + \varphi(t)y(t)] = \\ &= \tilde{R}^{-1}(t)[\lambda(t)\tilde{R}(t-1)\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)y(t)] = \\ &= \tilde{R}^{-1}(t)\left\{[\tilde{R}(t) - \varphi(t)\varphi^T(t)]\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)y(t)\right\}.\end{aligned}$$

Obtemos, deste modo, o seguinte algoritmo recursivo:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \tilde{R}^{-1}(t)\varphi(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)], \quad (3.7a)$$

$$\tilde{R}(t) = \lambda(t)\tilde{R}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t). \quad (3.7b)$$

Note-se que, no instante  $t-1$ , guardamos apenas os valores de  $\hat{\theta}(t-1)$  e  $\tilde{R}(t-1)$ , os quais são actualizados no instante  $t$  através de (3.7a) e (3.7b).

Vimos no capítulo anterior, que existe um conjunto de métodos numéricos de minimização do critério de erro, que tem por objectivo evitar a inversão de uma matriz em cada iteração, designadamente a matriz *hessiana* da função de erro e/ou do erro de predição. Também aqui é conveniente encontrar um procedimento que evite a necessidade de inversão da matriz  $\tilde{R}(t)$ , em cada passo do algoritmo recursivo. Com este intuito, consideremos a matriz  $P(t)$  como sendo:

$$P(t) = \tilde{R}^{-1}(t), \quad (3.8)$$

Utilizando o lema da matriz inversa (demonstrado, por exemplo, em [Åström 95]), dado por:

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1} \quad (3.9)$$

e definindo  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  como se segue:

$$A = \lambda(t)\tilde{R}^{-1}(t-1), \quad B = D^T = \varphi(t) \quad \text{e} \quad C = 1,$$

obtemos para a matriz  $P(t)$  a seguinte expressão:

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \right]. \quad (3.10)$$

Deste modo, o algoritmo recursivo (3.7) pode agora escrever-se:

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1), \quad (3.11a)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|\theta), \quad (3.11b)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)\varepsilon(t), \quad (3.11c)$$

com  $P(t)$  calculada através de (3.10). Repare-se ainda que na estimação de  $\hat{\theta}(t)$ , utilizando (3.11c),  $P(t)\varphi(t)$  pode substituir-se por  $L(t)$ , cuja expressão é obtida do seguinte modo:

$$L(t) = P(t)\varphi(t) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t)} - \frac{1}{\lambda(t)} \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} = \\
&= \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \left( \frac{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t)} - \frac{\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t)} \right) = \\
&= \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}.
\end{aligned}$$

O método de mínimos quadrados recursivo (RLS) é então descrito através do seguinte conjunto de equações:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)\varepsilon(t), \quad (3.12a)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1), \quad (3.12b)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}, \quad (3.12c)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \right]. \quad (3.12d)$$

A actualização introduzida sobre  $\hat{\theta}(t-1)$  em (3.7a) depende dos valores da matriz  $\tilde{R}(t)$ , em (3.3b) e (3.7), que por sua vez depende de  $\lambda(t)$ . O modo de actualização do vector de parâmetros estimado pode tornar-se intuitivo se a matriz  $\tilde{R}(t)$  for normalizada. Atendendo a (3.3b) a normalização pode ser feita do seguinte modo, como descrito em [Ljung 99]:

$$R(t) = \gamma(t)\tilde{R}(t), \quad (3.13)$$

em que  $\gamma(t)$  é dado por:

$$\gamma(t) = \frac{1}{\sum_{k=1}^t \beta(t, k)}. \quad (3.14)$$

Atendendo a (3.4) podemos verificar que:

$$\frac{1}{\gamma(t)} = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) = \sum_{k=1}^{t-1} \beta(t, k) + \beta(t, t) = \lambda(t) \sum_{k=1}^{t-1} \beta(t-1, k) + 1 = \frac{\lambda(t)}{\gamma(t-1)} + 1. \quad (3.15)$$

Reescrevendo (3.7b), atendendo a (3.13), resulta:

$$R(t) = \gamma(t) \left[ \frac{\lambda(t)}{\gamma(t-1)} R(t-1) - \varphi(t)\varphi^T(t) \right]. \quad (3.16)$$

Tendo em conta, a partir de (3.15), que:

$$\frac{\lambda(t)}{\gamma(t-1)} = \frac{1 - \gamma(t)}{\gamma(t)} \quad (3.17)$$

e entrando com este resultado em (3.16), vem:

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t) [\varphi(t)\varphi^T(t) - R(t-1)]. \quad (3.18)$$

Assim, o algoritmo descrito por (3.7) pode, agora, ser também descrito como se segue:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1), \quad (3.19a)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t) R^{-1}(t) \varphi(t) \varepsilon(t), \quad (3.19b)$$

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t) [\varphi(t) \varphi^T(t) - R(t-1)]. \quad (3.19c)$$

Atendendo à equação (3.19b), a variável  $\gamma(t)$  pode ser interpretada como o passo ou o ganho do algoritmo (3.19) e visto que a matriz  $R(t)$  é normalizada, este algoritmo é designado por método de mínimos quadrados recursivo de ganho normalizado.

Os sistemas variantes no tempo justificam a utilização, na prática, de métodos recursivos de identificação, porque é necessário que o algoritmo de estimação acompanhe a variação temporal dos parâmetros. Efectivamente, o acompanhamento atrás mencionado, é realizado de acordo com a equação (3.2), associando um peso menor a dados mais antigos e um peso maior aos dados mais recentes. Isto significa que para a função de pesagem  $\beta(t, k)$ , introduzida em (3.4), podemos escolher:

$$\beta(t, k) = \lambda^{t-k}, \quad \text{com } \lambda(t) \equiv \lambda < 1. \quad (3.20)$$

Deste modo, os dados mais antigos têm um peso que decresce exponencialmente ao longo do tempo. Por essa razão,  $\lambda$  é designado por factor de esquecimento. O valor correspondente de  $\gamma(t)$ , de acordo com (3.15), será:

$$\gamma(t) \equiv \gamma = 1 - \lambda. \quad (3.21)$$

Uma forma alternativa, mais conceptual, de trabalhar com parâmetros variantes no tempo, é postular que os verdadeiros parâmetros variam ao longo do tempo de modo aleatório, isto é:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + e(t), \quad (3.22)$$

onde  $\{e(t)\}$  é uma sequência de variáveis aleatórias independentes com distribuição *gaussiana* e matriz de covariância,  $R_s(t)$ , dada por:

$$R_s(t) = E \{ e(t) e^T(t) \}. \quad (3.23)$$

Por outro lado, como vimos nos capítulos anteriores, para o caso de uma regressão linear, a função:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1), \quad (3.24)$$

corresponde à predição da saída real do sistema que se pode escrever na forma:

$$y(t) = \varphi^T(t) \theta_0 + v(t), \quad (3.25)$$

em que:

$$E \{ v(t) v^T(t) \} = R_m(t). \quad (3.26)$$

Repare-se que as equações (3.22) e (3.25) formam uma classe de estruturas de modelos estocástica na representação de espaço de estados:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + e(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases}, \quad (3.27)$$

em que  $x(t) = \theta(t)$ ,  $A = I$ ,  $B = D = 0$  e  $C = \varphi^T(t)$ .

À estrutura de modelos composta por (3.22) e (3.25) pode ser aplicado o filtro de Kalman, introduzido no primeiro capítulo, equações (1.81) a (1.83), resultando:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1), \quad (3.28a)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)\varepsilon(t), \quad (3.28b)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{R_m(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}, \quad (3.28c)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{R_m(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} + R_s(t). \quad (3.28d)$$

O algoritmo do filtro de Kalman (3.28) foi introduzido no primeiro capítulo e será detalhado mais adiante, pela sua relevância do contexto da presente dissertação. Contudo, é de salientar, nesta altura, a sua semelhança com o método de mínimos quadrados recursivo (3.12), enquanto estimador de parâmetros. Repare-se que se  $R_s(t) = 0$  e  $R_m(t) = 1$ , resulta de facto, o método de mínimos quadrados recursivo com factor de esquecimento igual a 1, isto é,  $\lambda(t) = 1$  em (3.12).

De realçar o facto de  $\lambda$  em (3.12) e  $R_s$  em (3.28), serem variáveis de projecto com uma funcionalidade similar. Devem ser seleccionados de modo a satisfazer, convenientemente, o compromisso entre:

- a capacidade de acompanhamento da evolução temporal dos parâmetros, o que implica  $\lambda$  “pequeno” e  $R_s$  “grande” e
- a convergência adequada e variâncias reduzidas nos parâmetros estimados em sistemas invariantes no tempo, o que requer  $\lambda$  próximo de 1 e  $R_s$  próximo de 0.

De realçar também que o algoritmo (3.28) oferece maior flexibilidade do que o algoritmo (3.12), uma vez que todos os elementos da matriz  $R_s$  podem ser convenientemente programados. Por exemplo, a matriz pode ser diagonal (como acontece na maior parte dos casos) e pode atribuir-se diferentes valores aos elementos da mesma. Esta possibilidade, é de importância relevante quando se deseja associar diferentes dinâmicas, isto é, diferentes variações temporais, aos diferentes parâmetros.

Mais detalhes sobre o RLS e o KF enquanto estimadores de parâmetros, podem ser encontrados em [Ljung 83], [Söderström 89], [Walter 97], [Landau 98] e [Ljung 99].

### 3.3. Método recursivo da variável instrumental (RIV)

No caso de se usar a variável instrumental, ou instrumentos, que introduzimos no capítulo anterior, então (3.3) passa a ser:

$$\hat{\theta}(t) = [\tilde{R}(t)]^{-1} f(t), \quad (3.29a)$$

$$\tilde{R}(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \xi(k) \varphi^T(k), \quad (3.29b)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \xi(k) y(k). \quad (3.29c)$$

O algoritmo é, consequentemente, similar a (3.12):

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t) \left[ y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \right], \quad (3.30a)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1) \xi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t) P(t-1) \xi(t)}, \quad (3.30b)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ P(t-1) - \frac{P(t-1) \xi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t) P(t-1) \xi(t)} + R_s(t) \right]. \quad (3.30c)$$

Podemos constatar que a única diferença, do ponto de vista algébrico, consiste na substituição de  $\varphi(t)$  pela variável instrumental  $\xi(t)$ , enquanto que  $\varphi^T(t)$  se mantém. Mais detalhes sobre o método RIV encontram-se a em [Ljung 83] e [Söderström 89].

### 3.4. Métodos recursivos de erro de predição (RPEM)

De modo semelhante ao caso dos mínimos quadrados, pesado pela função de pesagem  $\beta(t, k)$ , consideremos a função de erro quadrática, definida por:

$$J(\theta, Z^t) = \gamma(t) \frac{1}{2} \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varepsilon^2(k, \theta). \quad (3.31)$$

Repare-se que a partir de (3.14), resulta:

$$\sum_{k=1}^t \gamma(t) \beta(t, k) = 1.$$

O gradiente de (3.31) relativamente ao vector de parâmetros é obtido do seguinte modo:

$$\begin{aligned} J'(\theta, Z^t) &= -\gamma(t) \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \psi(k, \theta) \varepsilon(k, \theta) = \\ &= \gamma(t) \left[ \lambda(t) \frac{1}{\gamma(t-1)} J'(\theta, Z^{t-1}) - \psi(t, \theta) \varepsilon(t, \theta) \right], \end{aligned}$$

pelo que o gradiente é dado por:

$$J'(\theta, Z^t) = J'(\theta, Z^{t-1}) + \gamma(t) \left[ -\psi(t, \theta) \varepsilon(t, \theta) - J'(\theta, Z^{t-1}) \right]. \quad (3.32)$$

Para o caso do erro de predição temos a fórmula geral do algoritmo iterativo de minimização da função de erro  $J(\theta, Z)$ , introduzida no capítulo anterior, reescrita como se segue:

$$\hat{\theta}(k, Z^t) = \hat{\theta}(k-1, Z^t) - \alpha(k, Z^t) \left[ R(k, Z^t) \right]^{-1} J'(\hat{\theta}(k-1, Z^t), Z^t), \quad (3.33)$$



onde  $Z^t$  representa o conjunto de dados observados até ao instante  $t$  e a variável  $k$  refere-se ao número da iteração no processo de minimização do critério de erro.

Vamos agora admitir que, por cada iteração  $k$ , adquirimos um novo conjunto de dados, ou seja, a amostragem e o cálculo associado à iteração são realizados à mesma cadência. Assim, podemos escrever o algoritmo geral como se segue:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) - \alpha(t) [R(t)]^{-1} J'(\hat{\theta}(t-1), Z^t). \quad (3.34)$$

Vamos assumir que o vector de parâmetros estimado  $\hat{\theta}(t-1)$ , minimiza a função de erro  $J(\theta, Z^{t-1})$ , que é, naturalmente, uma aproximação. Nesse caso,

$$J'(\hat{\theta}(t-1), Z^{t-1}) = 0 \quad (3.35)$$

e a partir de (3.32) vem:

$$J'(\hat{\theta}(t-1), Z^t) = -\gamma(t) \psi(t, \hat{\theta}(t-1)) \varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1)). \quad (3.36)$$

Com a aproximação anterior e fazendo  $\alpha(t) = 1$ , obtemos o algoritmo:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t) R^{-1}(t) \psi(t, \hat{\theta}(t-1)) \varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1)). \quad (3.37)$$

A principal dificuldade em (3.37) está no cálculo de  $\psi(t, \hat{\theta}(t-1))$  e  $\varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1))$  que, por sua vez, derivam da predição da saída do sistema,  $\hat{y}(t | \hat{\theta}(t-1))$ . O cálculo deste sinal de predição depende da estrutura de modelos mas, em geral, necessita de todos os dados até ao instante  $t-1$ , isto é,  $Z^{t-1}$ . Assim, fica inviabilizada a possibilidade de o algoritmo (3.37) funcionar de modo recursivo com utilização reduzida de memória.

Para tornar o algoritmo (3.37) recursivo sem recorrer aos dados históricos, deve utilizar-se uma aproximação às variáveis  $\psi(t, \hat{\theta}(t-1))$  e  $\varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1))$ . Para isso são efectuadas as seguintes aproximações:

$$\hat{y}(t | \hat{\theta}(t-1)) \approx y(t), \quad (3.38a)$$

$$\psi(t, \hat{\theta}(t-1)) \approx \psi(t), \quad (3.38b)$$

as quais podem ser realizadas em tempo real. Mais detalhes sobre este assunto podem encontrar-se em [Ljung 83], [Söderström 89] ou [Ljung 99]. O modo como estas aproximações são realizadas depende da estrutura de modelos e está exemplificada em [Söderström 89], para o caso da classe de estrutura ARMAX.

Para o caso da escolha da direcção de procura do mínimo da função de erro, apresentada no capítulo anterior, ser feita de acordo com o método de Gauss-Newton (equação 2.122), as aproximações (3.38a) e (3.38b) sugerem a seguinte opção:

$$R(t) = \gamma(t) \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \psi(t) \psi^T(t). \quad (3.39)$$

O algoritmo recursivo de Gauss-Newton, é um dos métodos recursivos de erro de predição e obtém-se entrando com (3.38) e (3.39) em (3.37), resultando o seguinte algoritmo:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t), \quad (3.40a)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t)R^{-1}(t)\psi(t)\varepsilon(t), \quad (3.40b)$$

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t)\left(\psi(t)\psi^T(t) - R(t-1)\right). \quad (3.40c)$$

Os métodos recursivos de erro de predição, RPEM – *Recursive Prediction-Error Methods*, resultam da utilização do algoritmo que assenta em (3.40b). Da escolha da estrutura de modelos bem como da escolha de  $R(t)$  para este algoritmo, resulta um conjunto de métodos recursivos de erro de predição bem conhecidos, entre eles o de método de Gauss-Newton recursivo que acabámos de introduzir.

### Outros métodos recursivos de erro de predição

I. Consideremos o caso de uma regressão linear:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t)\theta. \quad (3.41)$$

Neste caso,

$$\psi(t, \theta) = \psi(t) = \varphi(t) \quad (3.42)$$

e (3.40) corresponde ao método dos mínimos quadrados recursivo, com ganho normalizado, descrito por (3.19).

II. Ainda para o caso da regressão linear (3.41), mas escolhendo a direcção  $R(t)$  de acordo com o algoritmo do gradiente, isto é  $R(t) = I$ , resulta:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t)\varphi(t)\varepsilon(t), \quad (3.43a)$$

onde  $\gamma(t)$  pode ser normalizado por:

$$\gamma(t) = \frac{\gamma'(t)}{|\varphi(t)|^2}. \quad (3.43b)$$

Assim, (3.43a) corresponde ao método designado por LMS - *Least Mean Squares*, muito utilizado em problemas de processamento adaptativo de sinais, como por exemplo, em [Orfanidis 90], [Haykin 96], [Diniz 97] e [Abrantes 00].

III. Se considerarmos a estrutura ARMAX, obtemos o método recursivo de máxima verosimilhança, cujos detalhes de aplicação podem encontrar-se em [Ljung 83], [Goodwin 84], [Landau 98] e [Ljung 99].

IV. Aplicando o algoritmo à estrutura ARARX (que utiliza os polinómios  $A$ ,  $B$  e  $D$ , descritos no capítulo 1), temos uma versão diferente do método de máxima verosimilhança, enquanto que, se for dada uma forma diagonal a  $R(t)$ , resulta o método recursivo de mínimos quadrados generalizado, RGLS - *Recursive Generalised Least Squares*, [Landau 98].

V. Aplicado à classe de estruturas de modelos de espaço de estados, o algoritmo RPEM é muito próximo do filtro de Kalman estendido, EKF - *Extended Kalman Filter*, como se comprova em [Ljung 83]. O aprofundamento deste assunto pode ser encontrado em [Grewal 93], [Lewis 86], [Haykin 96] e [Walter 97]. Pela relevância que tem na presente dissertação, o filtro de Kalman estendido será objecto de um estudo detalhado, mais adiante, neste capítulo.

Uma das principais vantagens dos RPEM que resultam de (3.40b) consiste na sua aplicação genérica. O único requisito destes métodos relativamente à estrutura de modelos é a garantia de ser possível efectuar o cálculo do gradiente. O princípio básico dos RPEM está ilustrado na figura 3.1.

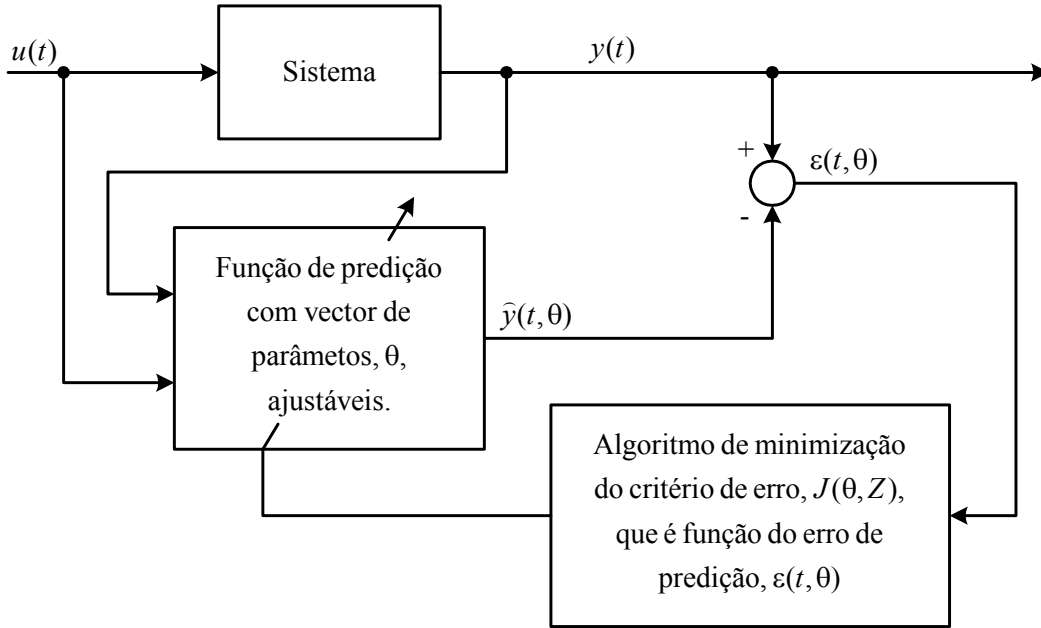


Figura 3.1: Diagrama de blocos dos RPEM.

### 3.5. Método recursivo para regressões pseudo-lineares (RPLR)

Consideremos de novo a regressão pseudo-linear:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t, \theta) \theta, \quad (3.44)$$

para a qual em [Ljung 99] é apresentado o algoritmo geral:

$$\hat{\theta}(k, Z^t) = \hat{\theta}(k-1, Z^t) + [R(k-1, Z^t)]^{-1} f(\hat{\theta}(k-1, Z^t), Z^t), \quad (3.45a)$$

$$R(k-1, Z^t) = \gamma(t) \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k, \hat{\theta}(k-1, Z^t)) \varphi^T(k, \hat{\theta}(k-1, Z^t)), \quad (3.45b)$$

$$f(\theta, Z^t) = \gamma(t) \sum_{k=1}^t \beta(t, k) \varphi(k, \hat{\theta}(t-1)) \varepsilon(k, \hat{\theta}(t-1)). \quad (3.45c)$$

Tal como foi feito no caso dos métodos recursivos de erro de predição, vamos assumir que cada iteração é realizada quando novos dados são adquiridos e que o valor estimado  $\hat{\theta}(t-1)$  é solução da equação:

$$f(\hat{\theta}(t-1), Z^{t-1}) = 0.$$

Assim, a partir de (3.45) vem:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t)R^{-1}(t)\varphi(t, \hat{\theta}(t-1))\varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1)), \quad (3.46a)$$

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t)\left[\varphi(t, \hat{\theta}(t-1))\varphi^T(t, \hat{\theta}(t-1)) - R(t-1)\right]. \quad (3.46b)$$

Este algoritmo tem o mesmo problema dos RPEM: o cálculo de  $\varphi(t, \hat{\theta}(t-1))$  e  $\varepsilon(t, \hat{\theta}(t-1))$ , não pode ser feito recursivamente. Resolve-se esta dificuldade de modo semelhante ao que foi feito com os RPEM, isto é, recorrendo às seguintes aproximações:

$$\hat{y}(t | \hat{\theta}(t-1)) \approx y(t) \quad \text{e} \quad \varphi(t, \hat{\theta}(t-1)) \approx \varphi(t),$$

obtendo, assim, os designados métodos recursivos para regressões pseudo-lineares, RPLR - *Recursive Pseudolinear Regression*:

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1), \quad (3.47a)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t | \theta), \quad (3.47b)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t)R^{-1}(t)\varphi(t)\varepsilon(t), \quad (3.47c)$$

$$R(t) = R(t-1) + \left(\varphi(t)\varphi^T(t) - R(t-1)\right). \quad (3.47d)$$

Estes métodos são muito similares ao método de mínimos quadrados recursivo (3.19). O mesmo programa pode ser utilizado tanto para estes métodos, como para o método dos mínimos quadrados recursivo. A diferença prática é que  $\varphi(t)$  em (3.47) contém entradas que são construídas a partir de dados obtidos à custa de modelos baseados em parâmetros estimados anteriormente. Note-se ainda que os RPLR podem obter-se a partir dos RPEM, substituindo  $\psi(t)$  em (3.40) por  $\varphi(t)$ .

O algoritmo (3.47), representa uma família de métodos bem conhecidos quando aplicado a casos específicos de (3.44), entre os quais, o mais conhecido talvez seja o que resulta da sua aplicação na estrutura de modelos ARMAX, conhecido por ELS - *Extended Least Squares*, veja-se por exemplo, [Ljung 83] e [Landau 98].

### 3.6. Selecção das modificações de cada iteração

O cálculo do sinal de predição resulta da correspondente estrutura de modelos e a escolha de  $\varphi(t)$  ou  $\psi(t)$  tem as suas raízes na adopção do algoritmo do erro de predição ou de regressões pseudo-lineares. A questão que ainda se mantém pendente é a escolha da direcção de procura do mínimo do critério de erro,  $R^{-1}(t-1)$ , e o ganho de cada iteração. O que a seguir se apresenta, refere-se aos RPEM, mas para ser válido nos RPLR, basta substituir  $\psi(t)$  por  $\varphi(t)$ .

#### 3.6.1. Escolha da direcção de convergência

Como referido em [Ljung 99], há duas escolhas básicas para a direcção de convergência:

i. A direcção de Gauss-Newton, que corresponde a aproximar a matriz  $R(t)$  à matriz *hessiana* da função de erro:

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t) \left( \psi(t) \psi^T(t) - R(t-1) \right). \quad (3.48)$$

ii. A direcção do gradiente, que corresponde a escolher  $R(t)$  igual à matriz identidade escalada como se segue:

$$R(t) = |\psi(t)|^2 I, \quad (3.49)$$

ou então:

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t) \left( |\psi(t)|^2 I - R(t-1) \right). \quad (3.50)$$

A escolha entre as duas direcções é um compromisso entre a rapidez de convergência e a complexidade do algoritmo como se conclui da leitura do capítulo 2.

A direcção de Gauss-Newton requer, claramente, maior volume de cálculo. Tipicamente, a direcção do gradiente requer um número de operações proporcional a  $n\theta$  por iteração, enquanto a direcção de Gauss-Newton requer um número de operações proporcional a  $(n\theta)^2$ . Por outro lado, a convergência é, muitas vezes, drasticamente mais rápida segundo a direcção de Gauss-Newton.

Como referido em [Ljung 99], se os verdadeiros parâmetros variam no tempo é melhor utilizar outra direcção como a que é inerente ao algoritmo apresentado mais adiante na secção 3.7.

### 3.6.2. Escolha do ganho e do factor de esquecimento

Um aspecto importante dos algoritmos recursivos é a sua adaptação aos sistemas variantes no tempo. Há duas formas diferentes de o conseguir:

- i. Seleccionando um factor de esquecimento, através da função de pesagem  $\beta(t, k)$ , ou um ganho  $\gamma(t)$ , de modo adequado, embora estes dois aspectos sejam equivalentes, como se demonstra em (3.15);
- ii. Introduzindo uma matriz de covariância conhecida, ou assumida,  $R_s(t)$ , para as variações reais dos parâmetros por amostra, como em (3.30c). Assim, a matriz  $P(t)$  aumentará e, conseqüentemente, o ganho  $L(t)$ .

Em qualquer caso, a escolha do ganho é um compromisso entre a capacidade de acompanhamento da dinâmica dos parâmetros e da sensibilidade ao ruído. Um ganho elevado significa que o algoritmo está sensível a modificações nos parâmetros, mas ao mesmo tempo, sensível a perturbações de ruído nos dados, as quais podem ser interpretadas, erradamente, como alteração nos valores dos parâmetros.

### 3.6.2.1. Escolha do factor de esquecimento

A escolha do factor de esquecimento é conceptualmente simples. Este deve ser seleccionado de tal modo que o critério contenha, essencialmente, os dados relevantes para as propriedades mais recentes do sistema. Para um sistema que varia lentamente no tempo, o factor de esquecimento pode ser um valor constante:

$$\beta(t, k) = \lambda^{t-k}, \text{ isto é } \lambda(t) \equiv \lambda. \quad (3.51)$$

A constante  $\lambda$  é escolhida de modo a ser sempre ligeiramente inferior a 1, de modo que:

$$\beta(t, k) = e^{(t-k) \log \lambda} \approx e^{-(t-k)(1-\lambda)}. \quad (3.52)$$

Isto significa que os dados que são mais antigos do que,

$$T_0 = \frac{1}{1-\lambda} \quad (3.53)$$

amostras, são incluídos no critério com peso que é  $e^{-1} \approx 36\%$  dos dados mais recentes. Por isso, (3.53) é chamada constante de tempo da memória do critério de erro.

Se o sistema permanece aproximadamente invariável durante  $T_0$  amostras, um valor conveniente para  $\lambda$ , pode tirar-se de (3.53). Uma vez que o intervalo de amostragem reflecte, em princípio, as constantes de tempo naturais da dinâmica do sistema, podemos seleccionar  $\lambda$  de modo que  $T_0$  reflecta a relação entre as constantes de tempo das variações na dinâmica do sistema e as constantes de tempo da dinâmica do sistema. A gama típica de valores para o factor de esquecimento é de 0.98 a 0.995.

Também podemos considerar a resposta do sistema a uma mudança abrupta, por exemplo um degrau, que ocorreu  $k$  amostras atrás. A razão entre os dados relevantes e obsoletos para o critério é  $1-\lambda^k$ . A resposta a um degrau no sistema, é como um sistema de 1ª ordem com constante de tempo dada por (3.53).

É possível conceber um factor de esquecimento adaptativo para sistemas que sofrem mudanças bruscas nos seus parâmetros, seguidas de variações lentas. Quando a variação brusca é detectada,  $\lambda(t)$  deve ser pequeno de modo a não ter em conta as amostras mais antigas do critério de erro, e depois deve aumentar novamente até próximo de 1.

### 3.6.2.2. Escolha do ganho

Intuitivamente, o ganho  $\gamma(t)$  deverá reflectir a informação relativa contida nas observações actuais. Dados com informação importante (tendo em conta o que já é conhecido), devem ter um ganho elevado e vice versa. Isto é um princípio básico que pode ser aplicado a várias situações:

- para um sistema que se mantenha invariante, a importância de uma amostra decai  $1/t$ ;
- após alterações substanciais na dinâmica do sistema, a informação relativa dos dados aumenta;
- aquisições com fortes perturbações de ruído têm baixo conteúdo de informação;
- etc..

### 3.7. Forma geral dos RPEM que inclui a variação de parâmetros

De modo análogo à versão do filtro de Kalman, (3.28), podemos assumir que os verdadeiros parâmetros variam no tempo de acordo com a seguinte “lei”:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + e(t), \quad (3.54)$$

em que:

$$E\{e(t)e^T(t)\} = R_s(t).$$

Se admitirmos que a variância do ruído na saída é  $R_m(t)$ , então podemos escrever a versão geral do algoritmo recursivo de erro de predição (3.40), para estimação de parâmetros variantes no tempo, resultando:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t), \quad (3.55a)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)\varepsilon(t), \quad (3.55b)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)\psi(t)}{R_m(t) + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)}, \quad (3.55c)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)\psi(t)\psi^T(t)P(t-1)}{R_m(t) + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)} + R_s(t). \quad (3.55d)$$

Antes de iniciar a nova secção, convém realçar que os métodos (ou famílias de métodos) recursivos de estimação paramétrica, estudados até ao presente momento, gozam, globalmente, das mesmas propriedades dos métodos correspondentes não recursivos, alguns dos quais descritos do capítulo anterior, juntamente com as suas principais propriedades.

### 3.8. Identificação recursiva de estruturas de modelos de espaço de estados

Nesta secção é apresentado o desenvolvimento do filtro de Kalman, KF - *Kalman Filter*, enquanto estimador de estado, para sistemas descritos por classes de estruturas de modelos lineares, com representação de espaço de estados.

Para o caso de sistemas não lineares é apresentado o desenvolvimento do filtro de Kalman estendido, EKF - *Extended Kalman Filter*, o qual permite realizar a estimação conjunta do vector de estado e do vector de parâmetros desconhecidos da estrutura não linear de espaço de estados.

#### 3.8.1. Filtro de Kalman (KF)

Consideremos um dado sistema, descrito no domínio discreto e na representação de espaço de estados, de acordo com as seguintes equações:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \quad (3.56a)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (3.56b)$$

Com os elementos das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  perfeitamente conhecidos, seria possível estimar o vector de estado,  $x(t)$ , a partir do comportamento da saída do sistema,  $y(t)$ , e da estimulação, ou sinal de entrada,  $u(t)$ , em malha aberta, de acordo com a figura 3.2.

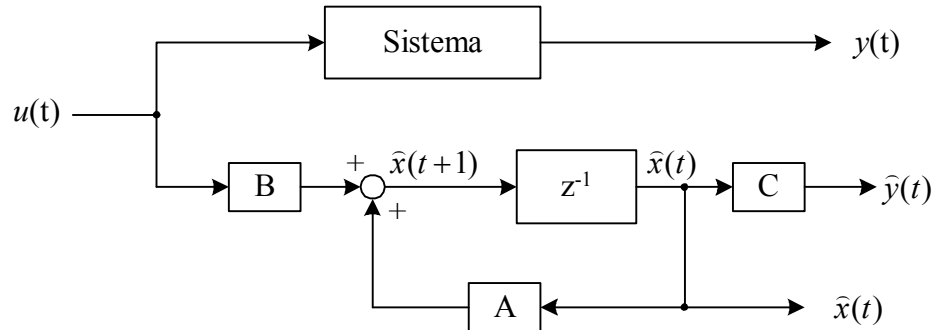


Figura 3.2: Observador básico.

Um observador de estado como este, conduziria a bons resultados se o modelo utilizado correspondesse a uma descrição precisa e estável do sistema físico em causa. O vector de estado seria correctamente estimado logo após um período transitório durante o qual seriam ultrapassadas as dificuldades devidas a uma eventual má inicialização. Contudo, tal situação levará à ocorrência de erros grosseiros, uma vez que a descrição do sistema físico através das equações (3.56), estará, certamente, longe de corresponder a um modelo perfeito.

Ao contrário do observador de estado anterior, representado na figura 3.2, o observador de Kalman-Luenberger realimenta o modelo com o desvio entre a saída real do sistema e a saída estimada do modelo, depois de multiplicado pela matriz de ganho  $K$ , como se pode ver na figura 3.3.

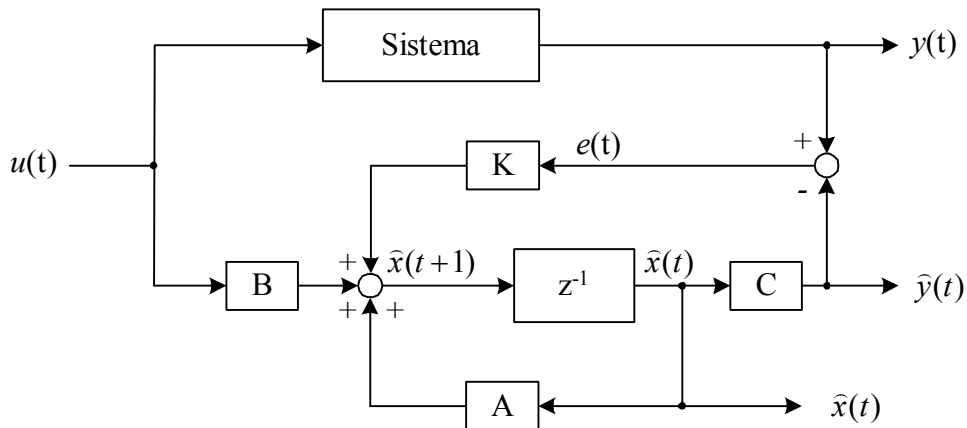


Figura 3.3: Observador de Kalman-Luenberger.

Os valores da matriz de ganho,  $K$ , determinam a dinâmica do observador, isto é, a rapidez com que o seu vector de estado se aproxima do estado do sistema, desde que o modelo descreva correctamente o sistema na ausência de ruído.



O KF utiliza a mesma estratégia de realimentação do modelo, mas considera também, e explicitamente, a presença de ruído, nomeadamente as perturbações que afectam o sistema e as medidas realizadas. É facilmente extensível a sistemas variantes no tempo, assumindo que este pode ser descrito através das equações seguintes:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + r_s(t), \quad (3.57a)$$

$$y(t) = Cx(t) + r_m(t). \quad (3.57b)$$

É possível realizar o objectivo de estimar o vector de estado actual do sistema,  $x(t)$ , a partir do vector de dados observados até ao instante  $t$ , proveniente da aquisição dos sinais de entrada,  $u$ , e de saída,  $y$ , conhecidas as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  em qualquer instante  $t$ .

O ruído do sistema,  $r_s$ , corresponde a entradas não determinísticas, tais como, erros de modelação, imperfeições dos controladores e outras perturbações externas. O ruído de observação, ou de medida,  $r_m$ , expressa fundamentalmente as imperfeições dos sensores. É assumido tratar-se de ruído *gaussiano*, em ambos os casos, pelo que:

$$E\{r_s(t)\} = E\{r_m(t)\} = 0, \quad (3.58a)$$

$$E\{r_s(t)r_m^T(t)\} = 0, \quad (3.58b)$$

$$E\{r_s(t)r_s^T(t)\} = R_s(t), \quad (3.58c)$$

$$E\{r_m(t)r_m^T(t)\} = R_m(t). \quad (3.58d)$$

As equações (3.58a) a (3.58d) correspondem à descrição de perturbações aleatórias, com valor médio nulo e não correlacionadas no tempo. Admite-se que as matrizes de covariância do ruído do sistema e das medidas, respectivamente,  $R_s(t)$  e  $R_m(t)$ , são conhecidas. Trata-se de matrizes diagonais cujos elementos da diagonal são valores positivos. Quanto maiores forem estes valores pior será o desempenho do sistema. A matriz  $R_s(t)$  atribui este facto ao ruído de sistema enquanto que a matriz  $R_m(t)$  o atribui a erros nas medidas. O vector de estado inicial,  $x_0$ , é definido como aleatório, com valor médio  $m_0$  e covariância  $X_0$ , conhecidos. Além disso, admite-se que  $x_0$  e  $r_s(t)$  não são correlacionados no tempo.

Nas secções seguintes vamos abordar a implementação do KF a partir da estimação de mínimos quadrados e posteriormente a sua utilização na identificação estocástica do estado do sistema e estimação de parâmetros.

### 3.8.1.1. Estimação de mínimos quadrados recursiva de sistemas MIMO

Começamos por introduzir o critério de mínimos quadrados no capítulo 2 para sistemas onde a predição da saída é descrita por (2.19). Depois foi introduzido o critério de mínimos quadrados ponderado por uma matriz de pesagem  $Q$  em (2.39). Já no presente capítulo, na secção 3.2, foram apresentadas algumas versões do método de mínimos quadrados recursivo, para sistemas com uma única saída. Consideremos agora um sistema com  $ny$  saídas, descrito por uma estrutura de modelos linear em relação aos seus  $n\theta$  parâmetros, de acordo com a seguinte regressão linear:

$$y(t+1|\theta) = \phi^T(t)\theta, \quad (3.59)$$

onde o vector de regressão  $\varphi(t)$ , se transforma numa matriz de dimensão  $n_\theta \times n_y$ . O método de mínimos quadrados minimiza o critério quadrático:

$$J(\theta, Z) = \sum_{t=1}^N \left( y(t) - \varphi^T(t-1)\theta \right)^T Q(t) \left( y(t) - \varphi^T(t-1)\theta \right), \quad (3.60)$$

onde  $Q(t)$  é uma matriz positiva definida e diagonal, a qual corresponde a uma matriz de pesagem do critério de erro anterior.

A estimação de mínimos quadrados pode ser calculada recursivamente através do seguinte algoritmo, similar a (3.12):

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t+1)\varepsilon(t+1), \quad (3.61a)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1 | \theta), \quad (3.61b)$$

$$\hat{y}(t+1 | \theta) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t), \quad (3.61c)$$

$$K(t+1) = \frac{P(t)\varphi(t)}{Q(t+1)^{-1} + \varphi^T(t)P(t)\varphi(t)}, \quad (3.61d)$$

$$P(t+1) = P(t) - K(t+1)\varphi^T(t)P(t). \quad (3.61e)$$

Repare-se que para obter o algoritmo escalar descrito pelas equações (3.12a) a (3.12d) basta substituir as matrizes  $K$  e  $Q$  pelas variáveis  $L$  e  $\lambda$ , respectivamente. Note-se que  $P(t+1)$  também se pode escrever:

$$P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t)}{Q(t+1)^{-1} + \varphi^T(t)P(t)\varphi(t)} \quad (3.62)$$

e pode ser interpretada como a matriz de covariância do erro de estimação, [Walter 97],

$$P(t) = E \left\{ \left( \theta - \hat{\theta}(t) \right) \left( \theta - \hat{\theta}(t) \right)^T \right\}, \quad (3.63)$$

desde que  $Q(t)$  seja a matriz inversa da covariância do ruído das medidas de  $y(t)$ , [Walter 97]. Mesmo quando  $Q^{-1}(t)$  é conhecida à partida, o algoritmo requer, em cada iteração, a inversão de uma matriz de dimensão  $n_y \times n_y$ .

### 3.8.1.2. Sistema estacionário sem ruído de sistema

Quando o estado do sistema é invariante no tempo, a representação de espaço de estados reduz-se a:

$$x(t+1) = x(t), \quad (3.64a)$$

$$y(t) = Cx(t) + r_m(t). \quad (3.64b)$$

Dadas as condições impostas a  $r_m$ , a forma mais natural de estimar o estado  $x$  consiste na minimização do erro quadrático,  $(y(t) - C(t)x(t))^2$ , pesado pela matriz inversa de covariância do ruído de medida. O método de estimação assim implementado é designado por Gauss-Markov ou máxima verosimilhança se, para além das condições já referidas, o ruído nas medidas,  $r_m$ , for considerado *gaussiano*.

A aplicação directa do método de mínimos quadrados, com

$$\hat{\theta}(t) = \hat{x}(t), \quad Q(t) = R_m^{-1}(t) \quad \text{e} \quad \varphi^T(t) = C(t+1),$$

leva-nos ao algoritmo do KF, similar a (3.28), descrito pelas equações seguintes:

$$\hat{y}(t+1 | \hat{x}(t)) = C(t)\hat{x}(t), \quad (3.65a)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1 | \hat{x}(t)), \quad (3.65b)$$

$$\hat{x}(t+1) = \hat{x}(t) + K(t+1)\varepsilon(t+1), \quad (3.65c)$$

$$K(t+1) = \frac{P(t)C^T(t+1)}{R_m(t+1) + C(t+1)P(t)C^T(t+1)}, \quad (3.65d)$$

$$P(t+1) = P(t) - K(t+1)C(t+1)P(t). \quad (3.65e)$$

### 3.8.1.3. Sistema dinâmico com ruído de sistema

Consideremos de novo o sistema estocástico descrito pelas equações (3.57a) e (3.57b). O estado do sistema é variante no tempo e evolui entre dois instantes de tempo de aquisição consecutivos devido à sua dinâmica e a presença de ruído no sistema torna essa evolução imprevisível. Assim, é necessário implementar duas fases:

- A de predição, onde são calculadas as predições de  $x$  e  $P$  no instante  $t+1$ , respectivamente,  $\hat{x}(t+1 | t)$  e  $P(t+1 | t)$ , dada a informação disponível no instante  $t$ , sendo os valores à partida;
- A de estimação, onde é actualizada a matriz  $P$  e estimado o vector  $x$ , no instante  $t+1$ , tendo já em conta a informação nesse instante  $t+1$ , respectivamente,  $\hat{x}(t+1 | t+1)$  e  $P(t+1 | t+1)$ , sendo os valores à posterior.

#### Predição de $x$ e $P$

O ruído de sistema,  $r_s$ , é constituído por uma sequência de vectores de variáveis aleatórias e independentes. Deste modo, valores passados não acrescentam qualquer informação ao valor actual. Substituindo  $r_s$  pelo seu valor médio, que é nulo, obtemos a seguinte predição de  $x$ :

$$\hat{x}(t+1 | t) = A(t)\hat{x}(t | t) + B(t)u(t), \quad (3.66)$$

que corresponderia à actualização do estado do sistema relativamente a  $\hat{x}(t | t)$  se não fosse a presença do ruído  $r_s$ .

O erro de predição será então:

$$x(t+1) - \hat{x}(t+1 | t) = A(t)(x(t) - \hat{x}(t | t)) + r_s(t). \quad (3.67)$$

Se a predição for não enviesada, isto é,

$$E\{x(t+1) - \hat{x}(t+1 | t)\} = 0,$$

e sê-lo-á se  $E\{x(t) - \hat{x}(t | t)\} = 0$ , então a matriz de covariância do erro será:

$$P(t+1 | t) = E\{(x(t+1) - \hat{x}(t+1 | t))(x(t+1) - \hat{x}(t+1 | t))^T\} =$$

$$\begin{aligned}
&= E \left\{ A(t) (x(t) - \hat{x}(t|t)) (x(t) - \hat{x}(t|t))^T A^T(t) \right\} + E \left\{ r_s(t) r_s^T(t) \right\} = \\
&= A(t) P(t|t) A^T(t) + R_s(t).
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Os restantes termos são nulos, visto que  $r_s(t)$  e  $x(t) - \hat{x}(t|t)$  são mutuamente não correlacionados.

### Estimação de $x$ e $P$

Durante esta fase, o conhecimento de  $x(t+1)$  e  $P(t+1)$  é actualizado e optimizado através da aquisição de novas medidas no instante  $t+1$ . Isto corresponde a um passo no caso do sistema estacionário referido na secção anterior, visto que o valor actual  $x(t+1)$  não se altera durante a actualização do seu valor.

As equações utilizadas no caso de um sistema estacionário, (3.65a) a (3.65d), podem assim ser utilizadas, desde que se proceda à alteração da notação como se indica a seguir, para distinguir os valores à partida e posteriores:

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t+1) &\rightarrow \hat{x}(t+1|t+1), \\
\hat{x}(t) &\rightarrow \hat{x}(t+1|t), \\
P(t+1) &\rightarrow P(t+1|t+1), \\
P(t) &\rightarrow P(t+1|t).
\end{aligned}$$

Uma iteração do algoritmo corresponde a obter  $\hat{x}(t+1|t+1)$  e  $P(t+1|t+1)$  podendo ser sintetizada como se segue:

- Predição do vector de estado e da matriz de covariância do erro de predição:

$$\hat{x}(t+1|t) = A(t)\hat{x}(t|t) + B(t)u(t), \tag{3.69}$$

$$P(t+1|t) = A(t)P(t|t)A^T(t) + R_s(t). \tag{3.70}$$

- Cálculo do ganho do filtro de Kalman:

$$K(t+1) = \frac{P(t+1|t)C^T(t+1)}{R_m(t+1) + C(t+1)P(t+1|t)C^T(t+1)}. \tag{3.71}$$

- Estimação dos valores das variáveis do vector de estado:

$$\hat{x}(t+1|t+1) = \hat{x}(t+1|t) + K(t+1)(y(t+1) - C(t+1)\hat{x}(t+1|t)). \tag{3.72}$$

- Estimação da matriz de covariância do erro de predição:

$$P(t+1|t+1) = P(t+1|t) - K(t+1)C(t+1)P(t+1|t). \tag{3.73}$$

Naturalmente, verificar-se-á que  $P(t+1|t+1) \leq P(t+1|t)$  e a informação recente de  $y(t+1)$  só poderá contribuir para a diminuição da incerteza no vector de estado.

Quanto à inicialização do algoritmo, sendo conhecidos os valores médios do vector de estado e da matriz de covariância do erro de predição, do estado inicial  $x(0)$ , respectivamente,  $E(x(0))$  e  $E(P(0))$ , então dever-se-á escolher  $\hat{x}(0|0) = E(x(0))$  e  $P(0|0) = E(P(0))$ . Caso contrário, pode fazer-se  $\hat{x}(0|0) = 0$  e  $P(0|0) = \delta I$ , em que  $\delta$  é um valor escalar positivo e

suficientemente elevado de modo a expressar a falta de confiança no vector de estado inicial. A inicialização da matriz  $P$  pode ainda ser efectuada através de uma matriz diagonal cujos valores iniciais da diagonal devem reflectir, tanto quanto possível, as amplitudes relativas dos valores reais das variáveis de estado, particularmente quando estes são significativamente diferentes. Nestas situações, é conveniente escalar convenientemente o vector de estado, de modo que todas as variáveis de estado tenham aproximadamente a mesma importância relativa.

A característica mais importante do KF consiste na sua natureza recursiva, contribuindo, assim, para uma implementação relativamente simples em tempo real como é o caso de aplicações de controlo do motor de indução, como veremos mais adiante.

#### 3.8.1.4. Influência das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida

A fórmula (3.71), utilizada para calcular a matriz de ganho  $K(t+1)$ , implica que:

$$K(t+1) \left[ R_m(t+1) + C(t+1)P(t+1|t)C^T(t+1) \right] = P(t+1|t)C^T(t+1).$$

Depois de multiplicar ambos os membros da equação por  $R_m^{-1}(t+1)$ , obtém-se:

$$K(t+1) \left[ I + C(t+1)P(t+1|t)C^T(t+1)R_m^{-1}(t+1) \right] = P(t+1|t)C^T(t+1)R_m^{-1}(t+1).$$

Assim,

$$K(t+1) = \left[ P(t+1|t) - K(t+1)C(t+1)P(t+1|t) \right] C^T(t+1)R_m^{-1}(t+1).$$

Atendendo a (3.73) a equação anterior pode escrever-se do seguinte modo:

$$K(t+1) = \frac{P(t+1|t+1)}{R_m(t+1)} C^T(t+1). \quad (3.74)$$

Consequentemente, para uma dada matriz  $R_m(t+1)$ , o ganho do filtro aumenta com  $P(t+1|t+1)$ . Esta será elevada se  $P(0|0)$  o for também, embora este efeito inicial desapareça rapidamente. Mais significativo é notar que  $P(t+1|t+1)$  será grande se o ruído do sistema,  $r_s(t)$ , for elevado. Quanto maior for o ganho mais dinâmico será o comportamento do filtro, isto é, mais rapidamente a estimação do estado será modificada de modo a ter em conta novas medidas. Este comportamento expressa a falta de confiança na predição do estado estimado.

Por outro lado, para uma matriz  $P(t+1|t+1)$ , quanto maior for a covariância do ruído das medidas,  $r_m(t)$ , menor será o ganho, pelo que menos importância será dada a novas medidas na actualização da estimação do novo vector de estado. Isto expressa a falta de confiança nas novas medidas. A figura 3.4 apresenta um esquema simplificado que ajuda a sistematizar as duas possibilidades de aumentar o ganho  $K$  bem como o seu efeito sobre a dinâmica do KF.

Repare-se que fica implícito, numa análise mais profunda à figura 3.4, que é possível ajustar individualmente e de modo diferenciado, os elementos das matrizes. Assim, é possível, por exemplo, aumentar a dinâmica do filtro relativamente ao acompanhamento de uma dada variável de estado e manter ou diminuir a sua dinâmica em relação às restantes variáveis de estado, conforme a informação disponível à partida sobre a dinâmica do vector de estado. Esta flexibilidade é também importante quando o conteúdo informativo dos sinais e a relação sinal ruído variarem ao longo do tempo.

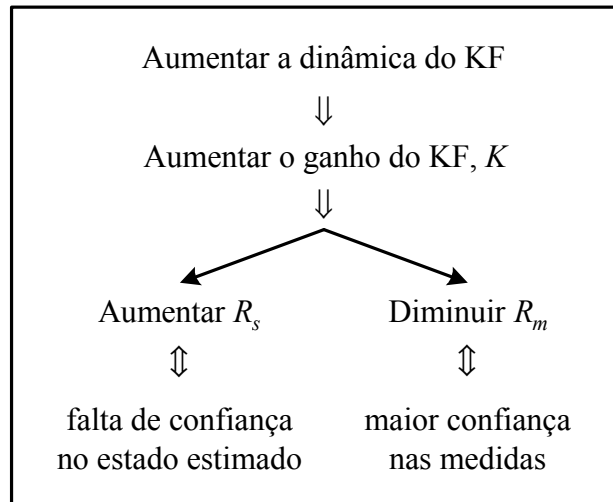


Figura 3.4: Possibilidades de ajuste da dinâmica do filtro de Kalman.

### 3.8.1.5. Detecção de divergência

É possível testar se o KF está a convergir, calculando a covariância do desvio entre a predição e a medida real da saída do sistema, de modo a detectar qualquer desvio que possa ser considerado como improvável. Consideremos o erro de predição da saída:

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1|t) = C(t+1)(x(t+1) - \hat{x}(t+1|t)) + r_m(t+1).$$

Se  $E\{\varepsilon(t+1)\} = 0$ , que será verdade no caso de o valor inicial do vector de estado estimado ser não enviesado, então a covariância do erro de predição da saída será calculada por:

$$E\{\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1)\} = C(t+1)P(t+1|t)C^T(t+1) + R_m(t+1)$$

e o desvio padrão associado a cada saída é a raiz quadrada do respectivo elemento da diagonal. Qualquer desvio entre a predição e a medida das saídas que exceda três desvios padrão pode ser considerado excessivo. A menos que este seja apenas um fenómeno transitório, tal indicará que o filtro está a divergir.

A divergência, a ocorrer, poderá dever-se a, por exemplo:

- Modelação incorrecta ou deficiente da dinâmica do sistema devido, por exemplo, à possibilidade das matrizes  $A(t)$ ,  $B(t)$  e  $C(t)$  terem sido mal escolhidas e certas hipóteses de linearidade não se verificarem;
- Subestimação do ruído de sistema, em resultado de se considerar  $R_s(t)$  baixa;
- Inicialização incorrecta, com  $P(0|0)$  muito pequena.

Uma forma *ad hoc* de evitar a divergência do KF consiste no aumento da matriz de covariância do ruído do sistema  $R_s(t)$ , como sugerido em [Walter 97].

### 3.8.2. Variante do filtro de Kalman para a representação de inovações

Para a implementação do KF é necessário conhecer o conjunto de matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $R_s$  e  $R_m$  em cada instante  $t$ . Se esta informação não está disponível à partida, é necessário obtê-la com base no conhecimento dos dados provenientes do conjunto de entradas e saídas do sistema.

Neste caso, estamos perante um problema de identificação estocástica uma vez que procuramos identificar um conjunto de parâmetros do modelo que descreve a dinâmica do sistema, incluindo os parâmetros que caracterizam o ruído.

Sendo aquelas matrizes conhecidas, o KF consiste num filtro de estimação de estado que obtém  $\hat{x}(t+1|t+1)$  a partir de  $\hat{x}(t|t)$ . O algoritmo pode ser transformado num filtro de predição, calculando  $\hat{x}(t+1|t)$  a partir de  $\hat{x}(t|t-1)$ . Assim, dado que a partir de (3.72) se pode escrever:

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)(y(t) - C(t)\hat{x}(t|t-1)), \quad (3.75)$$

então, o filtro de predição obtém-se substituindo (3.75) em (3.69), resultando,

$$\hat{x}(t+1|t) = A(t)\hat{x}(t|t-1) + B(t)u(t) + \tilde{K}(t)(y(t) - C(t)\hat{x}(t|t-1)), \quad (3.76)$$

em que o ganho do filtro passa a ser dado por:

$$\tilde{K}(t) = A(t)K(t). \quad (3.77)$$

Seja o erro de predição  $\varepsilon(t)$ , também designado por “inovação”, definido por:

$$\varepsilon(t) = y(t) - C(t)\hat{x}(t|t-1). \quad (3.78)$$

Deste modo, o filtro de predição pode escrever-se como se segue:

$$\hat{x}(t+1|t) = A(t)\hat{x}(t|t-1) + B(t)u(t) + \tilde{K}(t)\varepsilon(t) \quad (3.79a)$$

$$y(t) = C(t)\hat{x}(t|t-1) + \varepsilon(t). \quad (3.79b)$$

Esquecendo o facto de  $\hat{x}(t+1|t)$  ser uma predição do estado do sistema e designando  $\hat{x}(t|t-1)$  por  $x(t)$ , o sistema pode então ser modelado pela variante da classe de estruturas de modelos de espaço de estados, introduzida no primeiro capítulo, designada por representação de inovações, que se descreve do seguinte modo:

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + \tilde{K}(t)\varepsilon(t), \quad (3.80a)$$

$$y(t) = C(t)\hat{x}(t) + \varepsilon(t). \quad (3.80b)$$

Esta classe de estruturas de modelos modela o sistema em causa recorrendo a um único sinal de ruído  $\varepsilon(t)$ , enquanto que a classe descrita como em (3.57) utiliza dois sinais de ruído.

Embora as representações do sistema (3.57) e (3.80) sejam equivalentes para uma dada parametrização, para efeitos de identificação recursiva existem algumas diferenças significativas. Repare-se que enquanto na representação de inovações a matriz de ganho de Kalman é parametrizada explicitamente, no caso (3.57) a matriz de ganho é calculada indirectamente através da equação de Riccati e utilizando um conjunto de matrizes referidas no início da presente secção. Por outro lado, o número de parâmetros relacionados com o ruído é reduzido drasticamente. Este aspecto é detalhado em [Ljung 83], onde são também discutidas outras considerações relacionadas com a escolha das classes de estruturas de modelos (3.57) e (3.80). Nesta referência bibliográfica, Ljung e Söderström sugerem a escolha da representação de inovações (3.80), salvo se a variação temporal do filtro de predição durante o período transitório for importante, ou então, se existir à partida algum conhecimento estrutural sobre as matrizes de covariância do ruído que reduza o número de parâmetros abaixo do número de parâmetros da classe (3.80), isto é,  $ny \times n.$  de estados. Uma situação destas acontece, por exemplo, quando um estado é a derivada de outro (por exemplo, posição

e velocidade angulares) e, neste caso, esta variável de estado não é afectada por ruído de sistema, sendo zero o respectivo elemento da diagonal da matriz  $R_s$ .

A variante do KF para a representação de inovações (3.80) é similar ao algoritmo descrito pelas equações (3.69) a (3.73) com as alterações introduzidas por (3.76) e (3.77), resultando de forma mais compacta o algoritmo seguinte:

$$K(t) = \frac{P(t|t)C^T(t)}{R_m(t) + C(t)P(t|t)C^T(t)}, \quad (3.81a)$$

$$\hat{x}(t+1|t) = A(t)\hat{x}(t|t-1) + B(t)u(t) + A(t)K(t)(y(t) - C(t)\hat{x}(t|t-1)), \quad (3.81b)$$

$$P(t+1|t) = A(t)(P(t|t) - K(t)C(t)P(t|t))A^T(t) + R_s(t). \quad (3.81c)$$

Para o estudo sobre o KF existe disponível uma vasta bibliografia da qual se pode destacar: [Ljung 83], [Lewis 92], [Grewal 93], [Lewis 86], [Solo 95], [Haykin 96], [Walter 97].

### 3.8.3. Filtro de Kalman estendido (EKF)

O filtro de Kalman descrito ao longo das últimas secções tem por objectivo a estimação do vector de estado de classes de estruturas de modelos lineares sob a forma de espaço de estados. O estudo realizado até agora, sobre o KF, pode ser estendido aos sistemas não lineares na representação de espaço de estados, que assim nos levará ao designado filtro de Kalman estendido (EKF), como demonstrado em [Ljung 83].

Consideremos a classe de estruturas de modelos de um sistema não linear, no domínio discreto, descrita como se segue:

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), \theta(t)) + r_s(t), \quad (3.82a)$$

$$x(0) = x(t=0, \theta(0)), \quad (3.82b)$$

$$y(t) = h(x(t), \theta(t)) + r_m(t). \quad (3.82c)$$

Um modelo retirado da estrutura anterior pode resultar da discretização do modelo de um dado sistema, descrito no tempo contínuo. O modelo discreto depende de um vector de parâmetros  $\theta(t)$ , possivelmente variantes no tempo. Podemos querer estimar o vector de estado como no KF e, simultaneamente, estender a estimação ao vector de parâmetros  $\theta(t)$ . Neste caso, o novo vector de estado é “estendido” ao vector de parâmetros  $\theta$ , passando a ter a seguinte composição:

$$x_e(t) = [x(t) \ \theta(t)]^T. \quad (3.83)$$

Considerando que os parâmetros evoluem no tempo de acordo com a seguinte equação:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + r_\theta(t), \quad (3.84)$$

a evolução temporal do vector de estado estendido,  $x_e(t)$ , pode ser descrita como se segue:

$$x_e(t+1) = \begin{bmatrix} f(x(t), u(t), \theta(t)) \\ \theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_s(t) \\ r_\theta(t) \end{bmatrix} = f_e(x_e(t), u(t)) + r_e(t), \quad (3.85a)$$



$$x_e(0) = \begin{bmatrix} x(t=0, \theta(0)) \\ \theta(0) \end{bmatrix}. \quad (3.85b)$$

Repare-se que a “lei” de evolução dos parâmetros definida por (3.84) corresponde à ideia já anteriormente apresentada, aquando da introdução do KF, equação (3.22), a propósito do algoritmo para estimação de parâmetros variantes no tempo de acordo com (3.54).

A equação de saída (3.82c) passará a ser:

$$y(t) = h_e(x_e(t)) + r_m(t). \quad (3.86)$$

Repare-se que (3.82) é uma forma geral de descrever um sistema não linear. Para o caso de uma estrutura de modelos de espaço de estados com parâmetros desconhecidos e que se pretendem estimar, podemos escrever:

$$x(t+1) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) + r_s(t), \quad (3.87a)$$

$$y(t) = C(\theta(t))x(t) + r_m(t). \quad (3.87b)$$

Mesmo quando o modelo inicial é linear, o modelo estendido ao vector de parâmetros  $\theta$  é, naturalmente, não linear, pelo que o KF não pode ser aplicado directamente.

Normalmente, apenas é utilizado o KF estendido de 1.<sup>a</sup> ordem que passamos a descrever. Para isso, vamos substituir  $f_e(x_e(t), u(t))$  pelo primeiro termo do seu desenvolvimento em série, em torno do vector de estado estimado,  $\hat{x}_e(t|t)$ :

$$f_e(x_e(t), u(t)) \cong f_e(\hat{x}_e(t|t), u(t)) + F(t)(x_e(t) - \hat{x}_e(t|t)), \quad (3.88)$$

em que:

$$F(t) = \left. \frac{\partial f_e(x_e(t), u(t))}{\partial x_e^T(t)} \right|_{x_e(t) = \hat{x}_e(t|t)} = \quad (3.89a)$$

$$= \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial f(x(t), u(t), \theta(t))}{\partial x^T(t)} & \frac{\partial f(x(t), u(t), \theta(t))}{\partial \theta^T(t)} \\ 0 & I \end{array} \right] \bigg|_{\hat{x}_e(t|t)}. \quad (3.89b)$$

Para o caso da estrutura de modelos descrita por (3.87), será:

$$F(t) = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial f(A_d(\hat{\theta}(t))\hat{x}(k) + B_d(\hat{\theta}(t))u(t))}{\partial x^T(t)} & \frac{\partial f(A_d(\hat{\theta}(t))\hat{x}(t) + B_d(\hat{\theta}(t))u(t))}{\partial \theta^T(t)} \\ 0 & I \end{array} \right]. \quad (3.89c)$$

Podemos ainda escrever de modo mais compacto:

$$F(t) = \left[ \begin{array}{cc} A_d(\hat{\theta}(t)) & \begin{bmatrix} E_{1,1} & \cdots & E_{1,n\theta} \\ \vdots & & \vdots \\ E_{nx,1} & \cdots & E_{nx,n\theta} \end{bmatrix} \\ 0 & I \end{array} \right] \bigg|_{\hat{x}_e(t|t)}. \quad (3.90)$$

Onde o cálculo de  $E_{i,j}$  pode sintetizar-se do seguinte modo:

$$E_{i,j} = \left. \frac{\partial f_i(\cdot)}{\partial \theta_j} \right|_{\hat{x}_e(t|t)} . \quad (3.91)$$

Tal como fizemos para a matriz  $F(k)$  vamos substituir  $h_e(x_e(t))$  pela sua expansão de 1.<sup>a</sup> ordem em torno de  $\hat{x}_e(t|t-1)$ :

$$h_e(x_e(t)) \cong h_e(\hat{x}_e(t|t-1)) + H(t)(x_e(t) - \hat{x}_e(t|t-1)), \quad (3.92)$$

onde a matriz  $H$  é calculada como se segue:

$$H(t) = \left. \frac{\partial h_e(x_e(t))}{\partial x_e^T(t)} \right|_{\hat{x}_e(t|t-1)} = \left[ \frac{\partial h(x(t), \theta(t))}{\partial x^T(t)} \quad \frac{\partial h(x(t), \theta(t))}{\partial \theta^T(t)} \right]_{\hat{x}_e(t|t-1)} . \quad (3.93)$$

As matrizes  $F$  e  $H$  são, habitualmente, designadas por matrizes de gradiente. As equações (3.82a) e (3.82c) são agora aproximadas por:

$$x_e(t+1) = F(t)x_e(t) + f_e(\hat{x}_e(t|t), u(t)) - F(t)\hat{x}_e(t|t) + r_{se}(t), \quad (3.94a)$$

$$y(t) = H(t)x_e(t) + h_e(\hat{x}_e(t|t-1)) - H(t)\hat{x}_e(t|t-1) + r_m(t). \quad (3.94b)$$

Uma vez que se trata de uma aproximação linear relativamente a  $x_e(k)$ , pode ser utilizado o EKF desde que as características de  $r_{se}(t)$  e  $r_m(t)$  sejam conhecidas, ou definidas à partida. A menos que haja informação em contrário, é assumido, habitualmente, que:

$$E\{r_{se}(t)\} = E\{r_m(t)\} = 0, \quad (3.95a)$$

$$E\{r_{se}(t)r_m^T(j)\} = 0, \quad (3.95b)$$

$$E\{r_{se}(t)r_{se}^T(j)\} = R_{se} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_\theta \end{bmatrix}, \quad (3.95c)$$

$$E\{r_m(t)r_m^T(j)\} = R_m. \quad (3.95d)$$

As matrizes de covariância do ruído são, na maior parte dos casos, matrizes diagonais com os elementos da diagonal positivos. Quanto maior for um dado elemento da diagonal de  $R_\theta$ , mais rapidamente o filtro modificará o valor estimado do respectivo parâmetro, mediante novas medidas. Por outro lado, quanto maior for um dado elemento da diagonal de  $R_m$ , menos importância será dada a novas medidas. Será necessário, portanto, ajustar convenientemente os elementos da diagonal destas matrizes para obter um desempenho adequado do EKF. Por exemplo, é possível indicar que um dado parâmetro tende para um valor constante entrando com o respectivo elemento da diagonal de  $R_\theta$ , igual a zero. Se, pelo contrário, se prevê que um parâmetro  $\theta$ , irá ter uma variação considerável ou não preditiva, será necessário ter em conta este facto, atribuindo ao respectivo elemento da diagonal de  $R_\theta$ , um valor relativamente elevado. As mesmas observações podem ser feitas em relação às variáveis de estado  $x(t)$  e matriz  $R_s$  que lhe está associada.

O KF e o EKF são considerados métodos de identificação estocástica uma vez que necessitam do conhecimento das propriedades estatísticas do ruído de sistema e de medida. Apresenta-se agora, genericamente, o algoritmo do EKF, o qual podemos resumir nos passos que se seguem.

1. Inicializar os valores do vector de estado,  $x_e(0|0)$ , e das matrizes de covariância  $R_{se} = R_{se}(0)$ ,  $R_m = R_m(0)$  e  $P(0|0)$ .
2. Calcular a predição do vector de estado  $\hat{x}_e(t+1|t)$  a partir da entrada  $u(t)$  e o vector de estado estimado  $\hat{x}_e(t|t)$ :

$$\hat{x}_e(t+1|t) = f_e(\hat{x}(t|t), u(t), \hat{\theta}(t|t)) = f_e(\hat{x}_e(t|t), u(t)). \quad (3.96)$$

Para a estrutura de modelos (3.87), será:

$$\hat{x}_e(t+1|t) = \begin{bmatrix} A(\theta(t)) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \hat{x}_e(t|t) + \begin{bmatrix} B(\theta(t)) \\ 0 \end{bmatrix} u(t).$$

3. Calcular a matriz de covariância do vector de estado:

$$P(t+1|t) = F(t)\hat{P}(t|t)F^T(t) + R_s, \quad (3.97)$$

em que  $F(t)$  se calcula através da equação (3.89) ou da equação (3.90).

4. Calcular a matriz de ganho do filtro de Kalman:

$$K(t+1) = P(t+1|t)H^T(t+1)[H(t+1)P(t+1|t)H^T(t+1) + R_m]^{-1}, \quad (3.98)$$

em que  $H(t+1)$  é calculada como em (3.93), isto é:

$$H(t+1) = \left. \frac{\partial h_e(x_e(t))}{\partial x_e^T(t)} \right|_{\hat{x}_e(t+1|t)} = \left[ \left. \frac{\partial h(x(t), \theta(t))}{\partial x^T(t)} \right|_{\hat{x}_e(t+1|t)} \quad \left. \frac{\partial h(x(t), \theta(t))}{\partial \theta^T(t)} \right|_{\hat{x}_e(t+1|t)} \right].$$

5. Estimar o vector de estado no instante  $t+1$ :

$$\hat{x}_e(t+1|t+1) = \hat{x}_e(t+1|t) + K(t+1)[y(t+1) - \hat{y}(t+1)], \quad (3.99)$$

em que  $\hat{y}(t+1) = h_e(\hat{x}_e(t+1|t))$ .

6. Estimar a matriz de covariância do erro de estimação:

$$\hat{P}(t+1|t+1) = [I - K(t+1)H(t+1)]P(t+1|t). \quad (3.100)$$

7. Actualizar  $t$ ,  $t \leftarrow t+1$ , e voltar ao passo 2.

O EKF pode ser utilizado para estimar os parâmetros contidos no vector  $\theta$ , para além de estimar as variáveis de estado. Fisicamente, o princípio do EKF pode ser sintetizado do seguinte modo: no instante de tempo  $t+1$ , são calculadas as predições do vector de estado  $\hat{x}(t+1|t)$ , e do vector de parâmetros  $\hat{\theta}(t+1|t)$ , a partir da entrada  $u(t)$  e do vector de estado estimado  $\hat{x}_e(t|t)$ , assumindo que não existe ruído. De seguida são actualizadas as matrizes de covariância do erro de predição e do ganho do KF,  $\hat{P}(t+1|t)$  e  $K(t+1)$ , respectivamente. Numa segunda fase, são estimados os vectores de estado  $\hat{x}(t+1|t+1)$  e do vector de

parâmetros  $\hat{\theta}(t+1|t+1)$  tendo em conta as diferenças entre as saídas medidas e as predições das mesmas no instante  $t+1$ , pesadas pela matriz de ganho do KF. Esta última é calculada de modo a minimizar a matriz de covariância do erro de estimação. A figura 3.5 apresenta um esquema com a implementação completa do EKF para a classe geral de estrutura de modelos dada por (3.82).

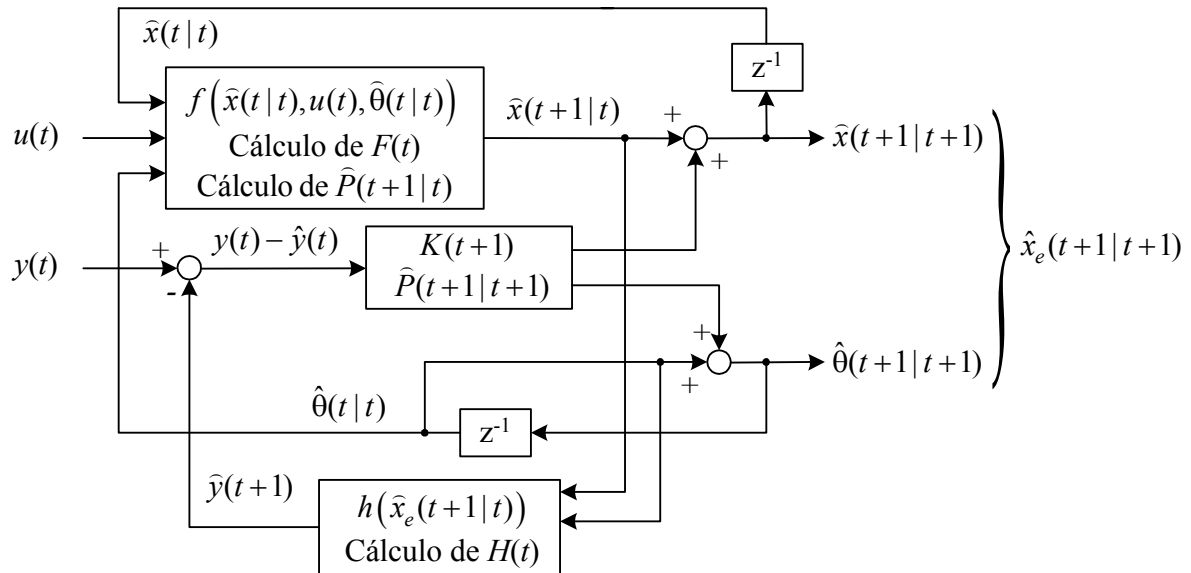


Figura 3.5: Algoritmo do filtro de Kalman estendido.

Mais detalhes sobre o algoritmo do EKF podem encontrar-se, por exemplo, em [Lewis 92], [Grewal 93], [Lewis 86], [Solo 95], [Haykin 96] e [Walter 97].

### 3.9. Estimação de estado adaptativa

Como vimos ao longo das últimas secções, o filtro de Kalman constitui uma solução adequada para o problema da estimação de estados de um sistema dinâmico, linear e estocástico, com dimensão finita, descrito através de uma classe de estrutura de modelos sob a forma de espaço de estados como a definida por (3.57) e (3.58).

Para o caso dos sistemas não lineares o filtro de Kalman não pode ser aplicado directamente. O filtro de Kalman estendido procura resolver esta dificuldade através da linearização da estrutura de modelos em torno do estado estimado actual, como vimos anteriormente, ou ao longo da sua trajectória nominal, como definido e apresentado em [Grewal 93]. A não linearidade da estrutura de modelos pode resultar da própria não linearidade da dinâmica do sistema ou de se incluir parâmetros como variáveis de estado, como em (3.83). O filtro de Kalman estendido foi concebido para sistemas não lineares, de modo a ter um formato similar ao filtro de Kalman utilizado nos sistemas lineares.

### 3.9.1. Estimador de estado adaptativo baseado no filtro de Kalman estendido

O filtro de Kalman estendido pode ser interpretado como um estimador de estado adaptativo, quando comparado com o filtro de Kalman simples, uma vez que, sendo os parâmetros da estrutura de modelos (3.57) desconhecidos, passam também a ser estimados. Contudo, verificou-se, através de simulações e aplicações práticas, como se refere em [Goodwin 84], que o algoritmo do filtro de Kalman estendido pode produzir valores estimados enviesados e, por vezes, divergir. Uma das razões que pode contribuir para a divergência do algoritmo reside na aproximação aos termos lineares (3.88) e (3.92), do desenvolvimento em série, utilizado no processo de linearização. O comportamento do filtro de Kalman estendido, em termos de convergência e enquanto estimador de estado, para o caso específico de sistemas lineares, foi investigado em [Ljung 79], onde é demonstrado que as dificuldades de convergência têm origem numa combinação de diversos factores. Entre eles está a incorrecta especificação das matrizes de covariância do ruído e a dependência do ganho de Kalman dos valores estimados. Tendo em conta estes factores, foi introduzida uma alteração que envolve a sensibilidade do ganho de Kalman relativamente aos parâmetros e transforma as propriedades de convergência do algoritmo resultante, também apresentado em [Goodwin 84], similares às do método de máxima verosimilhança, como se conclui pela leitura de [Walter 97]. Infelizmente, algumas das equações recursivas do algoritmo são muito difíceis de implementar, particularmente para sistemas de ordem elevada. Consegue obter-se uma simplificação importante se o sistema for modelado utilizando a descrição de inovações da classe de estruturas de modelos sob a forma de espaço de estados. Assim, o algoritmo do filtro de Kalman estendido torna-se muito mais simples sendo apresentado em [Goodwin 84] e detalhado em [Ljung 83], para o caso específico de sistemas lineares. A mesma metodologia pode ser aplicada nos sistemas não lineares. Para isso basta incluir o vector de parâmetros no vector de estado, como em (3.83), tendo em conta a “lei” de evolução temporal dos parâmetros (3.84). Neste caso o algoritmo do filtro de Kalman estendido (não linear) apresentado anteriormente, pode ser utilizado para o efeito. Contudo, em [Goodwin 84] somos alertados para as dificuldades inerentes a esta solução, nomeadamente, viés e problemas com fenómenos de divergência, devido à natureza não-linear do problema. Deste modo, é apresentada uma estratégia que evita muitos dos problemas identificados, a qual consiste numa metodologia que interliga um algoritmo estimador de estado e um método de erro de predição para estimação dos parâmetros desconhecidos, com ambos os algoritmos a serem executados de forma encadeada. Esta estratégia pode ser interpretada, naturalmente, como estimação de estado adaptativa e pode ser adequadamente utilizada na identificação de sistemas, para estimação simultânea de estados e de parâmetros.

### 3.9.2. Estimador de estado adaptativo baseado no KF e num RPEM

O filtro de Kalman tem uma natureza recursiva e corresponde a avançar um passo em frente na predição do estado do sistema. Como refere [Goodwin 84] isto sugere que o filtro de Kalman para sistemas lineares pode ser transformado num filtro adaptativo, ou estimador de estado adaptativo, se for interligado com um algoritmo recursivo de minimização do erro de predição, como ilustra a figura 3.6, em que ambos os algoritmos trabalham de forma encadeada.

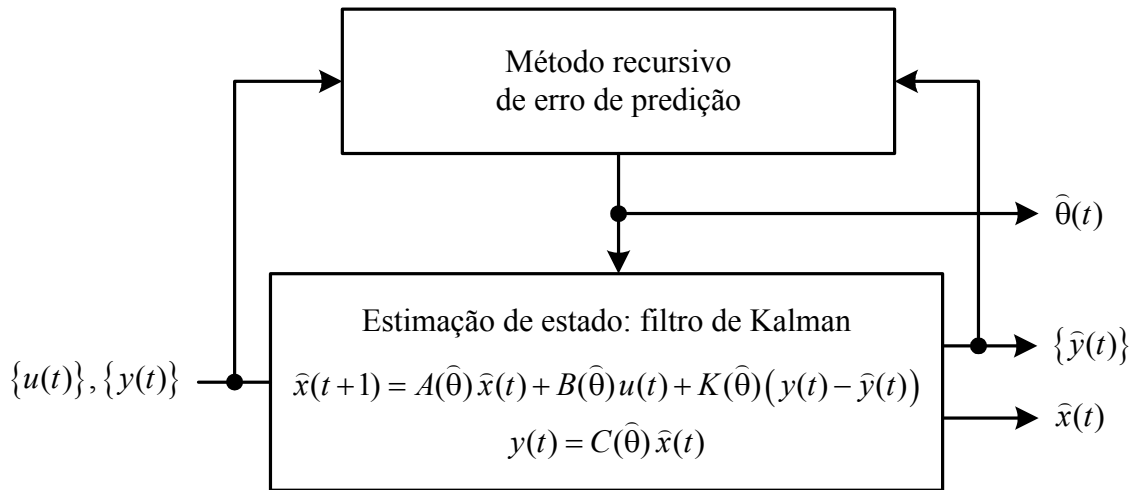


Figura 3.6: Estimador de estado adaptativo.

Deste modo, a convergência do algoritmo global goza das propriedades de convergência dos algoritmos recursivos de minimização do erro de predição, referidos no presente capítulo. Como referido em [Goodwin 84], se for possível demonstrar que o vector de parâmetros estimados  $\hat{\theta}(t)$ , corresponde a uma boa estimação dos parâmetros do sistema modelado por um modelo particular  $\mathcal{M}(\theta)$ , numa estrutura de modelos  $\mathcal{M}$ , então o vector de estado estimado  $\hat{x}(t)$ , corresponderá a uma boa estimação das variáveis de estado do sistema.

Esta metodologia parece constituir uma alternativa atraente ao filtro de Kalman estendido, para obter um estimador de estado adaptativo destinado à estimação de estados e parâmetros, nomeadamente, em sistemas não lineares.

Utilizando a metodologia de estimação sugerida pela figura 3.6, será necessário decidir:

- i. o modo como a estrutura de modelos é parametrizada, isto é, que variáveis fazem parte do vector de estado e
- ii. o modo como é obtido o ganho de Kalman,  $K(\theta)$ .

No que diz respeito ao ponto ii, de acordo com as vantagens referidas anteriormente, é de todo conveniente parametrizar directamente o ganho  $K(\theta)$  em termos de  $\theta$ , em vez de recorrer à equação de Ricatti, introduzida no capítulo 1, sendo eliminada, deste modo, grande parte da complexidade do algoritmo, como pudemos concluir na secção 3.8.2.

Relativamente ao primeiro ponto, a escolha do sistema de coordenadas, isto é, das variáveis de estado, depende fortemente da aplicação em causa. Em certas aplicações as variáveis de estado são escolhidas de modo a conter um dado significado físico como, por exemplo, velocidade ou fluxo electromagnético como veremos mais tarde para o caso do motor de indução. Noutras situações, as variáveis de estado podem ser escolhidas de modo arbitrário o que pode, eventualmente, simplificar determinados aspectos relacionados com a identificação e controlo de sistemas.

A mesma metodologia de estimação da figura 3.6 pode ser aplicada ao caso de sistemas não lineares como os descritos por (3.82). Consideremos, por exemplo, um sistema não linear descrito por:

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), \theta_1(t), r_s(t)),$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), \theta_2(t), r_m(t)),$$

onde se admite que as sequências  $\{r_s(t)\}$  e  $\{r_m(t)\}$  correspondem a ruído branco. De acordo com a algoritmo do filtro de Kalman estendido, anteriormente desenvolvido, pode deduzir-se que uma boa forma de dar um passo em frente na estimação do vector de estado é dada por:

$$\hat{x}(t+1) = f(\hat{x}(t), u(t), \theta_1(t)) + K(\hat{\theta}_3)(y(t) - \hat{y}(t)),$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t), u(t), \theta_2(t)).$$

A equação de predição de estado anterior pode assim ser interligada com um método recursivo de minimização do erro de predição, que por sua vez realiza a estimação dos parâmetros (ou vectores de parâmetros)  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , resultando o estimador de estado adaptativo da figura 3.7.

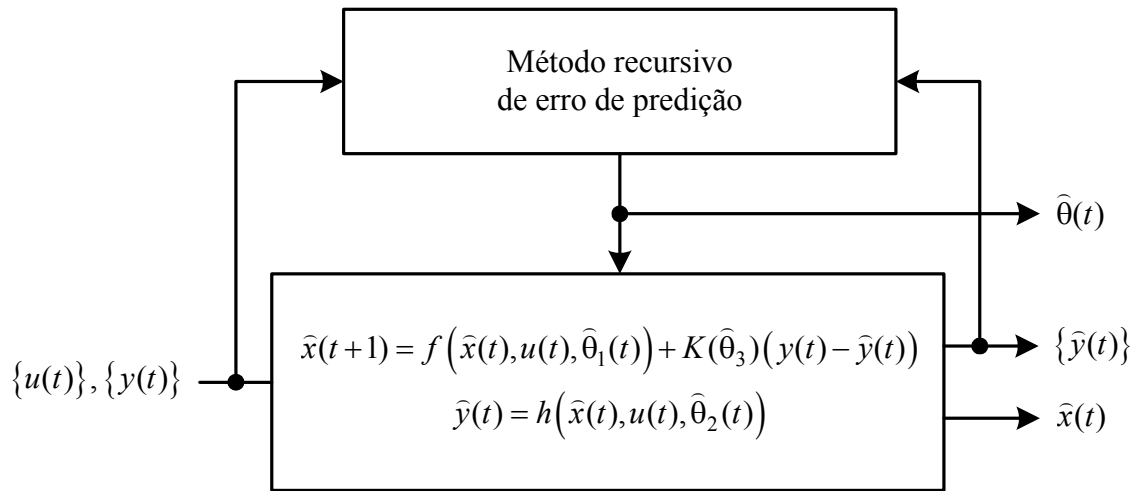


Figura 3.7: Estimador de estado adaptativo para sistemas não lineares.

Podemos concluir a presente secção afirmando que a metodologia que é ilustrada pelas figuras 3.6 e 3.7 constitui um modo natural e simples de implementar um estimador de estado adaptativo o qual parece permitir ultrapassar as desvantagens associadas ao filtro de Kalman estendido que foram referidas anteriormente. Veremos posteriormente, na presente dissertação, que esta ideia demonstra ser adequada para a identificação conjunta de estados e de parâmetros do motor de indução trifásico.

### 3.10. Resumo

O capítulo que agora se conclui foi dedicado à identificação recursiva de sistemas lineares e não lineares. Para esse efeito foram apresentadas várias famílias de métodos recursivos de identificação paramétrica, no âmbito da sua vocação natural para a estimação de parâmetros variantes no tempo.

A secção 3.2 foi dedicada ao método recursivo de mínimos quadrados cujo algoritmo foi desenvolvido e é descrito pelo conjunto de equações (3.12). Foi também desenvolvida a sua versão com o ganho normalizado, descrita pelas equações (3.19). Foi também apresentada a

forma mais conceptual de caracterizar a variação temporal dos parâmetros (3.22) a qual dá origem ao algoritmo do KF, para efeitos de estimação de parâmetros, a partir do algoritmo RLS. Concluimos que o KF descrito por (3.28) oferece maior flexibilidade do que o algoritmo RLS por permitir associar diferentes dinâmicas à estimação de diferentes parâmetros.

Na secção 3.3 foi introduzido o algoritmo RIV o qual é algébricamente similar ao RLS.

A secção 3.4 foi dedicada ao algoritmo conhecido por RPEM e foram apresentados os fundamentos que estão na origem dos métodos que resultam deste tipo de algoritmo. Pudemos constatar que, por exemplo, no caso da sua aplicação a uma regressão linear resulta o RLS com ganho normalizado, mas se, adicionalmente, a direcção de convergência corresponde à do método de gradiente, então obtém-se o algoritmo LMS. Para o caso da classe de estruturas de modelos ARMAX resulta o método recursivo de máxima verosimilhança, enquanto que para a classe ARARX obtemos uma outra versão deste algoritmo ou o método RGLS. Quando aplicado a estruturas de modelos com representação de espaço de estados o algoritmo resultante é relativamente próximo do EKF.

Na secção 3.5 foi apresentado o algoritmo correspondente ao método RPLR. Verificamos que em relação à descrição do RPEM basta substituir o gradiente pelo vector de regressão pseudo-linear.

Na secção 3.6 foram referidos aspectos importantes relacionados com a utilização adequada do ganho e do factor de esquecimento em algoritmos recursivos de estimação de parâmetros variantes no tempo, e também relacionados com a direcção de convergência a qual consiste, basicamente, na direcção de Gauss-Newton ou de gradiente.

O algoritmo geral do RPEM, quando é postulado que os verdadeiros valores dos parâmetros, variantes no tempo, evoluem de iteração para iteração de modo aleatório segundo (3.22), está descrito na secção 3.7.

A secção 3.8 foi inteiramente dedicada à identificação recursiva de classes de estruturas de modelos de espaço de estados, utilizando o KF e o EKF. Começámos por apresentar, na secção 3.8.1, o desenvolvimento do KF, enquanto estimador de estado de sistemas lineares, a partir do RLS desenvolvido para sistemas MIMO e aplicado a um sistema estático sem ruído de sistema. Verificámos que a generalização do KF para sistemas dinâmicos com ruído de sistema torna necessário implementar duas fases em cada iteração: a de predição e a de estimação, quer do vector de estado quer da matriz de covariância do erro de estimação. A fase de estimação corresponde a um passo no caso do algoritmo desenvolvido para sistemas estáticos sem ruído de sistema. Na secção 3.8.1.4 foi analisado o modo como as matrizes de covariância do ruído de sistema e de observação influenciam a dinâmica do KF e pudemos concluir que para aumentar a dinâmica do filtro, que significa aumentar o grau de alerta em relação à variação das variáveis de estado, se deve aumentar a primeira e diminuir a segunda. Algumas fontes de possível divergência foram identificadas na secção 3.8.1.5, bem como algumas formas simples de a detectar e evitar.

A secção 3.8.2 apresenta a variante do algoritmo do KF para a representação de inovações, de estruturas de espaço de estados, assim como as vantagens da sua utilização, designadamente em termos computacionais, por evitar o cálculo do ganho de Kalman através da equação de Riccati.

A secção 3.8.3 descreve o desenvolvimento do EKF para a estimação conjunta dos vectores de estado e de parâmetros, quando o sistema é descrito sob a forma de espaço de estados. Tal é realizado passando a incluir no vector de estado inicial os parâmetros a estimar como novas variáveis de estado, admitindo que estes evoluem no tempo de modo aleatório como no KF. A



estrutura de modelos resultante passa a ser não linear mesmo que antes fosse linear, devido à multiplicação dos estados iniciais pelos parâmetros. O EKF lineariza a estrutura de modelos em torno do valor estimado do novo vector de estado, estendido ao vector de parâmetros, e o seu algoritmo, similar ao do KF, foi descrito nesta secção.

A secção 3.9 começa por apresentar o EKF como um estimador de estado adaptativo, quando comparado com o KF, uma vez que estima o vector de parâmetros, cujos valores são desconhecidos, juntamente com o vector de estado. Contudo, pudemos constatar que o EKF pode, por vezes, produzir valores estimados enviesados e eventualmente divergir. Assim, na secção 3.9.2 é descrita uma alternativa ao EKF que consiste num estimador de estado adaptativo o qual utiliza o KF para a estimação do vector de estado conjuntamente com um RPEM para a estimação do vector de parâmetros, como representado na figura 3.6. A mesma metodologia de identificação, foi generalizada para sistemas não lineares e encontra-se ilustrada na figura 3.7. Concluimos referindo que esta alternativa, consiste num estimador de estado adaptativo para estimação conjunta de estados e parâmetros desconhecidos do sistema, o qual permite ultrapassar algumas desvantagens do EKF.

### 3.11. Bibliografia

Este capítulo foi elaborado a partir da experiência adquirida ao longo dos últimos anos, particularmente, no âmbito da identificação de sistemas aplicada à estimação de diversas grandezas do motor de indução trifásico utilizando:

- o método de mínimos quadrados recursivo na estimação de parâmetros [Leite 96];
- o filtro de Kalman e o filtro de Kalman estendido, na estimação simultânea de fluxos e parâmetros, [Leite 02a] e [Leite 02b];
- estimadores adaptativos, como os descritos na secção 3.9.2, baseados na estimação conjunta de fluxos e de parâmetros, com base, respectivamente, no filtro de Kalman estendido e diversos métodos de erros de predição, [Leite 03a] e [Leite 03b];
- o filtro de Kalman e o filtro de Kalman estendido na estimação de velocidade.

O estudo apresentado foi aprofundado com base num conjunto de bibliográfica, cujo núcleo central pode ser identificado através das seguintes referências: [Eykhoff 79], [Ljung 83], [Goodwin 84], [Lewis 86], [Söderström 89], [Orfanidis 90], [Lewis 92], [Grewal 93], [Vas 93], [Åström 95], [Caussat 95], [Jayme 95], [Solo 95], [Haykin 96], [Diniz 97], [Walter 97], [Landau 98], [Ljung 99] e [Ljung 00].

# Parte II

Desenvolvimento de  
classes de estruturas de  
modelos para o motor  
de indução trifásico



# Capítulo 4

Modelação do motor  
de indução trifásico

# Índice

<b>4. Modelação do motor de indução trifásico .....</b>	<b>121</b>
<b>4.1. Introdução .....</b>	<b>121</b>
<b>4.2. Modelo matemático clássico .....</b>	<b>121</b>
<b>4.3. Formas de modelação para obtenção da máquina bifásica equivalente.....</b>	<b>125</b>
4.3.1. Modelação utilizando transformações matriciais.....	125
4.3.2. Modelação utilizando o método dos fasores espaciais.....	127
<b>4.4. Modelo dinâmico no referencial ortogonal <math>dq</math>.....</b>	<b>130</b>
<b>4.5. Condições de validade do modelo dinâmico .....</b>	<b>132</b>
<b>4.6. Esquema equivalente por fase .....</b>	<b>133</b>
<b>4.7. Variação temporal dos parâmetros eléctricos e magnéticos.....</b>	<b>134</b>
4.7.1. Causas da variação dos parâmetros.....	134
4.7.1.1. Variação das resistências .....	135
4.7.1.2. Variação das indutâncias .....	135
4.7.1.3. Súmula.....	136
4.7.2. Consequências da variação dos parâmetros .....	136
4.7.2.1. Contextualização .....	136
4.7.2.2. Consequências em regime permanente .....	139
4.7.2.3. Consequências em regime dinâmico .....	139
4.7.2.4. Súmula.....	140
<b>4.8. Modelos de quatro parâmetros num referencial geral.....</b>	<b>140</b>
4.8.1. Modelos dinâmicos na representação de espaço de estados .....	140
4.8.1.1. Modelo de ordem completa .....	142
4.8.1.2. Modelos de ordem reduzida .....	143
4.8.2. Função de transferência para regime permanente.....	145
<b>4.9. Resumo.....</b>	<b>147</b>
<b>4.10. Bibliografia .....</b>	<b>148</b>

## 4. Modelação do motor de indução trifásico

### 4.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático clássico do motor de indução trifásico e são descritas as formas de tratamento das suas equações que permitem obter o seu modelo dinâmico, descrito por um sistema bifásico ortogonal, utilizado no desenvolvimento de técnicas de controlo moderno, através de conversores electrónicos de frequência.

Assim, na secção 4.2 é descrito o modelo matemático clássico que assenta nas suas equações eléctricas e magnéticas dos sistemas trifásicos do estator e do rotor.

A secção 4.3 descreve as duas formas de manipulação das equações do motor que são utilizadas no processo de modelação que conduz à obtenção de um modelo dinâmico bifásico equivalente, descrito num referencial ortogonal, nomeadamente, a teoria generalizada das máquinas eléctricas, na secção 4.3.1, e o método dos fasores espaciais, na secção 4.3.2.

O modelo dinâmico resultante, referido ao referencial geral ortogonal  $dq$ , é apresentado na secção 4.4. As condições que definem o seu domínio de validade são descritas na secção 4.5 e o correspondente modelo equivalente por fase, de quatro parâmetros, é descrito na secção 4.6.

A secção 4.7 aborda a problemática da variação temporal dos parâmetros eléctricos e magnéticos, designadamente, as causas, na secção 4.7.1, e as consequências, na secção 4.7.2.

O modelo dinâmico de quatro parâmetros, no referencial geral  $dq$ , é apresentado na secção 4.8, na representação de espaço de estados de 2ª, 3ª e 4ª ordem, na secção 4.8.1, e sob a forma de função de transferência, na secção 4.8.2.

### 4.2. Modelo matemático clássico

Embora as máquinas eléctricas tenham surgido há já mais de um século, a investigação e desenvolvimento na área dos accionamentos electromecânicos continuam com grande actividade. Contudo, a sua evolução tem sido lenta quando comparada com a evolução dos semicondutores de potência, a conversão estática de energia e a electrónica digital, nomeadamente, os processadores digitais de sinal (DSPs), particularmente no último quarto de século.

Tradicionalmente, as máquinas eléctricas de corrente alternada eram utilizadas em aplicações com velocidades constantes enquanto que as máquinas de corrente contínua eram utilizadas nas aplicações de velocidade variável pela maior simplicidade no seu controlo e boa resposta

dinâmica em termos de binário, apesar do seu preço ser mais elevado, ter maior inércia rotórica e todas as desvantagens relacionadas com o sistema de colectores e escovas, incluindo a sua manutenção. Nas últimas décadas, tem-se assistido a um grande empenho na investigação e desenvolvimento nos sistemas de accionamento de velocidade variável utilizando máquinas eléctricas de corrente alternada como consequência do enorme desenvolvimento da electrónica de potência moderna e o aparecimento dos DSPs. Em resultado, as máquinas de corrente contínua têm vindo a ser progressivamente substituídas por máquinas de corrente alternada, designadamente a máquina de indução trifásica, especialmente a de rotor em gaiola de esquilo, sendo a mais utilizada na indústria pelo seu baixo custo, a sua robustez, simplicidade de manutenção e disponibilidade numa extensa gama de potências.

O esquema eléctrico clássico da máquina de indução está representado na figura 4.1. O seu funcionamento e desempenho dinâmicos são significativamente complexos em resultado do movimento relativo do sistema trifásico do rotor em relação ao do estator, como representado na figura 4.1. De um modo simples, este acoplamento pode ser visto como um transformador no qual o secundário se move e cujos parâmetros de acoplamento entre o estator e o rotor variam continuamente com a posição do rotor.

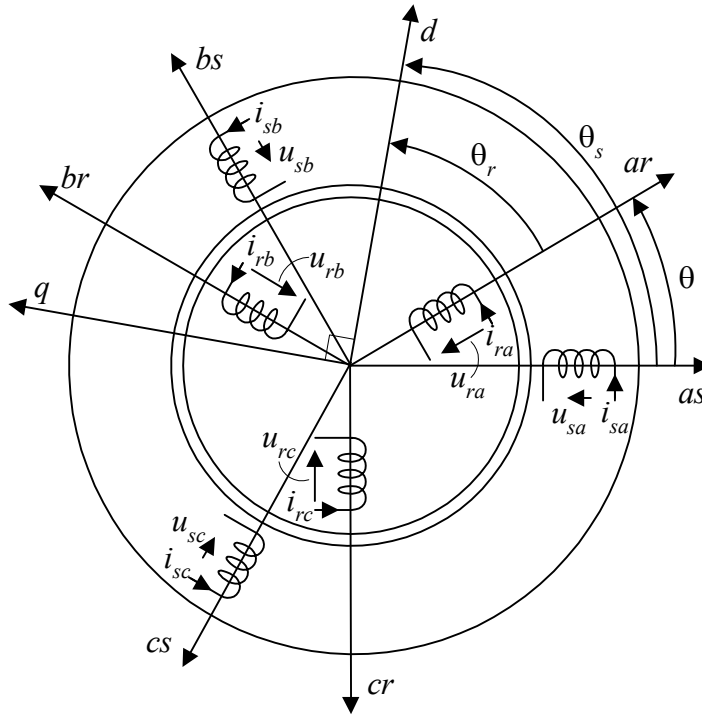


Figura 4.1: Esquema eléctrico da máquina de indução trifásica.

Como representado na figura 4.1, a máquina de indução é representada por dois sistemas trifásicos, um no estator e outro no rotor, ambos constituídos por três enrolamentos  $a$ ,  $b$  e  $c$ . As equações eléctricas fundamentais resultam da aplicação da lei das malhas e da lei de Faraday. As equações eléctricas do estator são descritas por:

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (4.1a)$$

e as do rotor por:

$$\begin{bmatrix} u_{ra} \\ u_{rb} \\ u_{rc} \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix}. \quad (4.1b)$$

Por outro lado, as equações magnéticas podem escrever-se, para o estator:

$$\begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = [L_{ss}] \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + [M_{sr}] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (4.2a)$$

e para o rotor:

$$\begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} = [M_{rs}] \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + [L_{rr}] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}. \quad (4.2b)$$

Na figura 4.1 e nas equações (4.1) e (4.2) é utilizada a seguinte nomenclatura:

- $as(r), bs(r), cs(r)$  - conjunto de eixos do sistema trifásico do estator (rotor), desfasados de  $120^\circ$ ;
- $dq$  - referencial de eixos ortogonais, comum para os sistemas bifásicos do estator e do rotor;
- $\theta$  - ângulo eléctrico de rotação, entre uma fase do estator e a correspondente fase do rotor;
- $\theta_s$  - ângulo eléctrico entre uma fase do estator e o eixo  $d$  do referencial  $dq$ ;
- $\theta_r$  - ângulo eléctrico entre uma fase do rotor e o eixo  $d$  do referencial  $dq$ ;
- $u_{s(r)a(b,c)}$  - tensão simples da fase  $a$  ( $b$  ou  $c$ ) do estator (rotor), do sistema trifásico;
- $i_{s(r)a(b,c)}$  - corrente da fase  $a$  ( $b$  ou  $c$ ) do estator (rotor), do sistema trifásico;
- $\phi_{s(r)a(b,c)}$  - fluxo que atravessa a fase  $a$  ( $b$  ou  $c$ ) do estator (rotor).

A matriz de indutâncias,  $L_{ss}$ , contém os coeficientes de auto-indução na sua diagonal e os coeficientes de indução mútua entre fases do estator nos restantes elementos, tal como  $L_{rr}$ , no caso do rotor. Estas matrizes são dadas por:

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_s & L_{ms} & L_{ms} \\ L_{ms} & L_s & L_{ms} \\ L_{ms} & L_{ms} & L_s \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad L_{rr} = \begin{bmatrix} L_r & L_{mr} & L_{mr} \\ L_{mr} & L_r & L_{mr} \\ L_{mr} & L_{mr} & L_r \end{bmatrix}.$$



São matrizes constantes e encontram-se definidas na literatura especializada, por exemplo em [Carvalho 85] e [Krause 86], bem como a matriz de indução mútua  $[M_{rs}] = [M_{sr}]^T$ , entre fases do estator e do rotor, dadas por:

$$[M_{sr}] = L_{msr} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + 120) & \cos(\theta - 120) \\ \cos(\theta - 120) & \cos \theta & \cos(\theta + 120) \\ \cos(\theta + 120) & \cos(\theta - 120) & \cos \theta \end{bmatrix} = [M_{rs}]^T.$$

Como podemos verificar na matriz de indução mútua, os seus elementos variam com o ângulo  $\theta$ , entre o rotor e o estator, indicado na figura 4.1.

Assim, a máquina de indução pode ser descrita por um sistema de equações diferenciais com coeficientes de indução mútua, entre fases do estator e do rotor, variantes no tempo, resultando um modelo matemático de grande complexidade. Os respectivos sistemas trifásicos do estator e do rotor podem ser substituídos, como veremos, por sistemas bifásicos ortogonais que lhes são equivalentes do ponto de vista electromagnético. Embora tal transformação possa ser realizada de um modo muito simples, a dificuldade inerente à variação no tempo dos coeficientes de indução mútua mantém-se, uma vez que os sistemas bifásicos estão descritos em referenciais distintos e continuam animados de um movimento relativo. Obtém-se, contudo, uma simplificação importante visto que, com os eixos magnéticos em quadratura, não há ligação magnética entre as respectivas fases.

Neste contexto, o significado de coeficientes variantes no tempo, referido no parágrafo anterior, é de natureza diferente da mesma designação utilizada ao longo dos capítulos anteriores. Aqui, a variação temporal dos coeficientes de indução mútua do motor de indução, é função do ângulo  $\theta$  e está perfeitamente caracterizada. O conceito utilizado nos capítulos anteriores, aplica-se, de facto, mas ao próprio parâmetro  $L_{msr}$  que é variante no tempo, como veremos mais tarde.

Em [Bose 02] é apresentado um breve resumo da história da modelação das máquinas eléctricas, no que diz respeito à resolução do problema relacionado com a variação dos coeficientes de indução mútua com o ângulo  $\theta$ . Da sua leitura verificamos que nos anos 20, R. H. Park propôs uma nova teoria para análise das máquinas eléctricas rotativas que resolvia esta dificuldade. Essencialmente, Park formulou uma transformação na qual as grandezas do estator de uma máquina síncrona, nomeadamente tensões, correntes e fluxos, passavam a ser referidas a um referencial fixo com o rotor. Demonstrou, deste modo, que a variação dos coeficientes de indução, em resultado do movimento relativo dos circuitos eléctricos do rotor face aos do estator, podia ser eliminada. Mais tarde, nos anos 30, H. C. Stanley mostrou que os coeficientes de indução variantes no tempo das equações das tensões da máquina de indução, em resultado do movimento dos circuitos eléctricos do rotor em relação aos circuitos eléctricos fixos do estator, podia ser eliminada, transformando as variáveis do rotor em variáveis “pseudo-estacionárias” fixas em relação ao estator. Posteriormente, G. Kron propôs a transformação de ambas as grandezas, as associadas ao estator e ao rotor, de modo que fossem referidas a um referencial solidário com o campo girante e D. S. Brereton propôs a transformação das grandezas do estator para um referencial fixo com o rotor. Finalmente, foi demonstrado mais tarde por P. C. Krause e C. H. Thomas que os coeficientes de indução variantes no tempo no modelo da máquina de indução podem ser eliminados referindo todas as grandezas do rotor e do estator a um referencial geral único que roda a uma velocidade qualquer.

Para um estudo mais aprofundado propõe-se a consulta das referências [Carvalho 85] ou [Krause 86]. Na primeira é apresentada a teoria generalizada para o estudo das máquinas eléctricas em geral, em qualquer regime de funcionamento.

De seguida é apresentada uma síntese da modelação da máquina de indução trifásica com rotor em gaiola de esquilo uma vez que o resultado será utilizado extensivamente ao longo desta dissertação e constitui uma pedra basilar no processo de obtenção de quaisquer modelos para a estimação de parâmetros e outras grandezas, nomeadamente, fluxos e velocidade.

### 4.3. Formas de modelação para obtenção da máquina bifásica equivalente

São utilizadas, tradicionalmente, duas formas de representação das máquinas eléctricas quando reduzidas à máquina bifásica equivalente de eixos magnéticos ortogonais.

A primeira forma de modelação, utilizada por exemplo em [Carvalho 85], consiste na utilização das componentes  $dq$ , segundo os respectivos eixos, das grandezas eléctricas e magnéticas da máquina, que passam a representar-se por:

$$\bar{x} = x_d + jx_q, \quad (4.3)$$

onde  $x_d$  e  $x_q$  são as componentes real e imaginária da grandeza electromagnética  $x$ . As componentes  $dq$  são obtidas directamente através de um conjunto de transformadas desenvolvidas na teoria generalizada das máquinas eléctricas [Carvalho 85], ou [Krause 86], e sintetizadas em [Leite 96].

O vector no plano complexo  $\bar{x}$ , não é mais do que o fasor espacial da mesma grandeza e consiste na utilização da notação complexa a qual está na origem da segunda forma de representação das máquinas eléctricas conhecida como método dos fasores espaciais, utilizado por exemplo em [Kovacs 84], [Sá 88] e [Vaz 96].

As duas formas de representação aqui referidas não são mais do que a utilização da notação real ou complexa das mesmas grandezas. Embora a notação complexa pareça introduzir um nível de abstracção desnecessário, ela torna a manipulação algébrica mais simples e compacta, permitindo também a explanação gráfica de conceitos difíceis de desenvolver utilizando as variáveis reais. Ao longo da dissertação serão utilizadas ambas as notações, consoante o que se tornar mais conveniente ou mesmo necessário.

Daqui em diante, será referido, quase sempre, o motor de indução trifásico, com rotor em gaiola de esquilo e não a máquina de indução trifásica, independentemente do tipo de rotor, por esta ser maioritariamente utilizada como motor nas suas aplicações e porque o trabalho desenvolvido ao longo desta dissertação se centra neste tipo de motor dadas as suas vantagens e utilização industrial. Contudo, o estudo que se segue não perde generalidade.

#### 4.3.1. Modelação utilizando transformações matriciais

A modelação do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, com base na teoria generalizada das máquinas eléctricas, [Carvalho 85], utiliza a notação real e um conjunto de matrizes de transformação, encontrando-se ilustrada na figura 4.2.

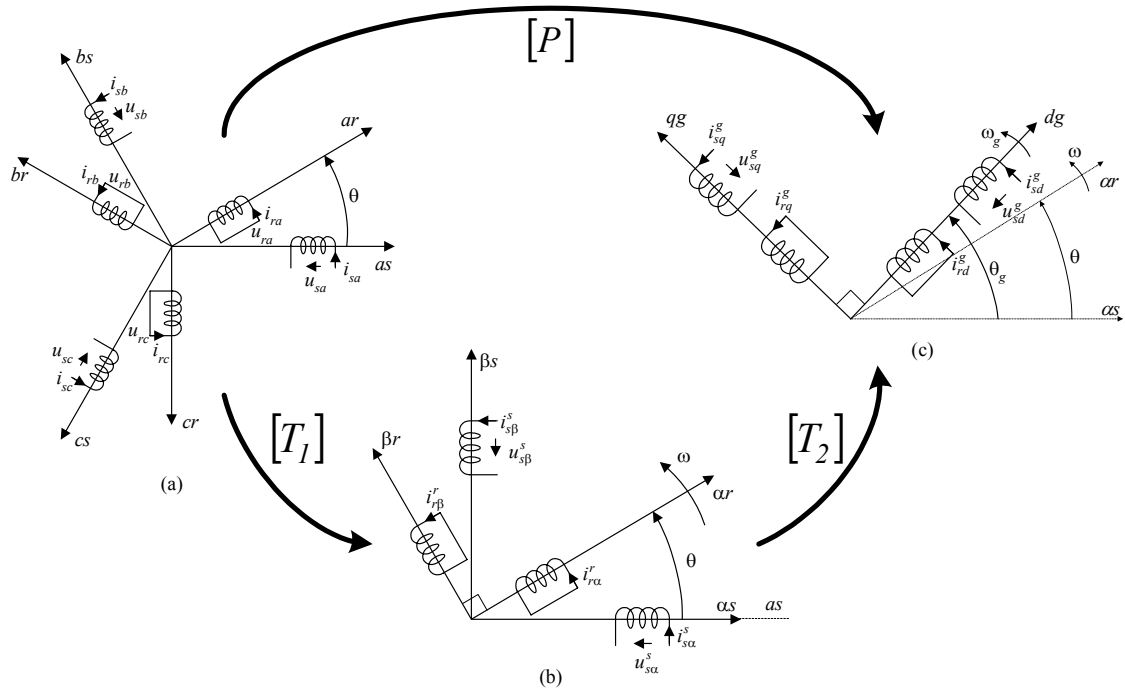


Figura 4.2: Ilustração da modelação do motor de indução trifásico utilizando a teoria generalizada das máquinas eléctricas. (a) Sistemas trifásicos do estator e do rotor; (b) sistemas bifásicos do estator e do rotor obtidos por aplicação da transformada do número de fases; (c) sistemas bifásicos do estator e do rotor referidos a um referencial geral.

Na figura 4.2 e ao longo da dissertação é utilizada a seguinte nomenclatura:

- $\theta_g$  - ângulo eléctrico entre uma fase do estator e o referencial geral  $g$ ;
- $\omega$  - velocidade de rotação eléctrica do rotor,  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  rad/s;
- $\omega_g$  - velocidade de rotação eléctrica do referencial geral  $g$ ,  $\omega_g = \frac{d\theta_g}{dt}$  rad/s;
- $x_{...}^{g(s,r)}$  - grandeza genérica  $x_{...}$ , no referencial  $g$ , como por exemplo  $i_{sd}^g$  que corresponde à componente directa, ou real, da corrente do estator, no referencial geral  $g$ ;
- $[T_1], [T_2], [P]$  - matrizes de transformação do número de fases, eixos móveis/eixos fixos e de Park, respectivamente;
- $\alpha s(r)\beta s(r)$  - referencial ortogonal,  $\alpha\beta$ , para o sistema bifásico do estator (rotor);
- $ds(r,g)qs(r,g)$  - referencial ortogonal,  $dq$ , comum para os sistemas bifásicos, equivalentes aos respectivos sistemas trifásicos do estator e do rotor, fixo em relação ao estator (rotor) ou a girar a uma velocidade “qualquer”  $\omega_g$ .

Numa primeira transformação, designada por transformada do número de fases em [Carvalho 85], os sistemas trifásicos do estator e do rotor são convertidos nos seus equivalentes bifásicos de eixos ortogonais através da matriz  $T_1$ , dada por:

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_0 \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Na equação (4.4),  $u_0$  representa a componente homopolar da tensão  $u_0$ . Os sistemas bifásicos do estator e do rotor, representados pelas respectivas componentes  $\alpha\beta$ , continuam animados de um movimento relativo definido pelo ângulo de rotação do rotor  $\theta$ . Assim, pelas razões apontadas anteriormente, torna-se necessário referir ambos os sistemas bifásicos, do estator e do rotor, a um referencial geral, único e comum, identificado com o índice  $g$ , que roda a uma velocidade qualquer,  $\omega_g$ . Esta segunda transformação, definida em [Carvalho 85] por transformada eixos móveis/eixos fixos, é definida como se segue:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^g \\ u_{sq}^g \\ u_0^g \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s0} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

As componentes directa (ou real) e em quadratura (ou imaginária), respectivamente,  $u_{sd}^g$  e  $u_{sq}^g$ , num referencial geral, podem ser obtidas directamente a partir dos sistemas trifásicos  $a$ ,  $b$  e  $c$ , utilizando a transformada designada, habitualmente, por transformada de Park:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^g \\ u_{sq}^g \\ u_0^g \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix} = [T_2] [T_1] \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120) & \cos(\theta+120) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta-120) & -\sin(\theta+120) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

As transformações apresentadas anteriormente mantêm as amplitudes das grandezas transformadas. Existem, no entanto, matrizes similares que são invariantes em relação à potência, apresentadas em [Carvalho 85].

As matrizes de transformação anteriores foram apresentadas com base na tensão do estator, mas a sua aplicação é genérica para as restantes grandezas eléctricas e magnéticas, nomeadamente, correntes e fluxos, quer do estator quer do rotor.

#### 4.3.2. Modelação utilizando o método dos fasores espaciais

A utilização do método dos fasores espaciais para a modelação do motor de indução é ilustrada na figura 4.3, na qual é utilizada a nomenclatura  $\bar{x}_{\dots}^g$  que corresponde ao fasor de

uma grandeza genérica  $x_{...}$ , num referencial  $g$ , como por exemplo  $\bar{i}_s^g$  que consiste no fasor espacial da corrente do estator, no referencial geral  $g$ .

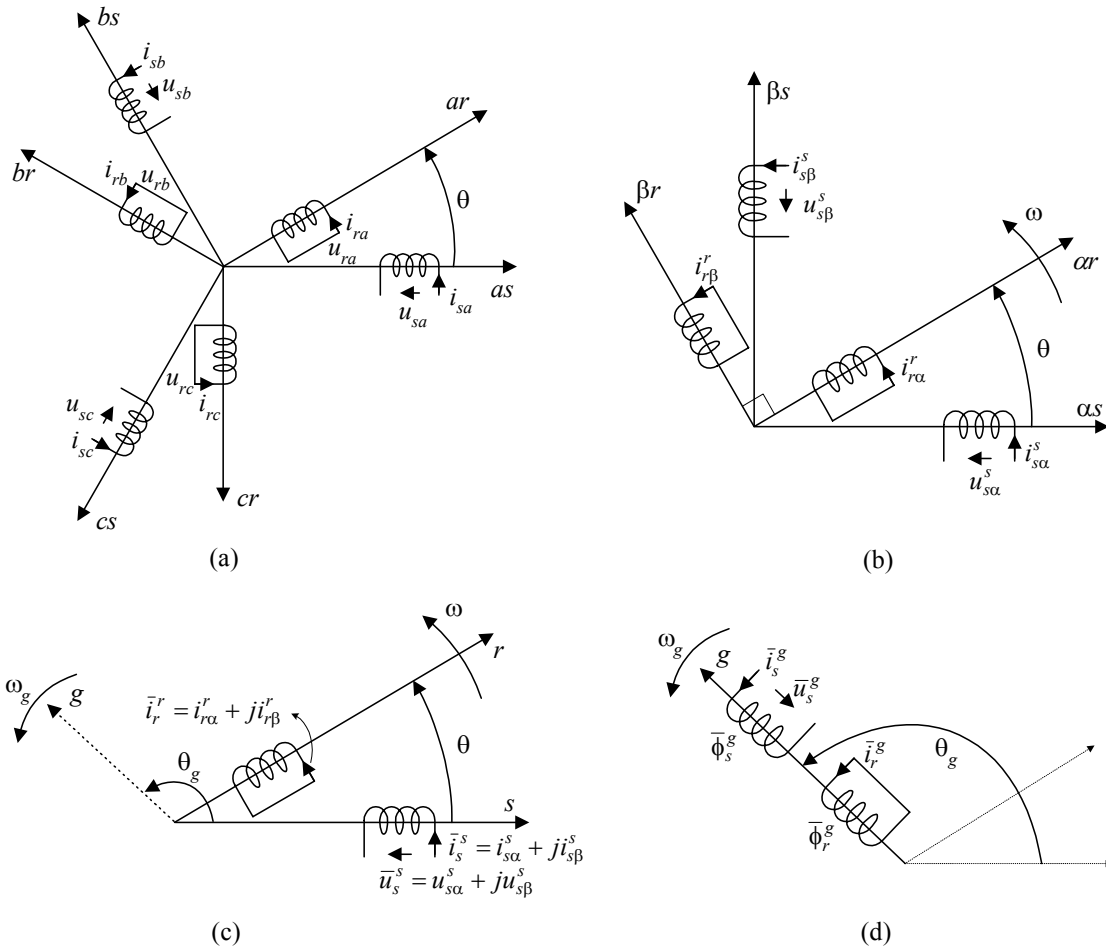


Figura 4.3: Ilustração do método dos fasores espaciais. (a) Sistemas trifásicos do estator e do rotor; (b) sistemas bifásicos do estator e do rotor obtidos por aplicação da transformada do número de fases; (c) representação dos fasores das grandezas do estator e do rotor referenciados aos respectivos eixos magnéticos; (d) representação dos fasores das grandezas do estator e do rotor num referencial geral único.

Também aqui se substituem os sistemas trifásicos pelos seus equivalentes bifásicos, utilizando a transformação do número de fases (4.4). Mas neste caso, a partir da figura 4.3(b), em vez de se trabalhar com o cálculo matricial é tido em conta o desfaseamento de  $90^\circ$  e o operador complexo  $j$  e reduzem-se os sistemas bifásicos do estator e do rotor, a um único fasor complexo em cada uma das partes de acordo com a figura 4.3(c). Assim, os sistemas trifásicos das tensões e das correntes passam a representar-se por um vector complexo variante no tempo, de modo a produzir os mesmos efeitos das grandezas iniciais. A dificuldade referida anteriormente, resultante do acoplamento entre o estator e o rotor através do ângulo  $\theta$  que é variante no tempo, resolve-se referenciando os fasores do estator e do rotor a um referencial geral comum, que apresenta um ângulo  $\theta_g$  em relação ao estator e um ângulo  $\theta_g - \theta$  em relação ao rotor e encontra-se representado na figura 4.3(d). Assim, é possível imaginar dois enrolamentos ligados ao referencial geral  $g$ , um para o estator e outro para o rotor, entre os quais passa a existir um acoplamento constante. Torna-se então possível estudar os fenómenos que se desenvolvem quer no estator quer no rotor, através destes dois enrolamentos virtuais.

Neste sistema de um eixo complexo é possível descrever o comportamento estático e dinâmico do motor de indução trifásico de uma forma relativamente simples e compacta.

Uma ilustração alternativa e directa é apresentada na figura 4.4 e permite passar directamente da situação representada na figura 4.3(a) para a situação da figura 4.3(c), sem utilizar qualquer transformada. Recorrendo ao operador complexo  $a = e^{j120}$ , o fasor genérico  $\bar{x}$  pode ser definido como se segue:

$$\bar{x}(t) = \frac{2}{3} \left( x_a(t) + ax_b(t) + a^2 x_c(t) \right) = x_d(t) + jx_q(t). \quad (4.7)$$

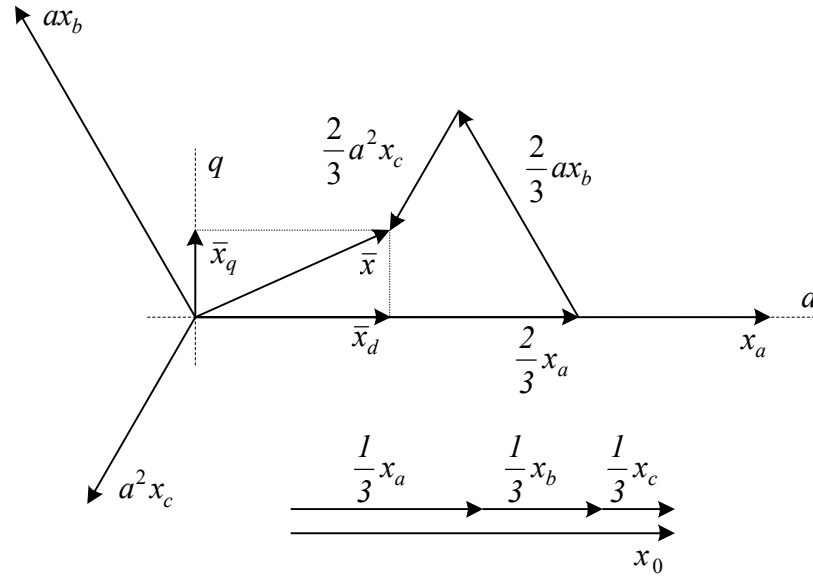


Figura 4.4: Ilustração do método dos fasores espaciais na transformação de uma grandeza do sistema trifásico para o fasor equivalente no plano complexo.

Outra ilustração da conversão do fasor  $\bar{x}(t)$  para um referencial geral é apresentada na figura 4.5 e permite passar directamente da situação representada na figura 4.3(c) para a situação da figura 4.3(d), sem recorrer ao conceito de transformada. Utilizando o operador complexo  $a = e^{j\theta}$ , que em termos geométricos corresponde a uma rotação de  $\theta$  radianos, o fasor  $\bar{x}$  pode ser referido ao referencial geral através da seguinte rotação:

$$\bar{x}_{dq} = \bar{x}_{\alpha\beta} e^{-j\theta}.$$

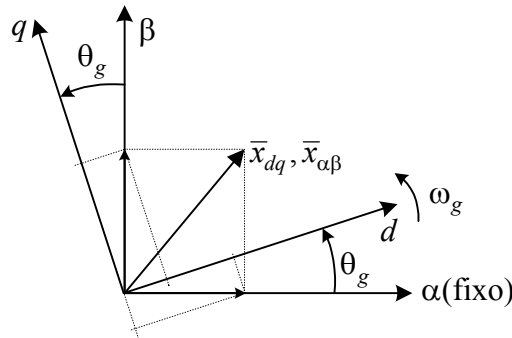


Figura 4.5: Rotação do fasor  $\bar{x}$  do referencial fixo  $\alpha\beta$  para o referencial  $dq$  que roda à velocidade  $\omega_g$ .

De facto, a partir da figura 4.5 é relativamente simples comprovar a relação (4.5) entre as componentes  $dq$  no referencial geral, que roda à velocidade  $\omega_g$ , e as componentes do referencial fixo  $\alpha\beta$ , fazendo as projecções de  $x_\alpha$  e  $x_\beta$  segundo os eixos  $dq$  do referencial geral.

#### 4.4. Modelo dinâmico no referencial ortogonal $dq$

A aplicação de transformadas ou do método dos fasores espaciais que permite modelar o motor de indução com dois eixos magnéticos em quadratura, quer no rotor quer no estator, e referidos a um referencial geral comum, tem como finalidade evitar a presença de coeficientes de indução mútua dependentes da posição do rotor, nas equações de funcionamento. Utilizando qualquer das notações ilustradas anteriormente, podem obter-se as equações fundamentais do motor de indução trifásico que são agora apresentadas e referenciadas a um referencial geral.

As equações magnéticas são descritas pelas seguintes equações:

$$\phi_{sd}^g = L_s i_{sd}^g + L_m i_{rd}^g, \quad (4.8)$$

$$\phi_{sq}^g = L_s i_{sq}^g + L_m i_{rq}^g, \quad (4.9)$$

$$\phi_{rd}^g = L_m i_{sd}^g + L_r i_{rd}^g, \quad (4.10)$$

$$\phi_{rq}^g = L_m i_{sq}^g + L_r i_{rq}^g, \quad (4.11)$$

nas quais os parâmetros têm o seguinte significado:

- $L_s$  - coeficiente de auto-indução por fase do estator, referido ao estator;
- $L_r$  - coeficiente de auto-indução por fase do rotor, referido ao estator;
- $L_m$  - coeficiente de indução mútua estator-rotor, por fase e referido ao estator.

As equações eléctricas são descritas pelas equações seguintes:

$$u_{sd}^g = R_s i_{sd}^g + \frac{d\phi_{sd}^g}{dt} - \frac{d\theta_g}{dt} \phi_{sq}^g, \quad (4.12)$$

$$u_{sq}^g = R_s i_{sq}^g + \frac{d\phi_{sq}^g}{dt} + \frac{d\theta_g}{dt} \phi_{sd}^g, \quad (4.13)$$

$$u_{rd}^g = 0 = R_r i_{rd}^g + \frac{d\phi_{rd}^g}{dt} - \frac{d(\theta_g - \theta)}{dt} \phi_{rq}^g, \quad (4.14)$$

$$u_{rq}^g = 0 = R_r i_{rq}^g + \frac{d\phi_{rq}^g}{dt} + \frac{d(\theta_g - \theta)}{dt} \phi_{rd}^g + \frac{d\phi_{rq}^g}{dt}. \quad (4.15)$$

Sendo:

- $R_s$  - a resistência por fase do estator e
- $R_r$  - a resistência por fase do rotor.

Em [Novotny 00] estão descritas oito expressões diferentes para o binário electromagnético,  $T_{em}$ , entre as quais, a que utiliza as correntes e fluxos do estator:

$$T_{em} = \frac{3}{2} p (\phi_{sd}^g i_{sq}^g - \phi_{sq}^g i_{sd}^g), \quad (4.16a)$$

e a que utiliza os fluxos do rotor e as correntes do estator:

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{rd}^g i_{sq}^g - \phi_{rq}^g i_{sd}^g). \quad (4.16b)$$

A equação mecânica é definida por:

$$T_{em} - T_c = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m, \quad (4.17)$$

na qual:

- $p$  - número de pares de pólos;
- $J$  - momento de inércia;
- $B$  - coeficiente de atrito ou viscosidade;
- $T_c$  - binário de carga.

As equações (4.8) a (4.16) podem escrever-se, de forma mais compacta, utilizando a notação complexa, como se segue:

$$\bar{\phi}_s^g = L_s \bar{i}_s^g + L_m \bar{i}_r^g, \quad (4.18)$$

$$\bar{\phi}_r^g = L_m \bar{i}_s^g + L_r \bar{i}_r^g, \quad (4.19)$$

$$\bar{u}_s^g = R_s \bar{i}_s^g + \frac{d\bar{\phi}_s^g}{dt} + j \frac{d\theta_g}{dt} \bar{\phi}_s^g, \quad (4.20)$$

$$\bar{u}_r^g = 0 = R_r \bar{i}_r^g + \frac{d\bar{\phi}_r^g}{dt} + j \frac{d(\theta_g - \theta)}{dt} \bar{\phi}_r^g, \quad (4.21)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \operatorname{Im}(\bar{\phi}_s^{g*} \bar{i}_s^g), \quad (4.22a)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \operatorname{Im}(\bar{i}_s^g \bar{\phi}_r^{g*}). \quad (4.22b)$$

Nas equações (4.22a) e (4.22b)  $\operatorname{Im}$  significa parte imaginária e  $*$  o complexo conjugado. Como podemos verificar a partir da equação (4.21), a tensão no rotor, em motores de rotor em gaiola de esquilo, que é nula, é composta por um termo devido às perdas óhmicas na resistência do rotor, outro termo que corresponde a uma força electromotriz induzida, uma tensão devida à rotação do referencial geral e ainda outra tensão devida à rotação própria do



rotor. Este último termo, naturalmente apenas existe na equação da tensão do rotor e é o responsável pela conversão electromecânica de energia.

Atendendo a que:

$$\frac{d\theta_g}{dt} = \omega_g \text{ e } \frac{d\theta}{dt} = \omega, \quad (4.23)$$

podemos ter vários referenciais conforme a escolha adoptada para a velocidade ou posição do referencial geral. Assim:

- se  $\omega_g = 0$ , o referencial geral é fixo em relação ao estator;
- se  $\omega_g = \omega$ , o referencial geral coincide com o referencial do rotor (fixo em relação ao rotor);
- se  $\omega_g = \omega_s$ , o referencial geral acompanha o campo girante (gira à velocidade de sincronismo);

Naturalmente, é possível definir outros referenciais para além dos agora referidos, mas não são relevantes para a continuidade do presente trabalho.

#### 4.5. Condições de validade do modelo dinâmico

O motor de indução trifásico é significativamente complexo para poder ser integralmente modelado por um conjunto de equações matemáticas de modo suficientemente simples e cómodo. Assim, a descrição matemática do motor, apresentada nas últimas secções, assenta num conjunto de condições de estudo simplificativas da realidade física do motor. As hipóteses simplificativas estabelecidas na modelação do motor de indução trifásico, descritas em [Guedes 94] e apresentadas também em [Araújo 01], definem o domínio de validade do modelo adoptado e são aqui sumariamente referidas:

- considera-se que o entreferro é completamente liso, constante e pequeno;
- os circuitos eléctricos do estator e do rotor são equilibrados do ponto de vista eléctrico e magnético e iguais para cada uma das fases;
- desprezam-se efeitos de capacidades distribuídas entre os enrolamentos ou entre os enrolamentos e a massa metálica, considerando-se que a energia armazenada é apenas magnética;
- admite-se que o motor funciona na parte rectilínea da característica de magnetização o que significa que se considera existir uma relação constante entre as correntes eléctricas e o fluxo magnético por elas criado;
- não são considerados fenómenos como o efeito pelicular e de proximidade dos enrolamentos, nem a presença de correntes de Foucault;
- a força magnetomotriz indutora criada pelo circuito eléctrico do estator tem uma distribuição periódica no espaço do entreferro, com forma sinusoidal e valores máximos segundo os eixos polares.

Nem todas as hipóteses simplificativas terão de ser admitidas, como em [Sá 88], dependendo da extensão das considerações sobre a modelação matemática adoptada.

#### 4.6. Esquema equivalente for fase

Atendendo à definição de fasor espacial (4.7) e tendo em conta a equação do fasor do fluxo do estator (4.18), podemos escrever, no caso de referencial do estator, a seguinte relação:

$$\bar{\Phi}_s^s = \Phi_{sd}^s + j\Phi_{sq}^s = L_s \bar{I}_s^s + L_m \bar{I}_r^s \quad (4.24)$$

e considerando a situação de regime permanente, passamos a escrever:

$$\bar{\Phi}_s^s = L_s \bar{I}_s^s + L_m \bar{I}_r^s. \quad (4.25)$$

Adicionando os termos simétricos  $aL_m \bar{I}_s^s$  e  $-aL_m \bar{I}_s^s$ , resulta a seguinte expressão para o fluxo do estator:

$$\bar{\Phi}_s^s = (L_s - aL_m) \bar{I}_s^s + aL_m \left( \bar{I}_s^s + \frac{\bar{I}_r^s}{a} \right). \quad (4.26)$$

Nesta expressão  $a$  é um factor de correcção definido na literatura da especialidade relacionada com o controlo vectorial do motor de indução. As correntes  $\bar{I}_r^s/a$  e  $\bar{I}_s^s$  são, respectivamente, a corrente do rotor referida ao estator e a corrente do estator, ambas em regime permanente.

O fluxo do rotor referido ao estator, em regime permanente, é definido por  $a\bar{\Phi}_r^s$  e a sua expressão obtém-se a partir da equação (4.19), somando os termos  $aL_m \bar{I}_r^s/a$  e  $-aL_m \bar{I}_r^s/a$ , resultando:

$$a\bar{\Phi}_r^s = aL_m \bar{I}_s^s + aL_m \frac{\bar{I}_r^s}{a} + a^2 L_r \frac{\bar{I}_r^s}{a} - aL_m \frac{\bar{I}_r^s}{a} = aL_m \left( \bar{I}_s^s + \frac{\bar{I}_r^s}{a} \right) + (a^2 L_r - aL_m) \frac{\bar{I}_r^s}{a}. \quad (4.27)$$

Definindo o factor de correcção  $a = L_m/L_r$ , como em [Vas 93], ou substituindo simplesmente  $a$  por  $L_m/L_r$  [Novotny 00], ou ainda substituindo  $1/(1+\sigma_R)$  por  $L_m/L_r$  em [Leonhard 97] e combinando as equações dos fluxos, (4.26) e (4.27), com as equações das tensões do estator e do rotor, no referencial do estator, reescritas a partir de (4.20) e (4.21), respectivamente, obtém-se o esquema eléctrico equivalente por fase do motor de indução trifásico, apresentado na figura 4.6(a), na qual:

$$L_s' = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}, \quad L_M = \frac{L_m^2}{L_r}, \quad R_{ref} = \frac{L_M}{\tau_r}, \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \quad \text{e} \quad a = \frac{L_m}{L_r}, \quad (4.28)$$

sendo:

- $L_s'$  - coeficiente combinado de fugas referido ao estator (indutância transitória, em regime permanente, sinusoidal e simétrico), por fase do estator e referido ao estator;
- $L_M$  - coeficiente de indução mútua modificado, referido ao estator;

- $R_{r\ ref}$  - resistência do rotor referida ao estator, modificada e referida ao estator;
- $\tau_r$  - constante de tempo do rotor, com o estator em circuito aberto;
- $I_{mr}$  - corrente de magnetização;
- $s$  - deslizamento;
- $I_{sd}$  - componente da corrente do estator responsável pela criação de binário;
- $I_{sq}$  - componente da corrente do estator responsável pela magnetização.

Note-se que  $L'_s = \sigma L_s$ , em que  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s}$  representa o coeficiente de fugas ou de dispersão.

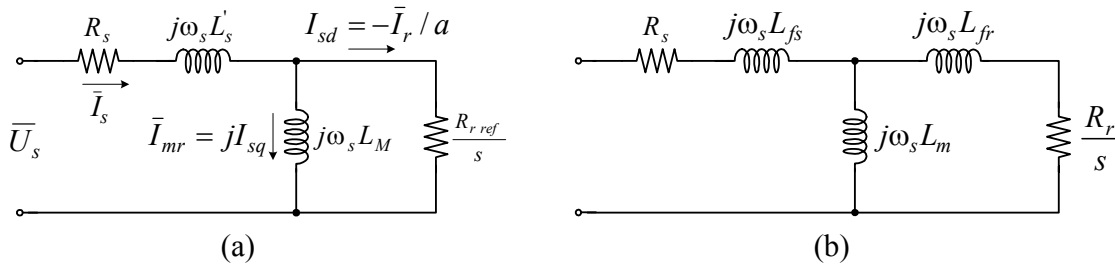


Figura 4.6: Circuito eléctrico equivalente por fase do motor de indução trifásico, em regime permanente: (a) modelo de 4 parâmetros; (b) modelo convencional de 5 parâmetros.

O circuito equivalente, por fase, convencional, descrito por cinco parâmetros e apresentado na figura 4.6(b), tem como principal inconveniente o facto de assentar numa definição de certo modo aleatória das indutâncias de fugas. Em [Loron 93] refere-se um trabalho de Yamamura de 1986 onde este mostra que o motor de indução modelado pelo circuito equivalente por fase baseado nos cinco parâmetros clássicos, pode ser definido por um número infinito de conjuntos de parâmetros. Assim, torna-se necessária uma condição adicional e [Loron 93] refere a eliminação da indutância de fugas do rotor e definição de uma indutância de fugas global. Em [Bose 02], por exemplo, a indutância de fugas do rotor é, por vezes desprezada.

Contrariamente ao circuito equivalente convencional, no esquema de 4 parâmetros representado na figura 4.6(a) e descrito em [Vas 93] e [Vas 96], a indutância de fugas do rotor não está presente, sendo definido por um conjunto de quatro parâmetros.

Relativamente às vantagens do esquema equivalente por fase de 4 parâmetros, em relação ao convencional, acresce o facto de o primeiro ser amplamente utilizado no contexto do controlo vectorial, sendo [Vas 96], [Leonhard 97] e [Novotny 00] alguns exemplos.

## 4.7. Variação temporal dos parâmetros eléctricos e magnéticos

### 4.7.1. Causas da variação dos parâmetros

Em [Caussat 95] é apresentado um estudo das principais causas das variações dos parâmetros do motor, que vamos sumariar para o caso das resistências e das indutâncias.

#### 4.7.1.1. Variação das resistências

As resistências do estator e do rotor variam, fundamentalmente, devido ao efeito térmico e ao efeito pelicular.

##### Efeito térmico

A corrente eléctrica ao percorrer os condutores que compõem os circuitos eléctricos do estator e do rotor, provoca o aquecimento destes levando ao aumento das suas resistências. Com efeito, a resistividade dos condutores varia em função da temperatura de um modo aproximadamente linear, através de uma relação simples que, habitualmente, se escreve:

$$R = R_0(1 + \alpha T), \quad (4.29)$$

onde  $R_0$  é a resistência a  $0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  é o coeficiente de temperatura e  $T$  a temperatura em graus centígrados. Num motor de indução o coeficiente  $\alpha$  para os enrolamentos do estator em cobre vale  $4.1 \times 10^{-3}$  e para as barras do rotor em alumínio  $4 \times 10^{-3}$ . Os dois coeficientes de temperatura são idênticos e, portanto, as resistências do estator e do rotor variam, em função do tempo, aproximadamente, na mesma proporção.

Se o motor pertencer à classe de isolamento B, onde a temperatura pode atingir  $120^\circ \text{C}$ , podemos calcular a variação máxima que podem ter as resistências dos enrolamentos, quando a temperatura subir até aos  $120^\circ \text{C}$ , a partir da temperatura ambiente de  $20^\circ \text{C}$ . Assim, para esta variação de temperatura, os valores das resistências variam cerca de 38%, o que corresponde a uma variação importante para as leis do comando.

As variações das resistências são consideradas como fenómenos relativamente lentos, no que diz respeito ao efeito térmico.

##### Efeito pelicular

O efeito pelicular é responsável por uma distribuição não homogénea da densidade de corrente nos condutores. A densidade de corrente pode concentrar-se na periferia nos mesmos e ser quase nula no seu interior, se a frequência de trabalho for elevada. Este efeito tem como consequência o aumento das resistências e é mais significativo nas barras do rotor. Contudo, a variação da resistência estatórica é diferente da variação da resistência rotórica, relativamente à variação da frequência.

#### 4.7.1.2. Variação das indutâncias

As indutâncias variam, fundamentalmente, devido ao efeito de saturação magnética. A não linearidade do material ferromagnético nas zonas de saturação afecta os valores das indutâncias.

A dinâmica da variação das indutâncias é a da corrente de magnetização. São, portanto, fenómenos relativamente rápidos porque a sua dinâmica corresponde à da constante de tempo do rotor.

Nos materiais sujeitos a fenómenos de saturação magnética, são considerados dois tipos de indutâncias: a indutância estática e a indutância dinâmica. A primeira é definida pela relação entre o fluxo e a corrente e é utilizada quando o estado magnético do motor é constante. A segunda resulta de uma alteração do estado magnético do motor e é definida como sendo a relação entre a variação do fluxo e a variação da corrente, em torno do valor da corrente.

A indutância estática é sempre superior à dinâmica. Contudo, quando a corrente de magnetização atinge o seu valor nominal, a indutância estática sofreu uma variação de 20% a

30%, enquanto que a indutância dinâmica teve uma variação de 70% a 80%. Após o motor ter atingido a sua magnetização nominal, as indutâncias têm tendência a diminuir, o que permite definir os valores máximos das zonas lineares de magnetização.

#### 4.7.1.3. Súmula

As resistências do estator e do rotor aumentam com o funcionamento do motor, devido ao aquecimento deste. As suas variações são praticamente idênticas pelo facto dos coeficientes do material dos condutores do estator e do rotor, serem muito próximos. Estas variações podem-se considerar como lentas, porque a constante de tempo corresponde à do aquecimento do motor. Deste modo, a estimação das resistências pode ser realizada com intervalos de tempo relativamente grandes.

Em contrapartida, as indutâncias estão relacionadas com o nível de magnetização do motor e, portanto, são fenómenos caracterizados por uma dinâmica relativamente rápida, pelo que a sua estimação deve ser realizada com maior frequência.

#### 4.7.2. Consequências da variação dos parâmetros

##### 4.7.2.1. Contextualização

O contexto em que se insere a presente dissertação leva, naturalmente, a que a análise dos efeitos das variações dos parâmetros se centre nas aplicações de controlo do motor de indução trifásico, nomeadamente, controlo por orientação do campo. Este método de controlo vectorial impôs-se no controlo dos sistemas de accionamento electromecânicos de velocidade variável com elevado desempenho, também designados por conversores de frequência. A sua complexidade foi considerada como a sua principal desvantagem, mas o desenvolvimento recente de processadores cada vez mais potentes, nomeadamente os DSPs, tornou esta dificuldade menos relevante. Contudo, em resultado da variação temporal dos parâmetros do motor, os seus valores tornam-se diferentes dos introduzidos nos controladores digitais, a menos que a sua estimação seja realizada ao longo do tempo de funcionamento do motor.

O modelo do motor na representação de espaço de estados, obtido a partir das equações (4.18) a (4.21), como veremos mais tarde nesta dissertação, é não linear e possui uma forte interligação entre as suas equações. Isto torna o controlo do motor de indução muito mais complexo do que o controlo do motor de corrente contínua de excitação separada onde as correntes de magnetização e de binário são fisicamente desacopladas. As soluções de controlo industriais com o motor de indução, foram sendo utilizadas ao longo dos anos por demonstrarem possuir um desempenho dinâmico muito elevado. No entanto, o motor de indução trifásico com rotor em gaiola de esquilo, a que nos vimos referindo, apresenta dificuldades significativas pelo facto de certas grandezas, nomeadamente, fluxos e correntes do rotor não poderem ser medidas directamente, sem um aumento de custos que tornam o motor menos competitivo comparativamente com o motor de corrente contínua, por um lado, e sem introduzir distorções incompatíveis com as características de controlo desejáveis, por outro.

O controlo por orientação do campo transforma o controlo do motor de indução trifásico num controlo equivalente ao do motor de corrente contínua de excitação separada, controlando de modo independente a corrente que produz binário e a corrente de magnetização que produz o fluxo do rotor, [Leonhard 97], e pode ser dividido em duas categorias distintas:

- controlo por orientação do campo directo e

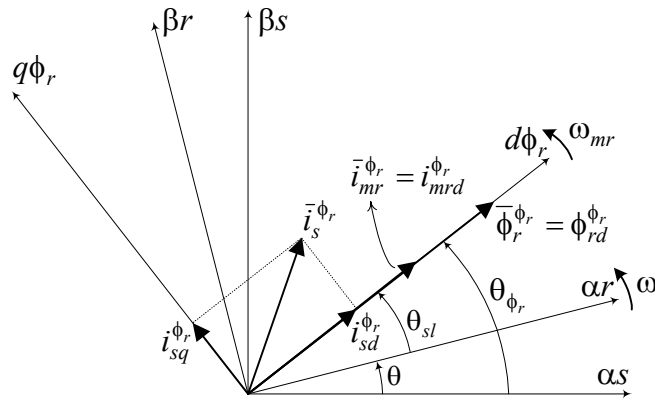
- controlo por orientação do campo indirecto.

A designação de controlo vectorial, é muitas vezes utilizada em vez de controlo por orientação do campo. Como referido em [Bose 97], as categorias de controlo anteriores podem ainda ser designadas por, respectivamente,

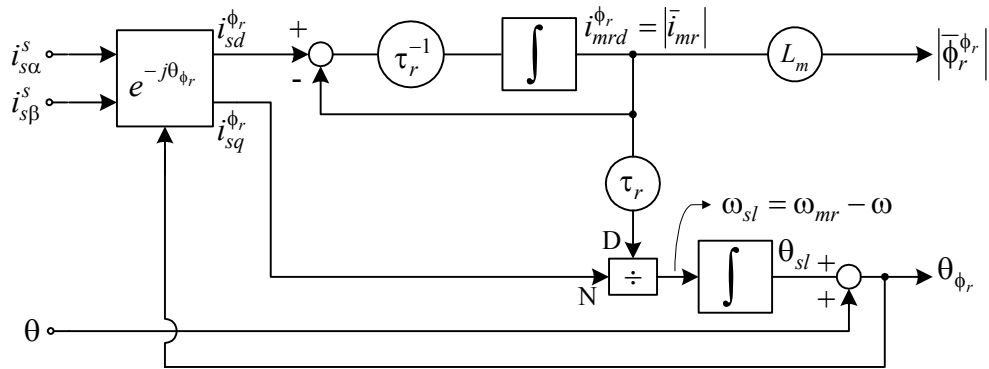
- controlo por orientação do campo e
- controlo da frequência de deslizamento.

Nestes dois tipos de controlo, as componentes directa e em quadratura do fasor da corrente do estator são construídas com base na posição do fluxo do rotor. Por conseguinte, o conhecimento preciso da posição instantânea do fluxo do rotor é crucial para a eficiência do controlo vectorial.

No controlo por orientação do campo directo, o fluxo, cuja orientação do respectivo fasor corresponde à direcção do eixo  $d$  do referencial comum, é medido ou estimado a partir das grandezas disponíveis aos terminais do motor, utilizando um observador de estado. No método de controlo da frequência de deslizamento, ou controlo vectorial indirecto, a posição do fasor do fluxo do rotor em relação ao eixo directo do referencial fixo do estator,  $\theta_{\phi_r}$ , representado na figura 4.7(a), é obtida somando o ângulo de deslizamento,  $\theta_{sl}$ , e o ângulo da posição do rotor,  $\theta$ . O ângulo de deslizamento dá a posição do fasor do fluxo do rotor em relação ao eixo directo do referencial fixo com o rotor  $\alpha_r$ , sendo obtido a partir da estimação da frequência de deslizamento que, por sua vez, utiliza a constante de tempo do rotor. Torna-se, portanto, necessário conhecer com precisão este parâmetro para uma correcta estimação da frequência de deslizamento,  $\omega_{sl}$ .



(a)



(b)

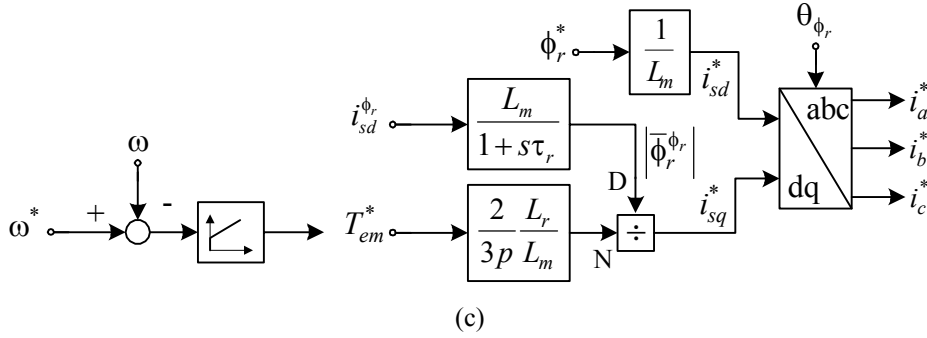


Figura 4.7: Princípio da orientação do campo baseado no controlo da frequência de deslizamento. (a) Relação entre os referências do estator, rotor e do fluxo do rotor; (b) estimação do ângulo e módulo do fluxo do rotor para orientação do campo; (c) diagrama básico de controlo.

O método baseado no princípio da orientação indirecto, pelo facto de não utilizar sensores de posição do fluxo, para além da facilidade de operação a baixas velocidades quando comparado com o directo, tornou-o muito atractivo e popular como estratégia de controlo. Uma vez que a posição do fluxo do rotor não é medida directamente, mas estimada com base no modelo do motor de indução, utilizando por exemplo o esquema da figura 4.7(b), é necessário conhecer previamente alguns parâmetros do motor e acompanhar a sua evolução temporal. Quaisquer desvios entre os parâmetros utilizados pela lei de controlo e os parâmetros reais do motor ao longo do seu funcionamento levam, inevitavelmente, à perda de eficiência e deterioração do seu desempenho.

De entre todos os parâmetros físicos do motor de indução, a constante de tempo do rotor é o que mais influencia o desempenho do controlo vectorial baseado no controlo da frequência de deslizamento, porque dele depende fortemente a estimação do ângulo do fluxo do rotor e consequentemente o perfeito desacoplamento entre as componentes de magnetização e de binário da corrente do estator. Contudo, a constante de tempo do rotor varia com a temperatura e o nível de saturação.

Tradicionalmente, o valor da constante de tempo do rotor, juntamente com os outros parâmetros, era estimado previamente através dos ensaios clássicos, nomeadamente, os ensaios em vazio e em curto circuito. Este último, impõe a necessidade de travar o rotor o que constituía um obstáculo difícil à automatização destes testes. Em [Vas 93] é apresentado um conjunto de procedimentos para a estimação automática dos parâmetros do motor de indução trifásico, nomeadamente a constante de tempo do rotor, antes do arranque do sistema electrónico de controlo. Não há necessidade de travar o rotor mas é ainda necessário realizar o ensaio em vazio. A travagem do rotor é evitada com a alimentação de apenas uma das fases e com o motor controlado em corrente por um conversor electrónico. Em alternativa aos métodos clássicos e para aplicações de controlo vectorial, diferentes trabalhos têm sido publicados, como por exemplo [Vas 93], [Globevnik 98], [Caussat 95]. Contudo, o acompanhamento da evolução dos valores dos parâmetros apresenta-se como uma necessidade adicional, para além do correcto arranque do sistema de controlo.

Assim, os factos até agora enumerados justificam o número significativo de trabalhos que, em diferentes estratégias de controlo, se dedicam à estimação em tempo real da constante de tempo do rotor uma vez que esta varia quer com a temperatura quer com o nível de fluxo. As referências [Shieh 98], [Aksoy 96], [Cho 96] e [Tzou 96], são alguns exemplos do que acabamos de dizer.

Ambos os tipos basilares de orientação do campo são sensíveis a variações nos parâmetros do motor provocando características de binário não ideais sempre que os parâmetros da lei de controlo diferem dos parâmetros reais do motor. Os efeitos destes desvios, quer em regime permanente quer em regime dinâmico, são referidos em [Krishnan 91] e [Krishnan 01], e estão sumariados a seguir.

#### 4.7.2.2. Consequências em regime permanente

No caso da referência de controlo ser em binário, quer dizer, sem realimentação de velocidade, os sinais de comando consistem no fluxo e no binário electromagnético, e a velocidade de deslizamento é mantida igual ao seu valor de comando. O erro na velocidade de deslizamento tem como consequência a existência de um erro no binário, em regime permanente. Em termos gerais, quaisquer diferenças entre os parâmetros utilizados na lei de controlo, particularmente a constante de tempo do rotor, e os do motor resultam em desvios nas componentes da corrente do estator responsáveis pela produção de fluxo e de binário e, consequentemente, no ângulo de binário. Também os efeitos do aumento o nível de saturação e da temperatura são referidos em [Krishnan 91] e [Krishnan 01], para este tipo de controlo. O aumento da temperatura leva ao aumento do binário e do fluxo, enquanto que o aumento do nível de saturação leva à sua diminuição. Deste modo, a relação entre o binário de entrada e de saída deixa de ser linear e torna o sistema de controlo inadequado para aplicações de elevado desempenho onde seja necessário ter precisão no binário electromagnético.

Para o caso da referência de comando ser a velocidade, o binário electromagnético mantém-se igual ao binário de carga mesmo com variação dos parâmetros. O fluxo e o binário diminuem devido ao efeito de saturação, aumentando a corrente do estator e consequentemente as perdas no cobre limitando a gama de potência do motor e do conversor electrónico.

#### 4.7.2.3. Consequências em regime dinâmico

No funcionamento dinâmico do motor de indução controlado vectorialmente por controlo da frequência de deslizamento, o fluxo e o binário têm uma constante de tempo igual à constante de tempo do rotor e uma frequência natural de oscilação igual à frequência de deslizamento [Krishnan 91] e [Krishnan 01].

Nos sistemas de controlo em binário, estas oscilações são altamente indesejáveis e contribuem uma vez mais para a inadequação em aplicações em que o motor deveria funcionar como amplificador linear de binário.

Nos sistemas de controlo com a referência em velocidade, as oscilações de binário não são transmitidas à carga devido à ampla largura de banda da realimentação da velocidade que contribui para que o binário electromagnético se torne igual ao da carga em intervalos de tempo curtos e, também, devido à acção de filtragem introduzida pela inércia do motor e da carga.

A saturação do motor faz aumentar a componente da corrente do estator que controla o fluxo enquanto diminui a componente que controla o binário. Este efeito afecta a capacidade do motor em termos de binário máximo e faz aumentar os tempos de aceleração e de desaceleração. Assim, a selecção do motor de indução em função de alguns dos seus parâmetros, tais como coeficientes de indução mútua podem aliviar os efeitos mais severos de dependência dos restantes parâmetros, embora possa, por vezes, entrar em conflito com outros requisitos do ponto de vista do seu fabrico.



#### 4.7.2.4. Súmula

Tendo em conta o referido nas secções anteriores e por observação da figura 4.7(b), podemos denunciar os erros na constante de tempo do rotor e no coeficiente de indução mútua como sendo aqueles com influência mais significativa no desempenho do motor de indução trifásico. Em súmula, podemos citar [Loron 93], referindo que a falta de precisão no coeficiente de indução mútua traduz-se num erro no fluxo e no binário, em regime permanente, enquanto que o erro no valor da constante de tempo do rotor leva a uma resposta oscilatória do binário electromagnético.

### 4.8. Modelos de quatro parâmetros num referencial geral

Do exposto nas secções anteriores, fica evidente a necessidade de estimação dos parâmetros do motor de indução trifásico, particularmente nas aplicações modernas de controlo vectorial. Com esse intuito, na secção 4.8.1 vamos desenvolver um modelo dinâmico, na representação de espaço de estados, com base nos quatro parâmetros descritos anteriormente, e na secção 4.8.2 vamos obter a função de transferência para regime permanente, com os mesmos quatro parâmetros. Nesta fase, ambos os modelos serão descritos genericamente num referencial geral e ao longo da dissertação serão oportunamente convertidos para os referenciais do estator e do rotor, conforme necessário.

#### 4.8.1. Modelos dinâmicos na representação de espaço de estados

Substituindo o fluxo do estator dado pela equação (4.18) e a sua derivada na equação (4.20) e tendo em conta as relações em (4.23), obtemos facilmente a seguinte expressão para a tensão do estator, função das correntes do estator e do rotor:

$$\bar{u}_s^g = (R_s + j\omega_g L_s) \bar{i}_s^g + L_s \frac{d\bar{i}_s^g}{dt} + j\omega_g L_m \bar{i}_r^g + L_m \frac{d\bar{i}_r^g}{dt}. \quad (4.30)$$

A expressão da corrente do rotor pode ser obtida a partir da equação (4.19), da qual resulta:

$$\bar{i}_r^g = \frac{1}{L_r} \bar{\phi}_r^g - \frac{L_m}{L_r} \bar{i}_s^g. \quad (4.31)$$

Substituindo (4.31) em (4.30) e reagrupando, convenientemente, os termos da equação, obtemos:

$$\bar{u}_s^g = \left[ R_s + j\omega_g \left( L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \right] \bar{i}_s^g + \left( L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \frac{d\bar{i}_s^g}{dt} + j\omega_g \frac{L_m}{L_r} \bar{\phi}_r^g + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\bar{\phi}_r^g}{dt}. \quad (4.32)$$

Atendendo a que  $L'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$  e  $\frac{L_m}{L_r} = a$ , como definido em (4.28), passamos a escrever:

$$\bar{u}_s^g = (R_s + j\omega_g L'_s) \bar{i}_s^g + L'_s \frac{d\bar{i}_s^g}{dt} + j\omega_g a \bar{\phi}_r^g + a \frac{d\bar{\phi}_r^g}{dt}. \quad (4.33)$$

Por outro lado, substituindo a corrente do rotor, dada pela equação (4.31), na equação da tensão do rotor (4.21) e resolvendo em ordem à derivada do fluxo do rotor obtemos:

$$\frac{d\bar{\phi}_r^g}{dt} = \frac{L_m}{L_r} R_r \bar{i}_s^g - \left[ \frac{R_r}{L_r} + j(\omega_g - \omega) \right] \bar{\phi}_r^g. \quad (4.34)$$

Multiplicando pelo factor de transformação  $a = \frac{L_m}{L_r}$  e atendendo a que  $L_M = \frac{L_m^2}{L_r}$ , vem:

$$a \frac{d\bar{\phi}_r^g}{dt} = \frac{L_M}{\tau_r} \bar{i}_s^g - \left[ \frac{1}{\tau_r} + j(\omega_g - \omega) \right] a \bar{\phi}_r^g. \quad (4.35)$$

Substituindo (4.35) em (4.33), resulta:

$$\bar{u}_s^g = \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} + j\omega_g L_s' \right) \bar{i}_s^g + L_s' \frac{d\bar{i}_s^g}{dt} + \left( -\frac{1}{\tau_r} + j\omega \right) a \bar{\phi}_r^g. \quad (4.36)$$

Resolvendo em ordem à derivada da corrente do estator, obtemos:

$$\frac{d\bar{i}_s^g}{dt} = \left[ -\frac{1}{L_s'} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) - j\omega_g \right] \bar{i}_s^g + \frac{1}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right) a \bar{\phi}_r^g + \frac{1}{L_s'} \bar{u}_s^g. \quad (4.37)$$

Definindo o novo fasor do fluxo do rotor, utilizando o factor de transformação  $a$ , com:

$$\bar{\psi}_r^g = \frac{L_m}{L_r} \bar{\phi}_r^g = a \bar{\phi}_r^g, \quad (4.38)$$

podemos modelar o motor de indução trifásico sob a forma de espaço de estados cuja equação de estado é constituída pelas equações (4.37) e (4.35), reescritas como se segue:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\bar{i}_s^g}{dt} \\ \frac{d\bar{\psi}_r^g}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s'} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) - j\omega_g & \frac{1}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right) \\ \frac{L_M}{\tau_r} & -\frac{1}{\tau_r} + j(\omega - \omega_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s^g \\ \bar{\psi}_r^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s'} \\ 0 \end{bmatrix} \bar{u}_s^g. \quad (4.39)$$

O vector de estado é assim constituído pela corrente do estator e pelo fluxo do rotor referido ao estator. Para a equação de saída, e uma vez que o fluxo não é medido, é escolhida a corrente do estator:

$$\bar{i}_s^g = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \bar{i}_s^g \\ \bar{\psi}_r^g \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Através de uma breve análise à equação de estado (4.39), podemos verificar que o modelo assim definido é fortemente não linear pela interacção entre as equações, devido à multiplicação da velocidade pelas variáveis de estado. No entanto, para velocidade aproximadamente constante, ou para cada ponto de funcionamento, o modelo pode ser definido como linear e variante no tempo.

Repare-se que na representação de espaço de estados descrita por (4.39) e (4.40), a entrada, a saída e as variáveis de estado, correspondem a variáveis complexas mas, na realidade, os sinais adquiridos são as suas componentes real e imaginária, para além das plataformas de processamento digital de sinal não estarem preparadas para trabalhar directamente com sinais

compostos por amostras complexas. Assim, nas próximas secções vamos apresentar descrições equivalentes a (4.39) e (4.40), mas utilizando apenas variáveis reais.

#### 4.8.1.1. Modelo de ordem completa

Vamos retomar a equação (4.39) e substituir os fasores da tensão, corrente e fluxo pelas suas representações complexas, isto é  $\bar{x}^g = x_d^g + jx_q^g$ . Após esta substituição, igualando as partes real e imaginária de ambas as equações de (4.39), obtém-se o seguinte sistema de equações, sob a forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}^g}{dt} \\ \frac{di_{sq}^g}{dt} \\ \frac{d\psi_{rd}^g}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^g}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} - \frac{L_M}{L_s\tau_r} & \omega_g & \frac{1}{L_s\tau_r} & \frac{\omega}{L_s} \\ -\omega_g & -\frac{R_s}{L_s} - \frac{L_M}{L_s\tau_r} & -\frac{\omega}{L_s} & \frac{1}{L_s\tau_r} \\ \frac{L_M}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & \omega_g - \omega \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} & \omega - \omega_g & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \\ \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^g \\ u_{sq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Procedendo da mesma forma em relação à equação (4.40), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \\ \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Podemos agora escrever (4.41) e (4.42) de forma compacta, como se segue.

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad (4.43a)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t). \quad (4.43b)$$

Podemos verificar que os vectores de estado, das entradas e saída são, respectivamente,

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{sd}^g(t) & i_{sq}^g(t) & \psi_{rd}^g(t) & \psi_{rq}^g(t) \end{bmatrix}^T, \quad (4.44)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} u_{sd}^g(t) & u_{sq}^g(t) \end{bmatrix}^T, \quad (4.45)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sd}^g(t) & i_{sq}^g(t) \end{bmatrix}^T, \quad (4.46)$$

e as matrizes  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  e  $D(t)$  são dadas por:

$$A(t) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L'_s} - \frac{L_M}{L'_s \tau_r} & \omega_g & \frac{1}{L'_s \tau_r} & \frac{\omega}{L'_s} \\ -\omega_g & -\frac{R_s}{L'_s} - \frac{L_M}{L'_s \tau_r} & -\frac{\omega}{L'_s} & \frac{1}{L'_s \tau_r} \\ \frac{L_M}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & \omega_g - \omega \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} & \omega - \omega_g & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L'_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C(t) = C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } D(t) = 0.$$

Repare-se que as matrizes  $A(t)$  e  $B(t)$  são variantes no tempo se admitirmos que os parâmetros são variantes no tempo e se a velocidade for considerada com um parâmetro variante no tempo cujo valor é medido ao longo do tempo.

O modelo que representa o motor de indução trifásico, descrito por (4.41) e (4.42) ou equivalentemente por (4.43), corresponde a uma estrutura de modelos sob a forma de espaço de estados de 4ª ordem. Adicionalmente, para esta estrutura de modelos no domínio contínuo, vamos utilizar a designação mais simplificada de modelo de ordem completa, pelo facto de no vector de estado serem incluídas as componentes directa e em quadratura da corrente do estator, as quais podem ser medidas fisicamente.

#### 4.8.1.2. Modelos de ordem reduzida

Na presente dissertação vamos introduzir simplificações inovadoras e relacionadas com a utilização de modelos de ordem reduzida. Uma delas é introduzida de seguida e outras serão referidas ao longo dos próximos capítulos. Assim, atendendo ao princípio de funcionamento do motor de indução trifásico e à sua modelação descrita no presente capítulo, podemos constatar que o conteúdo informativo, para efeitos de identificação, das duas primeiras equações que compõem a equação de estado (4.41) é similar, pelo que é suficiente utilizar apenas uma delas. Se escolhermos, por exemplo, a primeira dessas duas equações, o motor de indução passa a ser representado pelo modelo de 3ª ordem descrito por:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}^g}{dt} \\ \frac{d\psi_{rd}^g}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^g}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L'_s} - \frac{L_M}{L'_s \tau_r} & \frac{1}{L'_s \tau_r} & \frac{\omega}{L'_s} \\ \frac{L_M}{\tau_r} & -\frac{1}{\tau_r} & \omega_g - \omega \\ 0 & \omega - \omega_g & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L'_s} & \omega_g \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix}, \quad (4.47a)$$

$$i_{sd}^g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.47b)$$

As vantagens desta simplificação são essencialmente de ordem computacional, como veremos posteriormente. Mas atendendo a que ambas as componentes da corrente do estator podem ser medidas quase directamente, como veremos posteriormente, a ordem do modelo designado por modelo de ordem completa e apresentado na secção anterior, pode ser ainda mais reduzida, obtendo-se a seguinte equação de estado de 2ª ordem:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{rd}^g}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^g}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & \omega_g - \omega \\ \omega - \omega_g & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Neste caso podemos obter a equação de saída a partir das duas primeiras equações que compõem a equação de estado (4.41), ou directamente a partir de (4.36), depois de substituir os fasores pela sua notação complexa e igualar as partes real e imaginária da equação resultante. Deste modo obtém-se o sistema de equações seguinte:

$$\begin{cases} u_{sd}^g = -\frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^g - \omega \psi_{rq}^g + \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sd}^g - L'_s \omega_g i_{sq}^g + L'_s \frac{di_{sd}^g}{dt} \\ u_{sq}^g = \omega \psi_{rd}^g - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rq}^g + L'_s \omega_g i_{sd}^g + \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sq}^g + L'_s \frac{di_{sq}^g}{dt} \end{cases},$$

a partir do qual se retira a equação de saída descrita por:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^g - L'_s \frac{di_{sd}^g}{dt} \\ u_{sq}^g - L'_s \frac{di_{sq}^g}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega \\ \omega & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_M}{\tau_r} & -L'_s \omega_g \\ L'_s \omega_g & R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

Repare-se que, neste caso, ambas as saídas que integram a equação de saída do sistema, podem ser consideradas como saídas virtuais uma vez que as derivadas das componentes da corrente do estator não são medidas directamente, mas podem ser calculadas como veremos posteriormente.

Uma vez mais introduzimos aqui a simplificação inovadora que é aplicada ao modelo anterior. Assim, passamos a descrever o sistema através de uma única saída retirada de (4.49), sem impor quaisquer restrições, uma vez que ambas têm conteúdo informativo similar, podendo ser consideradas redundantes, para efeitos de identificação. Deste modo, podemos definir a equação de saída como sendo, por exemplo:

$$u_{sd}^g - L'_s \frac{di_{sd}^g}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^g \\ \psi_{rq}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_M}{\tau_r} & -L'_s \omega_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Podemos constatar, facilmente, que a representação mais compacta equivalente a (4.43) para descrever (4.49) e (4.50) corresponde a definir o vector de estado, as entradas e a saída como se segue:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^g(t) & \psi_{rq}^g(t) \end{bmatrix}^T, \quad (4.51)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} i_{sd}^g(t) & i_{sq}^g(t) \end{bmatrix}^T, \quad (4.52)$$

$$y = u_{sd}^g - L_s' \frac{di_{sd}^g}{dt}. \quad (4.53)$$

Naturalmente, as matrizes  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  e  $D(t)$  são dadas por:

$$A(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & \omega_g - \omega \\ \omega - \omega_g & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix},$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega \end{bmatrix} \text{ e } D(t) = \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_M}{\tau_r} & -L_s' \omega_g \end{bmatrix}.$$

O modelo que representa o motor de indução trifásico, descrito por (4.48) e (4.50), corresponde a uma estrutura de modelos sob a forma de espaço de estados de 2ª ordem e de saída única.

Para esta estrutura de modelos no domínio contínuo, vamos utilizar a designação mais simplificada de modelo de ordem reduzida, pelo facto de no vector de estado serem incluídas apenas as componentes directa e em quadratura do fluxo do rotor, tendo em consideração o facto das componentes da corrente do estator poderem ser medidas, isto é, sem necessidade de recorrer à sua estimação.

#### 4.8.2. Função de transferência para regime permanente

O motor de indução trifásico também pode ser modelado através de uma função de transferência que relaciona o fasor da corrente e tensão do estator. Tal só é possível manipulando convenientemente as equações (4.18) a (4.21), eliminando os fluxos e a corrente do rotor nessas equações e resolvendo a equação (4.20) em ordem à corrente do estator. Mas a tarefa continua árdua ou mesmo impossível de atingir tendo em conta que são variantes no tempo e, principalmente, porque a velocidade é um sinal variável no tempo. Assim, como referimos no primeiro capítulo, a transformada de Laplace não se apresenta muito útil. Contudo, é possível continuar a utilizar as vantagens desta transformada, restringindo o domínio de validade do modelo matemático do motor de indução, descrito pelas equações (4.18) a (4.21), considerando que a velocidade e os parâmetros eléctricos e magnéticos do motor são constantes, passando o sistema a ser linear e invariante no tempo, podendo então utilizar-se a transformada de Laplace. Na prática, atendendo ao conhecimento previamente existente sobre o sistema, cuja utilização temos vindo a promover ao longo dos capítulos anteriores, podemos tornar esta restrição, no domínio de validade do modelo, menos rígida. Assim, do funcionamento do motor, sabemos que podemos considerar um regime de funcionamento em que a velocidade varia lentamente, comparativamente com a dinâmica dos sinais eléctricos, o mesmo acontecendo com os parâmetros do modelo do motor. Neste contexto, podemos introduzir as seguintes simplificações:

$$\omega \approx \text{constante}, \quad (4.54a)$$

$$\text{Parâmetros} \approx \text{constantes}. \quad (4.54b)$$

Convém ainda notar que na descrição do motor de indução, baseada em (4.49) e (4.50), a velocidade do referencial geral,  $\omega_g$ , é uma constante que depende do referencial que se escolher.

Atendendo a (4.54) e ao que acabámos de expor, vamos aplicar a transformada de Laplace às equações (4.18) a (4.21), resultando:

$$\bar{\Phi}_s^g = L_s \bar{I}_s^g + L_m \bar{I}_r^g, \quad (4.55)$$

$$\bar{\Phi}_r^g = L_m \bar{I}_s^g + L_r \bar{I}_r^g, \quad (4.56)$$

$$\bar{U}_s^g = R_s \bar{I}_s^g + (\mathcal{S} + j\omega_g) \bar{\Phi}_s^g, \quad (4.57)$$

$$\bar{U}_r^g = 0 = R_r \bar{I}_r^g + (\mathcal{S} + j(\omega_g - \omega)) \bar{\Phi}_r^g, \quad (4.58)$$

em que  $\mathcal{S}$  representa a variável de Laplace.

Substituindo (4.56) em (4.58) obtém-se a seguinte expressão para o fasor da corrente do rotor:

$$\bar{I}_r^g = -\frac{L_m}{L_r} \frac{\mathcal{S} + j(\omega_g - \omega)}{\mathcal{S} + j(\omega_g - \omega) + \frac{1}{\tau_r}} \bar{I}_s^g. \quad (4.59)$$

Substituindo (4.55) em (4.57) resulta:

$$\bar{U}_s^g = \left[ R_s + (\mathcal{S} + j\omega_g) L_s \right] \bar{I}_s^g + (\mathcal{S} + j\omega_g) L_m \bar{I}_r^g, \quad (4.60)$$

e entrando com (4.59) em (4.60) obtemos:

$$\bar{U}_s^g = \left\{ \left[ R_s + (\mathcal{S} + j\omega_g) L_s \right] - (\mathcal{S} + j\omega_g) \frac{L_m^2}{L_r} \frac{\mathcal{S} + j(\omega_g - \omega)}{\mathcal{S} + \frac{1}{\tau_r} + j(\omega_g - \omega)} \right\} \bar{I}_s^g.$$

Manipulando convenientemente esta equação, utilizando um conjunto de operações algébricas simples, e depois de algum trabalho de desenvolvimento, obtemos finalmente a seguinte função de transferência:

$$\frac{\bar{I}_s^g}{\bar{U}_s^g} = \frac{1}{L_s'} \frac{\mathcal{S} + \frac{1}{\tau_r} + j(\omega_g - \omega)}{\mathcal{S}^2 + \bar{a}_1 \mathcal{S} + \bar{a}_0}, \quad (4.61a)$$

na qual os parâmetros complexos  $\bar{a}_0$  e  $\bar{a}_1$ , são dados por:

$$\bar{a}_1 = \frac{R_s}{L_s'} + \frac{L_M}{L_s' \tau_r} + \frac{1}{\tau_r} + j \left[ \omega_g + (\omega_g - \omega) \right], \quad (4.61b)$$

$$\bar{a}_0 = \frac{R_s}{L_s' \tau_r} - \omega_g (\omega_g - \omega) + j \left[ \omega_g \left( \frac{L_M}{L_s' \tau_r} + \frac{1}{\tau_r} \right) + \frac{R_s}{L_s'} (\omega_g - \omega) \right]. \quad (4.61c)$$

A relação entre os fasores da corrente e da tensão do estator do motor de indução trifásico, dada pela equação (4.61a), corresponde, no contexto do seu desenvolvimento, à função de transferência válida para regime permanente, no domínio contínuo, eventualmente com um domínio de validade um pouco mais alargado desde que se verifiquem as condições (4.54a) (4.54b).

## 4.9. Resumo

Neste capítulo foi apresentado o processo de modelação do motor de indução trifásico, a partir do seu modelo matemático clássico, que permitiu desenvolver um modelo dinâmico bifásico de 4 parâmetros, referido a um referencial geral ortogonal, comum aos sistemas bifásicos do estator e do rotor.

Começamos por apresentar, na secção 4.2, o modelo matemático clássico do motor de indução, baseado nas suas equações eléctricas e magnéticas que descrevem os sistemas trifásicos originais do estator e do rotor, utilizado no desenvolvimento de técnicas de controlo moderno em sistemas de accionamento de velocidade variável.

Na secção 4.3 foram descritas as duas formas de manipulação das equações matemáticas do motor, que permitiram obter o modelo dinâmico bifásico equivalente, descrito num referencial ortogonal, nomeadamente, a teoria generalizada das máquinas eléctricas, na secção 4.3.1, e o método dos fasores espaciais, na secção 4.3.2. A primeira consiste na utilização de algumas transformações matriciais que permitem passar de um sistema trifásico para um sistema bifásico equivalente, em quadratura, obtendo-se uma representação do motor descrita por dois enrolamentos ortogonais e, consequentemente, o acoplamento magnético entre ambos é nulo, como acontece no motor de corrente contínua. Esta transformação pode ser aplicada a qualquer sistema trifásico de grandezas eléctricas e magnéticas, quer do estator quer do rotor. A segunda forma de manipulação das equações do motor, designada por método dos fasores espaciais, não é mais do que uma alternativa da primeira, e permite obter uma representação mais compacta, através da utilização da notação complexa, tendo em conta que o sistema de eixos resultante é ortogonal e, assim, as grandezas são representadas por um fasor espacial composto por duas componentes, uma real e a outra imaginária, variantes no tempo.

O modelo dinâmico resultante da aplicação das duas formas de modelação referidas no parágrafo anterior, descrito num referencial geral de eixos ortogonais  $dq$ , foi apresentado na secção 4.4. As condições que definem a validade do modelo, designadamente as que se prendem com um conjunto de simplificações relacionadas com aspectos construtivos do motor de indução, são descritas na secção 4.5. O correspondente modelo equivalente por fase, de quatro parâmetros, é obtido na secção 4.6 e comparado com o modelo convencional de cinco parâmetros.

A secção 4.7 abordou a problemática da variação temporal dos parâmetros eléctricos e magnéticos, designadamente, as causas, na secção 4.7.1, e as consequências, na secção 4.7.2. Relativamente às causas, pudemos concluir que as resistências aumentam devido ao aumento da temperatura e ao efeito pelicular. As variações das resistências do rotor e do estator são praticamente idênticas e podem-se considerar como lentas, por estarem relacionadas com a constante de tempo térmica do motor. Em contrapartida, a variação das indutâncias está relacionada com o nível de magnetização do motor e, portanto, são fenómenos acompanhados por uma dinâmica relativamente rápida. Em relação às consequências da variação dos parâmetros, constatamos que os erros na constante de tempo do rotor e no coeficiente de indução mútua são os que influenciam de forma mais significativa o desempenho do motor de indução trifásico. A falta de precisão no coeficiente de indução mútua traduz-se num erro em regime permanente no fluxo e no binário, enquanto que o erro no valor da constante de tempo do rotor leva a uma resposta oscilatória do binário electromagnético.

O modelo dinâmico de quatro parâmetros, no referencial geral  $dq$ , foi desenvolvido na secção 4.8, com representações de espaço de estados de 2ª, 3ª e 4ª ordens, na secção 4.8.1, e sob a forma de função de transferência, na secção 4.8.2. O trabalho realizado nestas duas secções



corresponde, no conceito de identificação de sistemas, a um processo de modelação prévio tendo em conta o conhecimento previamente existente sobre o funcionamento do motor. No primeiro caso, a dimensão da saída dos modelos de espaço de estados foi reduzida a uma saída única, constituindo um elemento inovador, no contexto dos trabalhos publicados e relacionados com estimação do motor de indução trifásico, utilizando estruturas de espaço de estados. A simplificação introduzida tem vantagens significativas do ponto de vista computacional. A função de transferência, foi obtida na secção 4.8.2 e é válida para regime permanente, ou para zonas de funcionamento de velocidade quase constante. Esta restrição resultou, como vimos, da necessidade de utilização da transformada de Laplace e da eliminação das grandezas do motor que não podem ser medidas num motor convencional.

#### 4.10. Bibliografia

O trabalho de modelação do motor de indução trifásico, apresentado neste capítulo, constitui a primeira parte do resultado da investigação realizada ao longo dos últimos anos, sobre a modelação e identificação deste tipo de máquinas eléctricas, no contexto dos sistemas de controlo de velocidade variável.

Na elaboração do presente capítulo foi consultado um conjunto de referências bibliográficas, cujo núcleo principal é agora enumerado: [Carvalho 85], [Krause 86], [Krishnan 91], [Vas 93], [Caussat 95], [Leite 96], [Vaz 96], [Bühler 97a], [Bühler 97b], [Bose 97], [Leonhard 97], [Bühler 99], [Novotny 00], [Krishnan 01] e [Bose 02].

Foram ainda consultadas as seguintes referências [Sá 88], [Krause 89], [Loron 93], [Guedes 94], [Jayme 95], [Roboam 95], [Globevnik 98], [Chapman 99], [Palma 99] e [Araújo 01], entre outros.

# Capítulo 5

Estruturas de modelos para  
estimação de fluxos,  
parâmetros e velocidade

# Índice

<b>5. Estruturas de modelos para estimação de fluxos, parâmetros e velocidade..</b>	<b>151</b>
5.1. Introdução .....	151
5.2. Contextualização.....	152
5.3. Identificação das principais dificuldades .....	153
5.4. Sinais utilizados nos algoritmos de identificação.....	159
5.5. Classes de estruturas de modelos discretos e lineares .....	160
5.6. Classes de estruturas de modelos de espaço de estados no referencial do estator ..	169
5.6.1. Estimação do fluxo do rotor.....	169
5.6.2. Estimação do fluxo do rotor e da velocidade.....	172
5.6.3. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros.....	173
5.6.4. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros, utilizando um modelo de ordem reduzida .....	177
5.7. Estado actual da investigação em metodologias de estimação de parâmetros e velocidade.....	182
5.7.1. Metodologias utilizadas na estimação de parâmetros .....	184
5.7.1.1. Estimação de parâmetros para arranque automático de sistemas electrónicos de controlo moderno .....	184
5.7.1.2. Estimação da constante de tempo do rotor ou da resistência do rotor .....	185
5.7.1.3. Estimação conjunta de vários parâmetros.....	189
5.7.1.4. Outras metodologias utilizadas na estimação de parâmetros.....	194
5.7.2. Metodologias utilizadas na estimação da velocidade .....	194
5.8. Algumas considerações gerais sobre a escolha do referencial .....	200
5.9. Resumo .....	201

## **5. Estruturas de modelos para estimação de fluxos, parâmetros e velocidade**

### **5.1. Introdução**

Este capítulo começa com a apresentação, na secção 5.2, do contexto em que se pretende investigar a estimação dos parâmetros eléctricos do motor de indução, bem como das componentes do fasor do fluxo do rotor e da velocidade de rotação. As principais dificuldades dos procedimentos de identificação, na estimação destas variáveis e no contexto em causa, estão descritas na secção 5.3, enquanto que os sinais utilizados pelos diferentes algoritmos, utilizados ao longo dos próximos capítulos, estão referidos na 5.4.

Na secção 5.5 é detalhado o modo como podem ser estimados os parâmetros do motor de indução através dos métodos directo e indirecto, utilizando classes de estruturas de modelos lineares e discretos, desenvolvidas para esse efeito.

As classes de estruturas de modelos, na representação de espaço de estados no referencial do estator, utilizadas para identificação do motor de indução, estão detalhadas na secção 5.6. A secção 5.6.1 descreve a aplicação do filtro de Kalman na estimação das componentes do fasor do fluxo do rotor, enquanto que a secção 5.6.2 apresenta a estrutura de modelos para estimação da velocidade de rotação, conjuntamente com as componentes do fluxo do rotor. Nas secções 5.6.3 e 5.6.4, são descritas, respectivamente, as estruturas de modelos de ordem completa e de ordem reduzida para estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do modelo equivalente por fase do motor de indução, utilizando o filtro de Kalman estendido (EKF), cuja aplicação será detalhada.

A secção 5.7 é dedicada à apresentação do estado actual da investigação de metodologias de estimação dos parâmetros e da velocidade do motor de indução, o que é feito nas secções 5.7.1 e 5.7.2, respectivamente.

Por fim, na secção 5.8, são apresentadas algumas considerações gerais sobre a escolha do referencial adoptado para descrever as estruturas de modelos, para efeitos de identificação do motor de indução.

## 5.2. Contextualização

As estruturas de modelos apresentadas nesta secção, foram desenvolvidas com vista à sua utilização integrada com métodos de identificação de natureza recursiva, designadamente o EKF, para estimação de:

- estados, neste caso as componentes do fasor do fluxo do rotor,
- parâmetros eléctricos e
- velocidade de rotação,

do motor de indução trifásico em sistemas de accionamento de velocidade variável, utilizando técnicas de controlo moderno em aplicações de elevado desempenho. Assim, foram desenvolvidas e utilizadas novas estruturas de modelos, em particular de ordem reduzida, bem como metodologias de identificação inovadoras para:

- estimação de estados (componentes do fluxo do rotor);
- estimação conjunta de estados e do maior número possível de parâmetros eléctricos;
- estimação conjunta de estados e da velocidade de rotação para aplicações de controlo do motor de indução sem transdutor de velocidade de rotação.

A integração das estruturas de modelos desenvolvidas com métodos de identificação recursivos teve por objectivo realizar a estimação das diversas variáveis:

- em tempo real;
- com capacidade de acompanhamento da evolução temporal das variáveis estimadas;
- em condições de funcionamento normal, isto é:
  - sem executar procedimentos específicos de identificação para uma variável ou um conjunto de variáveis em particular, que pressuponham a alteração do funcionamento normal do motor de indução;
  - sem adicionar sinais auxiliares, por exemplo, sobrepostos aos sinais de funcionamento normal do motor, incluindo sinais de alta frequência, para além das componentes harmónicas provenientes do método de modulação;
- válida ou adaptável a qualquer ponto de funcionamento, ou seja:
  - para qualquer regime dinâmico, permanente e transitório;
  - para toda a gama de velocidade e
  - para qualquer binário de carga;
- com um esforço computacional tão baixo quanto possível, mesmo tendo em conta os DSPs mais actuais, uma vez que estes executam, para além da identificação, o controlo e outras funções, nos sistemas de accionamento de velocidade variável.

Evidentemente, os requisitos referidos anteriormente, são extremamente ambiciosos e não podem ser cumpridos simultaneamente, sendo mesmo, alguns deles, incompatíveis.

Ressalta do contexto anterior, que a estimação simultânea de estados (como os fluxos do estator, do rotor e de magnetização, ou ainda as correntes do rotor e de magnetização), da velocidade e dos parâmetros eléctricos e mecânicos é, na prática, impossível. O estado da investigação actual e do passado recente demonstram esta afirmação. Mesmo diminuindo o

nível de ambição, limitando a estimação de variáveis aos parâmetros eléctricos do motor, a robustez com que tal é conseguido, no contexto genérico, referido anteriormente, torna a identificação utópica. A solução passa pelo desenvolvimento de procedimentos e metodologias de identificação orientadas para as condições de funcionamento e aplicação em causa. Algumas das razões que justificam estas afirmações são identificadas já na próxima secção e outras irão surgindo, naturalmente, ao longo deste capítulo e dos capítulos seguintes.

### 5.3. Identificação das principais dificuldades

A grande vantagem do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, resulta do facto de não haver necessidade do sistema de colectores e escovas para aceder ao circuito eléctrico do rotor, como no motor de corrente contínua e outros de rotor bobinado. Este facto, torna-o numa escolha preferencial nas aplicações recentes de velocidade variável. Tal só foi possível a partir do desenvolvimento extraordinário da electrónica de potência e dos processadores digitais de sinal, durante as últimas 2 décadas. Contudo, as suas principais desvantagens resultam do mesmo facto, uma vez que a sua identificação e controlo em aplicações de elevado desempenho dinâmico, continuam a ser um grande desafio e a concentrar um grande esforço de investigação no mundo inteiro, mais de um século após o seu aparecimento.

No motor de indução convencional, não existe medida directa de fluxo nem das grandezas do rotor. Isto significa que, em geral, para estimar parâmetros e velocidade é imprescindível estimar outras grandezas não acessíveis como fluxos, correntes no rotor ou corrente de magnetização, que são também necessárias para os algoritmos de controlo. Isto significa, por outras palavras e para efeitos de identificação, que temos menos informação disponível e mais variáveis para estimar.

No início do capítulo 2 começámos por descrever, genericamente, os principais procedimentos que é necessário executar para realizar com sucesso a identificação de um dado sistema. Tais procedimentos, encontram-se ilustrados na figura 2.1, dos quais destacamos agora nos seguintes pontos:

1. A concepção da experiência que inclui a programação do sinal de excitação e a aquisição dos dados;
2. A escolha da estrutura de modelos;
3. A escolha do método de identificação;
4. A validação do modelo estimado.

Como referido no capítulo 2 a utilização do conhecimento previamente existente acerca do sistema, neste caso sobre o motor de indução accionado por conversores de frequência, é de interesse pertinente em todos os pontos acima referidos.

Relativamente ao ponto 1, resulta da leitura do capítulo 2 que, o sinal de excitação deve ser programado, sempre que tal for possível, de modo que este possua características que permitam estimular suficientemente todos os modos do sistema e recolher um conjunto de dados suficientemente informativo para os objectivos pretendidos. Aliás, as características dos sinais de entrada foram objecto de análise na secção 2.3.

No contexto em que se pretende realizar a identificação do motor de indução trifásico, descrito na secção anterior, não é possível programar convenientemente o sinal de excitação uma vez que se pretende estimar um conjunto de variáveis com o motor a funcionar normalmente numa dada aplicação de controlo de elevado desempenho. Por outro lado, entende-se não ser conveniente perturbar o funcionamento normal do motor, designadamente com a introdução de oscilação no binário desenvolvido, com a injeção de sinais adicionais de frequências criteriosamente escolhidas de modo a melhor estimular algumas das variáveis que se pretendem estimar. Assim, podemos constatar, desde já, que em regime permanente, a excitação será de ordem 2, de acordo com a análise da secção 2.3, se limitarmos a aquisição à componente fundamental da tensão de alimentação do motor. Por outro lado, é possível incluir algum conteúdo harmónico da tensão, o que obriga a aumentar a frequência de corte, mas mesmo assim não é garantido que as frequências das componentes harmónicas e a sua amplitude sejam de interesse relevante de modo a garantir que os dados passam a ser suficientemente informativos.

Para aumentar, de forma natural, a persistência dos sinais de excitação, que são na prática as componentes directa e em quadratura da tensão do estator, é conveniente e necessário aproveitar o regime de funcionamento dinâmico do motor e, se este for suficientemente rico, isto é, com frequentes acelerações, desacelerações, inversões de marcha e rotação a diferentes velocidades incluindo baixas velocidades, então é possível explorar convenientemente esta diversidade de pontos de funcionamento que pode incluir uma gama de frequências de excitação desde 0Hz até algumas centenas de Hz. Nos próximos capítulos são apresentadas metodologias de identificação inovadoras que visam explorar esta realidade, [Leite 03a] e [Leite 03b].

Um outro factor que introduz dificuldades acrescidas no processamento de sinal neste tipo de sistemas consiste na própria natureza da tensão gerada pelos inversores de tensão, tornando obrigatória a filtragem dos sinais, o que impõe um compromisso entre o atraso introduzido pelos filtros, a frequência de amostragem e os requisitos de tempo real exigidos pela lei de controlo. Para obter suficiente flexibilidade em relação a esta questão, foi desenvolvido um sistema electrónico adequado [Leite 01], o qual utiliza filtros activos passa baixo, elípticos, de 5ª ordem, com frequência de corte programável numa ampla gama a partir de 1Hz. Este sistema electrónico será descrito sumariamente no capítulo 8.

Por outro lado, aos sistemas de accionamento de velocidade variável baseados em conversores electrónicos de frequência, é inerente um ambiente de forte interferência electromagnética, cujas fontes e soluções são objecto de investigação, veja-se por exemplo [Skibinski 99] e [Rossetto 99], e motivo para a realização de seminários em conferências internacionais, [Kerkman 03] e [Laeuffer 03].

Em relação ao ponto 2, anteriormente referido e relativo à escolha da estrutura de modelos, pode afirmar-se que é um procedimento basilar na identificação de sistemas. Na presente dissertação o capítulo 1 foi dedicado à descrição geral de classes de estruturas de modelos. No capítulo anterior foi desenvolvida uma modelação matemática, prévia, a partir do modelo clássico do motor, a partir da qual se vão obter as classes de estruturas de modelos, no tempo discreto, que serão descritas no presente capítulo e às quais podem ser aplicados os métodos de identificação descritos nos capítulos 2 e 3.

A principal dificuldade relacionada com a escolha da melhor estrutura de modelos, prende-se com o facto das classes de estruturas de modelos no tempo contínuo, que resultaram da modelação matemática desenvolvida no capítulo anterior, serem fortemente não lineares. Isso deve-se, por um lado, à interacção entre estados, velocidade e parâmetros variantes no tempo, que constitui o conjunto de variáveis que se deseja estimar e, por outro, ao acoplamento entre

as equações diferenciais das estruturas de modelos, sob a forma de espaço de estados, obtidas no capítulo anterior, devido à presença da velocidade que aparece a multiplicar por variáveis, como os fluxos, em termos cruzados das referidas equações. Para ilustrar melhor o que acabámos de dizer, repare-se que o modelo do motor descrito pela equação matricial (4.41), obtida no capítulo anterior, pode escrever-se através do seguinte sistema de equações, substituindo  $d/dt$  pela variável de Laplace  $\mathcal{S}$  e referindo as equações ao referencial do estator, isto é, fazendo  $\omega_g = 0$ :

$$\begin{cases} \Psi_{rd}^s = \frac{1}{\mathcal{S}} \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s - \frac{1}{\tau_r} \Psi_{rd}^s - \omega \Psi_{rq}^s \right) \\ \Psi_{rq}^s = \frac{1}{\mathcal{S}} \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sq}^s + \omega \Psi_{rd}^s - \frac{1}{\tau_r} \Psi_{rq}^s \right) \\ i_{sd}^s = \frac{1}{\mathcal{S} L_s'} \left[ u_{sd}^s - R_s i_{sd}^s - \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s - \frac{1}{\tau_r} \Psi_{rd}^s - \omega \Psi_{rq}^s \right) \right] \\ i_{sq}^s = \frac{1}{\mathcal{S} L_s'} \left[ u_{sq}^s - R_s i_{sq}^s - \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sq}^s + \omega \Psi_{rd}^s - \frac{1}{\tau_r} \Psi_{rq}^s \right) \right] \end{cases} \quad (5.1)$$

O sistema de equações (5.1) pode descrever-se graficamente e está ilustrado na figura 5.1. Por observação desta figura podemos verificar facilmente o acoplamento existente entre a parte que modela o eixo  $d$  e a parte que modela o eixo  $q$ . Note-se que para o caso da velocidade ser igual a zero, os eixos directo e em quadratura podem ser modelados através da mesma estrutura, mas autonomamente, como representado na figura 5.2.

A não linearidade do motor de indução em relação aos parâmetros físicos ( $\tau_r$ ,  $L_s'$ ,  $L_M$  e  $R_s$ ) e à velocidade é também evidenciada pela figura 5.1. Repare-se, por exemplo, como a velocidade vem multiplicada pelas componentes do fasor do fluxo do rotor.

O mesmo acontece, naturalmente, se for utilizada a estrutura de modelos representada pela função de transferência complexa do motor de indução, em regime permanente, descrita pelas equações (4.1a) a (4.1c) do capítulo anterior, que reescrevemos agora para o caso do referencial do estator:

$$\frac{\bar{I}_s^s}{\bar{U}_s^s} = \frac{\frac{1}{L_s'} \mathcal{S} + \frac{1}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right)}{\mathcal{S}^2 + \left[ \frac{1}{L_s'} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) + \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right] \mathcal{S} + \frac{R_s}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right)}. \quad (5.2)$$

Ou, reagrupando convenientemente os termos do numerador e do denominador temos:

$$\frac{\bar{I}_s^s}{\bar{U}_s^s} = \frac{\frac{1}{L_s'} \left( \mathcal{S} + \frac{1}{\tau_r} \right) + j \left( -\frac{\omega}{L_s'} \right)}{\mathcal{S}^2 + \left[ \frac{1}{L_s'} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) + \frac{1}{\tau_r} \right] \mathcal{S} + \frac{R_s}{L_s' \tau_r} + j \left( -\mathcal{S} - \frac{R_s}{L_s'} \right) \omega},$$



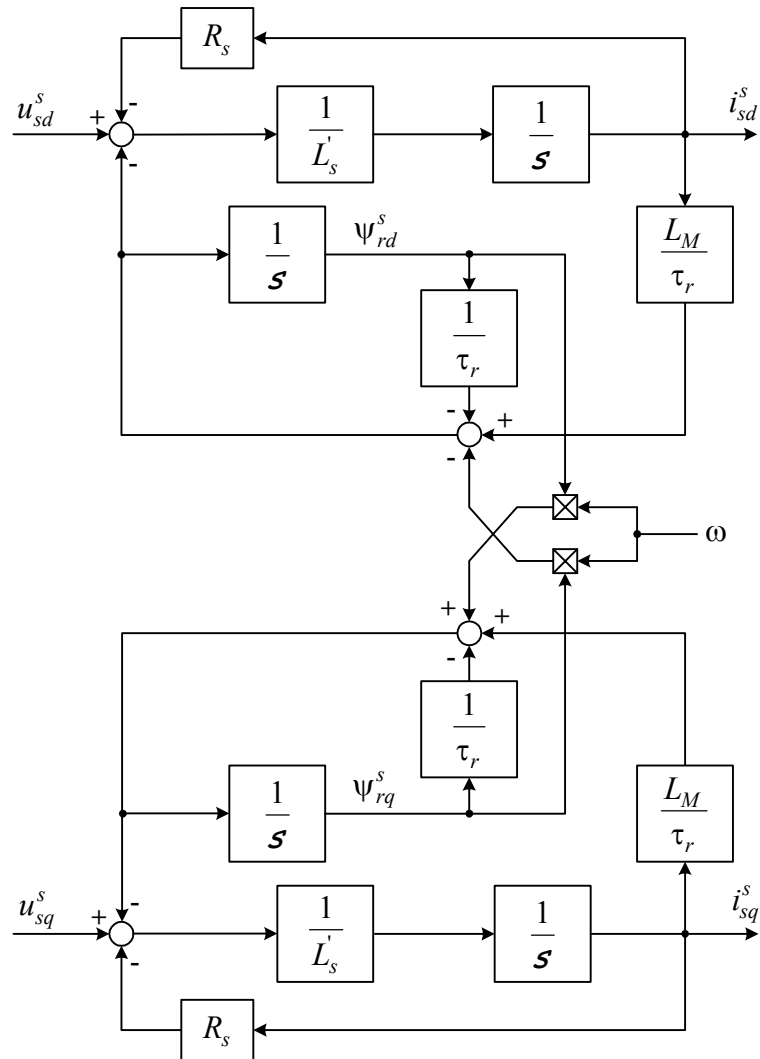
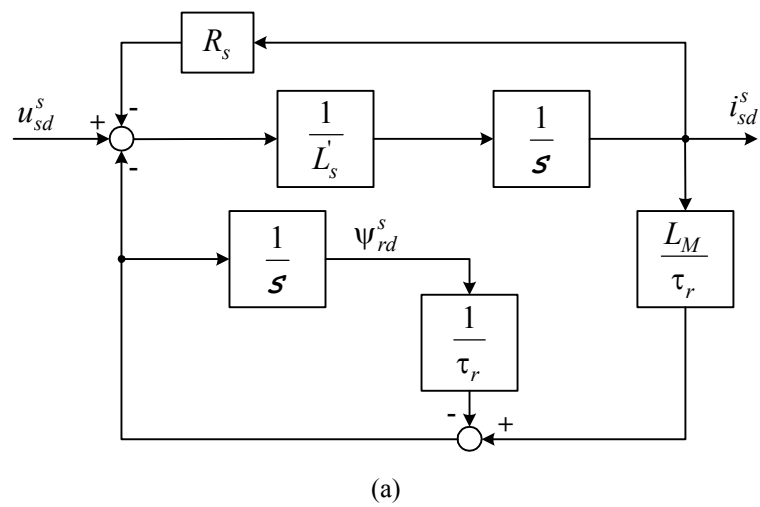


Figura 5.1: Representação gráfica do modelo dinâmico  $dq$  do motor de indução, no referencial do estator.



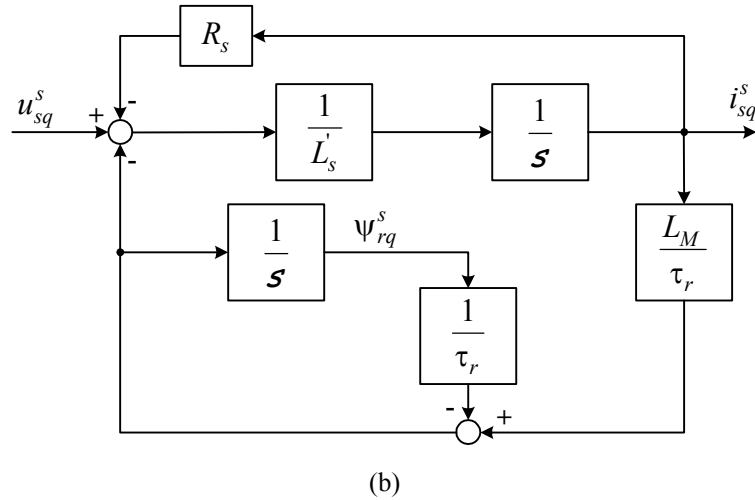


Figura 5.2: Representação gráfica do modelo dinâmico  $dq$  do motor de indução, no referencial do estator, para velocidade nula. (a) Eixo directo e (b) eixo em quadratura.

que se pode ainda escrever do seguinte modo:

$$\frac{\bar{I}_s^s}{\bar{U}_s^s} = \frac{N_r(\mathcal{S}) + jN_i(\mathcal{S})}{D_r(\mathcal{S}) + jD_i(\mathcal{S})}, \quad (5.3)$$

em que os termos do numerador são dados por:

$$N_r(\mathcal{S}) = \frac{1}{L'_s} \left( \mathcal{S} + \frac{1}{\tau_r} \right) \text{ e } N_i(\mathcal{S}) = -\frac{\omega}{L'_s}$$

e os do denominador por:

$$D_r(\mathcal{S}) = \mathcal{S}^2 + \left[ \frac{1}{L'_s} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) + \frac{1}{\tau_r} \right] \mathcal{S} + \frac{R_s}{L'_s \tau_r} \text{ e } D_i(\mathcal{S}) = \left( -\mathcal{S} - \frac{R_s}{L'_s} \right) \omega.$$

Multiplicando o numerador e o denominador da função de transferência (5.3) por  $D_r(\mathcal{S}) - jD_i(\mathcal{S})$ , obtemos uma função de transferência para a parte real  $G_r(\mathcal{S})$  e outra para a parte imaginária  $G_i(\mathcal{S})$ :

$$\frac{\bar{I}_s^s}{\bar{U}_s^s} = \frac{N_r(\mathcal{S})D_r(\mathcal{S}) + N_i(\mathcal{S})D_i(\mathcal{S})}{D_r^2(\mathcal{S}) + D_i^2(\mathcal{S})} + j \frac{N_i(\mathcal{S})D_r(\mathcal{S}) - N_r(\mathcal{S})D_i(\mathcal{S})}{D_r^2(\mathcal{S}) + D_i^2(\mathcal{S})} = G_r(\mathcal{S}) + jG_i(\mathcal{S}).$$

Podemos então escrever:

$$\begin{aligned} I_d^s + jI_q^s &= (G_r(\mathcal{S}) + jG_i(\mathcal{S}))(U_d^s + jU_q^s) = \\ &= G_r(\mathcal{S})U_d^s - G_i(\mathcal{S})U_q^s + j(G_i(\mathcal{S})U_d^s + G_r(\mathcal{S})U_q^s), \end{aligned}$$

cuja representação gráfica está ilustrada na figura 5.3. Note-se uma vez mais que para velocidade nula  $G_i(\mathcal{S}) = 0$ , resulta um desacoplamento perfeito entre o eixo directo e em quadratura, passando a descrever-se o motor por uma função de transferência real de coeficientes reais.

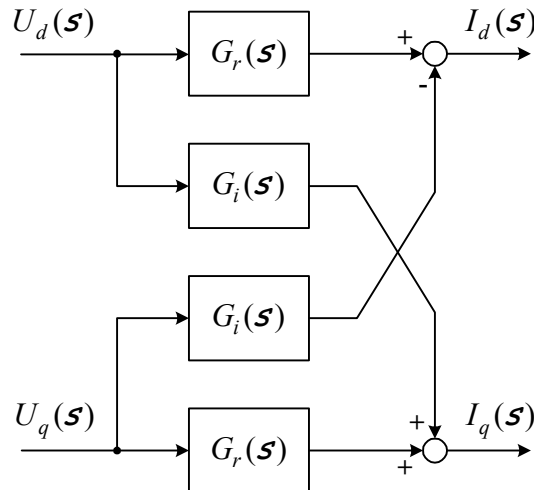


Figura 5.3: Representação gráfica do modelo do motor de indução, em regime permanente, baseado na função de transferência, no referencial do estator.

Outra observação importante, que é agora oportuno referir, consiste na comparação entre a descrição através da representação de espaço de estados, que é inerente à ilustração da figura 5.1, e a descrição através da função de transferência, representada na figura 5.3. No primeiro caso os parâmetros físicos estão bem presentes enquanto que no segundo se vão perdendo pela densidade de transformações algébricas sucessivas. Este problema torna-se ainda mais difícil após o processo de discretização e a transformação inversa, que permite recuperar os parâmetros físicos, torna-se bastante árdua, como veremos mais tarde. Podemos, assim, confirmar, que para a estimação de parâmetros físicos do motor, os modelos do tipo “caixa cinzenta” sob a forma representação de espaço de estados, são preferíveis em relação a modelos do tipo “caixa preta” sob a forma de função de transferência, como afirmamos no primeiro capítulo. Esta observação tornar-se-á ainda mais clara posteriormente.

No que diz respeito ao ponto 3, referido no início da presente secção e relativo à escolha do método de identificação, a decisão recai necessariamente sobre métodos recursivos de identificação paramétrica descritos no capítulo 3. De especial interesse, são os métodos que integram, de algum modo, uma dada modelação do ruído presente no sistema, que como já foi referido é significativo nos sistemas electrónicos de accionamentos de velocidade variável. Os métodos que consideram, ou assumem, certas propriedades para o ruído, são designados por métodos estocásticos. Aqueles que se podem aplicar às estruturas de modelos que resultam do processo de discretização e linearização de modelos no tempo contínuo, obtidos no capítulo anterior, ou que deles derivam, são de interesse relevante. Assim, os métodos de identificação que reunam, cumulativamente, as seguintes características:

- de natureza recursiva,
- vocacionados para estruturas de modelos na representação de espaço de estados,
- para estimação conjunta de estados e parâmetros,
- capazes de lidar com sinais extremamente ruidosos (dependendo também da frequência de corte),
- aplicável (juntamente com a estrutura de modelos adoptada) a qualquer regime dinâmico e não só para regime permanente e
- com esforço computacional reduzido para aplicação em tempo real,

são uma escolha natural para estimação das variáveis já identificadas e no contexto referido na secção anterior. Dos métodos descritos ao longo dos capítulos 2 e 3 o que melhor cumpre os requisitos anteriores é o filtro de Kalman estendido (EKF). O único requisito que não constitui uma vantagem, sendo mesmo o principal inconveniente do EKF, para além da complexidade que lhe é habitualmente apontada, é o tempo de computação. A presente dissertação dá um contributo significativo e inovador para atenuar esta dificuldade, utilizando e integrando novas estruturas de modelos de ordem reduzida com algoritmos baseados no EKF e outros capazes de se ajustarem de forma integrada no contexto, introduzida na secção anterior.

Por fim, falta referir as dificuldades relacionadas com a validação dos modelos estimados, a que se refere o ponto 4 do início da presente secção. Não sendo possível medir com exactidão os parâmetros do motor de indução e conhecer a sua evolução real ao longo do tempo, bem como a evolução real da maior parte das variáveis de estado que se podem considerar, nomeadamente os fluxos, a forma possível de validação dos modelos estimados consiste, fundamentalmente, na comparação entre as componentes directa e em quadratura da corrente do estator que são medidas e as mesmas componentes simuladas utilizando os parâmetros e variáveis de estado (se for o caso) estimados com o método de estimação adoptado. Trata-se, portanto, de uma forma de validação indirecta. Outra possibilidade consiste em estimar o binário electromagnético com base nas variáveis e parâmetros estimados e compará-lo com o binário medido, desde que exista um transdutor adequado, para aquisição de binário em regime dinâmico, que só é aceitável para validação em laboratório e não em aplicações industriais.

Em conclusão, podemos afirmar que os aspectos construtivos do motor, nomeadamente o facto do rotor não estar acessível e a falta de persistência dos sinais de excitação, em funcionamento normal, constituem a maior dificuldade e, simultaneamente, o maior desafio à identificação do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo.

## 5.4. Sinais utilizados nos algoritmos de identificação

Para os procedimentos de estimação de parâmetros e de estados, de um motor de indução convencional, controlado por conversores electrónicos de potência ou simplesmente, conversores de frequência, em accionamentos de velocidade variável, estão disponíveis apenas os sinais de tensão e de intensidade de corrente aos terminais do motor. Deste modo, é possível medir directamente o sistema trifásico de tensões e de correntes e a velocidade mecânica do motor, utilizando um transdutor adicional para o efeito.

Até ao final da presente dissertação admitem-se dois casos possíveis.

1º Caso: são adquiridas pelo menos

- duas tensões e duas correntes dos respectivos sistemas trifásicos e
- a posição mecânica do rotor.

2º Caso: são adquiridas directamente

- os sinais em quadratura que compõem os sistemas bifásicos, equivalentes, de tensão e corrente, referidos quer ao referencial do estator quer ao do rotor e

- a velocidade de rotação mecânica do rotor.

No primeiro caso, os sinais em quadratura que compõem os sistemas bifásicos, equivalentes, de tensão e corrente, referidos ao referencial do estator e do rotor, são obtidos através de processamento digital recorrendo às transformações referidas no capítulo anterior, utilizando a posição do rotor.

No segundo caso, os mesmos sinais são convertidos para os respectivos sistemas bifásicos através de sistemas de instrumentação electrónica adequados como por exemplo os apresentados em [Leite 99] e [Leite 01], os quais foram desenvolvidos no âmbito dos trabalhos conducentes à presente dissertação. Em [Vas 93] são também descritas diversas formas e circuitos electrónicos simples para aquisição directa das componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e corrente do estator.

Em qualquer dos casos e para os procedimentos de identificação que serão apresentados, os sinais utilizados são os do conjunto seguinte, ou subconjunto deles, enumerados de forma compacta recorrendo à respectiva nomenclatura:

$$\{u_{sd}^s, u_{sq}^s, i_{sd}^s, i_{sq}^s, u_{sd}^r, u_{sq}^r, i_{sd}^r, i_{sq}^r, \omega \text{ e/ou } \theta\}.$$

Nos algoritmos de estimação da velocidade, esta é adquirida somente para efeitos de validação. Como veremos, posteriormente, a estimação da velocidade requer apenas a aquisição do conjunto de dados:

$$\{u_{sd}^s, u_{sq}^s, i_{sd}^s, i_{sq}^s\}.$$

## 5.5. Classes de estruturas de modelos discretos e lineares

Na identificação de sistemas podem distinguir-se dois objectivos, cujos requisitos são de certo modo integrados e até complementares, mas que podem resultar de necessidades significativamente diferentes. Assim, a identificação pode ser realizada com vista

1. à estimação de variáveis com determinado significado físico ou
2. à predição do sinal de saída do sistema.

No primeiro caso, o objectivo consiste em ajustar os valores estimados dos parâmetros, com algum significado físico, de modo a minimizar a função do erro entre a saída do sistema e a sua predição obtida a partir do modelo assente nos parâmetros estimados.

Em contrapartida, no segundo caso, o objectivo consiste em obter uma boa predição do sinal de saída do sistema, independentemente do tipo de estrutura de modelos adoptada. O mais importante é saber se o modelo resultante é adequado aos requisitos iniciais de predição da saída do sistema, não sendo de todo relevante o número de parâmetros utilizados nem os respectivos valores estimados. Neste caso, pretende-se apenas obter um modelo, qualquer que ele seja, que reproduza tão fielmente quanto possível a saída real do sistema em causa, pelo menos num determinado sub-domínio.

Na presente dissertação, como já foi referido, em particular na contextualização efectuada na secção 5.2, o principal objectivo é realizar a estimação de parâmetros e/ou grandezas do motor de indução trifásico com significado físico, o que nos leva a considerar a identificação

de estruturas de modelos no tempo contínuo, mas procurando aplicar as estruturas habituais dos modelos do tipo “caixa preta” descritos no primeiro capítulo, para as quais existe um conjunto de programas comerciais muito significativo, com a maior parte dos métodos descritos nos capítulos 2 e 3, já implementados.

Os caminhos a seguir para a obtenção de estruturas de modelos lineares e discretos, a partir de estruturas de modelos no tempo contínuo, para identificação paramétrica do motor de indução, são diversos, mas podem ser referidas, essencialmente, duas formas genéricas de o fazer, sintetizadas em [Araújo 01]:

- o método indirecto e
- o método directo.

O método indirecto implementa a estimação de parâmetros em duas fases: em primeiro lugar é realizada a estimação dos parâmetros do modelo discreto e, em segundo, os parâmetros do modelo contínuo são estimados a partir dos parâmetros estimados do modelo discreto. A transformação do modelo contínuo num modelo discreto, é realizada através de transformações bem conhecidas como a transformação bilinear que, na prática, substitui a variável de Laplace  $\mathcal{S}$  (ou  $d/dt$ ) pela variável  $z$  (ou o operador atraso  $q$ ) de acordo com a seguinte expressão:

$$\mathcal{S} = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}, \quad (5.4)$$

o que equivale a passar do domínio de Laplace para o domínio  $z$  ou, por outras palavras, do domínio contínuo para o domínio discreto. Enquanto que a transformação do modelo contínuo para o modelo discreto, em geral, não oferece dificuldades a realçar, a transformação inversa pode revelar-se bastante problemática uma vez que poderá ter soluções múltiplas ou não ter mesmo solução.

Para demonstrar o que se acabou de referir, consideremos de novo a função de transferência (5.2), reescrita como se segue:

$$\frac{\bar{I}_s^s}{\bar{U}_s^s} = \frac{b_1 \mathcal{S} + \bar{b}_0}{\mathcal{S}^2 + \bar{a}_1 \mathcal{S} + \bar{a}_0}, \quad (5.5a)$$

em que os coeficientes do numerador e denominador são dados por:

$$b_1 = \frac{1}{L_s'}, \quad (5.5b)$$

$$\bar{b}_0 = \frac{1}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right), \quad (5.5c)$$

$$\bar{a}_1 = \frac{1}{L_s'} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) + \frac{1}{\tau_r} - j\omega, \quad (5.5d)$$

$$\bar{a}_0 = \frac{R_s}{L_s'} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right). \quad (5.5e)$$

Entrando com (5.4) em (5.5a) e após várias transformações algébricas obtemos:

$$\frac{\bar{I}_s^s(z)}{\bar{U}_s^s(z)} = \frac{\bar{N}_0 z^2 + \bar{N}_1 z + \bar{N}_0}{z^2 + \bar{D}_1 z + \bar{D}_0}, \quad (5.6)$$

ou, utilizando o operador atraso:

$$\frac{\bar{I}_s^s(q)}{\bar{U}_s^s(q)} = \frac{\bar{N}_0 + \bar{N}_1 q^{-1} + \bar{N}_0 q^{-2}}{1 + \bar{D}_1 q^{-1} + \bar{D}_0 q^{-2}}, \quad (5.7)$$

em que:

$$\bar{N}_0 = \frac{2b_1 T_s + \bar{b}_0 T_s^2}{4 + 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.8a)$$

$$\bar{N}_1 = \frac{2\bar{b}_0 T_s^2}{4 + 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.8b)$$

$$\bar{N}_2 = \frac{-2b_1 T_s + \bar{b}_0 T_s^2}{4 + 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.8c)$$

$$\bar{D}_1 = \frac{-8 + 2\bar{a}_0 T_s^2}{4 + 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.8d)$$

$$\bar{D}_2 = \frac{4 - 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}{4 + 2\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}. \quad (5.8e)$$

Note-se que a estrutura de modelos (5.7) pode ser transformada de imediato numa regressão linear, ou numa estrutura de modelos do tipo ARX, descrita no primeiro capítulo, fazendo os polinómios  $A(q)$  e  $B(q)$  coincidirem com o denominador e numerador de (5.7), respectivamente, e admitindo que a corrente  $\bar{I}_s^s$  é contaminada por ruído branco. Pode ainda ser convertida para uma estrutura do tipo ARMAX considerando adicionalmente  $C(q)=1$ . Estas classes de estruturas de modelos gozam das propriedades e vantagens referidas no primeiro capítulo e seguintes. Contudo, existe logo à partida uma diferença muito significativa que resulta do facto de, neste caso, os coeficientes dos polinómios  $A(q)$  e  $B(q)$  serem complexos.

Repare-se que a dimensão do vector de parâmetros do modelo contínuo,

$$\bar{\theta}_c = [\bar{a}_0 \quad \bar{a}_1 \quad \bar{b}_0 \quad b_1]^T,$$

e a dimensão do vector de parâmetros do modelo discreto,

$$\bar{\theta}_d = [\bar{N}_0 \quad \bar{N}_1 \quad \bar{N}_2 \quad \bar{D}_0 \quad \bar{D}_1]^T,$$

não são iguais. Verifica-se, assim, que a transformação inversa do domínio discreto para o domínio contínuo não é biunívoca, resultando, neste caso, numa sobreparametrização. Em certas situações, quando isto acontece, a obtenção dos parâmetros físicos do motor de indução é ainda possível, como se demonstra em [Leite 96], mas bastante fastidiosa e envolve dois passos: a determinação dos parâmetros  $\bar{\theta}_c$  a partir de  $\bar{\theta}_d$  e a obtenção dos valores dos

parâmetros físicos do motor a partir dos parâmetros do vector  $\bar{\theta}_c$ . Para resolver, de um modo geral, este problema da transformação inversa do domínio discreto para o domínio contínuo, no caso de se usar a transformação bilinear na discretização do modelo contínuo, foi desenvolvida em [Araújo 01] e [Araújo 02] uma solução baseada num filtro polinomial para filtrar previamente o sinal de entrada.

O segundo método referido acima, isto é, o método directo, para obtenção de estruturas de modelos lineares e discretos a partir de estruturas de modelos no tempo contínuo, consiste na estimação dos parâmetros do modelo no tempo contínuo, com base no processamento dos dados observados, ou seja, o conjunto dos sinais de entrada e de saída, sem necessidade de efectuar a estimação prévia de qualquer modelo correspondente, no tempo discreto. A aplicação do método directo à estimação de parâmetros do motor de indução requer o cálculo das derivadas das componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e corrente do estator. Assim, a variável de Laplace  $\mathcal{S} = d/dt$  em (5.5a) é substituída directamente por filtros recursivos, bem como  $\mathcal{S}^2$ , que corresponde à segunda derivada.

### Cálculo das derivadas

Os métodos mais simples e conhecidos para o cálculo da primeira e segunda derivadas de um dado sinal, são os seguintes:

$$\left. \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_k} \approx \frac{x(t_{k+1}) - x(t_{k-1}))}{2T_s}, \quad (5.9)$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \right|_{t=t_k} \approx \frac{x(t_{k+2}) - 2x(t_k) + x(t_{k-2}))}{4T_s^2}. \quad (5.10)$$

Embora os métodos, ou filtros de (5.9) e (5.10) apresentem resultados relativamente precisos, têm o inconveniente de necessitarem de amostras futuras o que obriga a atrasar o processamento relativamente ao instante actual, sendo isso um inconveniente em aplicações de identificação e controlo em tempo real. Existem outros métodos para estimação de derivadas como por exemplo os observadores de estado, mas de um modo geral produzem excessiva propagação de ruído, viés e dinâmica adicional, capaz de provocar efeitos perturbadores em relação à estabilidade.

Em [Harrison 95] é apresentado um método prático, generalizado à estimação da derivada de qualquer ordem, que consiste na implementação de um filtro discreto de ordem  $m$  que optimiza o compromisso entre a precisão no cálculo da derivada e a propagação do ruído, garantindo ainda a ausência de viés. Segundo este método a estimação da derivada de ordem  $d$  pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\left. \frac{d^d x}{dt^d} = \frac{d^d x}{dt^d} \right|_{t=t_k} \approx \frac{1}{T_s^d} \sum_{i=0}^{n-1} C_i x(t_k - iT_s). \quad (5.11)$$

Os coeficientes  $C_i$  de (5.11) são determinados recorrendo ao desenvolvimento em série de Taylor, como em [Forsythe 79a], [Forsythe 79b] e [Thomas 79].



Com os desenvolvimentos adicionais introduzidos em [Harrison 95] para a determinação dos coeficientes  $C_i$ , resultam as tabelas 5.1 e 5.2 com os coeficientes que poderão ser utilizados na estimação da 1ª e 2ª derivadas, respectivamente, onde:

- $n = \{d+1, \dots, 5, 6\}$  corresponde ao número de pontos ou amostras utilizados na estimação das derivadas;
- $m = \{1, 2, \dots, n\}$  corresponde à ordem do filtro de estimação da derivada.

Os filtros obtidos de acordo com (5.11) e os coeficientes das tabelas 5.1 e 5.2, são adequados à estimação de derivadas de sinais com ruído significativo e/ou quando o intervalo de amostragem for muito pequeno, [Harrison 95].

Tabela 5.1: Coeficientes dos filtros de estimação da 1ª derivada,  $d=1$ .

$n$	$m$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
2	1	[ 1	-1				]
3	1	[ 1	0	-1			] /2
3	2	[ 3	-4	1			] /2
4	1	[ 3	1	-1	-3		] /10
4	2	[ 21	-13	-17	9		] /20
4	3	[ 11	-18	9	-2		] /6
5	1	[ 2	1	0	-1	-2	] /10
5	2	[ 54	-13	-40	-27	26	] /70
5	3	[ 125	-136	-48	88	-29	] /84
5	4	[ 25	-48	36	-16	3	] /12
6	1	[ 5	3	1	-1	-3	] /35
6	2	[ 165	-1	-92	-108	-49	] /280
6	3	[ 925	-674	-632	92	539	] /756
6	4	[ 1375	-2024	268	992	-811	] /756
6	5	[ 137	-300	300	-200	75	] /60

Tabela 5.2: Coeficientes dos filtros de estimação da 2ª derivada,  $d=2$ .

$n$	$m$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
3	2	[ 1	-2	1			] /2
4	2	[ 1	-1	-1	1		] /2
4	3	[ 2	-5	4	-1		] /7
5	2	[ 2	-1	-2	-1	2	] /7
5	3	[ 9	-15	-2	13	-5	] /7
5	4	[ 35	-104	114	-56	11	] /12
6	2	[ 5	-1	-4	-4	-1	] /28
6	3	[ 110	-127	-88	52	118	] /126
6	4	[ 155	-349	134	214	-209	] /72
6	5	[ 45	-154	214	-156	61	] /12

Especificando (5.11) para um filtro de ordem  $m = 2$  e utilizando  $n = 3$  amostras, resulta para a estimação da 1ª derivada:

$$\left. \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_k} \approx \frac{1}{2T_s} [3x(k) - 4x(k-1) + x(k-2)] \quad (5.12)$$

e para a 2ª derivada:

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \right|_{t=t_k} \approx \frac{1}{T_s^2} [x(k) - 2x(k-1) + x(k-2)]. \quad (5.13)$$

Retomando a função de transferência (5.5a) e entrando com (5.12) e (5.13) podemos escrever:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_s^2} \left[ \bar{i}_s^s(k) - 2\bar{i}_s^s(k-1) + \bar{i}_s^s(k-2) \right] + \frac{\bar{a}_1}{2T_s} \left[ 3\bar{i}_s^s(k) - 4\bar{i}_s^s(k-1) + \bar{i}_s^s(k-2) \right] + \bar{a}_0 \bar{i}_s^s(k) = \\ = \frac{b_1}{2T_s} \left[ 3\bar{u}_s^s(k) - 4\bar{u}_s^s(k-1) + \bar{u}_s^s(k-2) \right] + \bar{b}_0 \bar{u}_s^s(k). \end{aligned}$$

Depois de algumas manipulações algébricas simples, obtém-se:

$$\bar{i}_s^s(k) + \bar{g}_1 \bar{i}_s^s(k-1) + \bar{g}_2 \bar{i}_s^s(k-2) = \bar{h}_0 \bar{u}_s^s(k) + \bar{h}_1 \bar{u}_s^s(k-1) + \bar{h}_2 \bar{u}_s^s(k-2), \quad (5.14a)$$

sendo os coeficientes dados por:

$$\bar{g}_1 = \frac{-2(1 + \bar{a}_1 T_s)}{1 + \frac{3}{2} \bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.14b)$$

$$\bar{g}_2 = \frac{1 + \frac{1}{2} \bar{a}_1 T_s}{1 + \frac{3}{2} \bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.14c)$$

$$\bar{h}_0 = \frac{\frac{3}{2} b_1 T_s + \bar{b}_0 T_s^2}{1 + \frac{3}{2} \bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.14d)$$

$$\bar{h}_1 = \frac{-2b_1 T_s}{1 + \frac{3}{2} \bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}, \quad (5.14e)$$

$$\bar{h}_2 = \frac{\frac{1}{2} b_1 T_s}{1 + \frac{3}{2} \bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}. \quad (5.14f)$$

Repare-se, uma vez mais, que a estrutura de modelos que acabámos de obter pode ser transformada directamente numa regressão linear, numa estrutura do tipo ARX ou ARMAX, se nesta última for  $C(q)=1$ . Novamente aqui, tal como em (5.7), a estrutura discreta (5.14) está sobreparametrizada contendo 5 parâmetros:

$$\bar{\theta}_d = \left[ \bar{g}_1 \quad \bar{g}_2 \quad \bar{h}_0 \quad \bar{h}_1 \quad \bar{h}_2 \right]^T,$$

para a determinação de apenas 4:

$$\bar{\theta}_c = \left[ \bar{a}_0 \quad \bar{a}_1 \quad \bar{b}_0 \quad b_1 \right]^T$$

e, posteriormente, obter o vector de parâmetros físicos:

$$\theta = \left[ \tau_r \quad L'_s \quad L_M \quad R_s \right]^T.$$

No entanto, neste caso, é possível resolver de modo simples o problema da sobreparametrização. Para isso basta considerar uma nova entrada virtual definida como se segue:

$$\bar{u}_v(k) = -2\bar{u}_s^s(k-1) + \frac{1}{2}\bar{u}_s^s(k-2),$$

definir um novo coeficiente:

$$\bar{e} = \frac{b_1 T_s}{1 + \frac{3}{2}\bar{a}_1 T_s + \bar{a}_0 T_s^2}$$

e utilizar o processo de linearização referido na secção 1.3.2.2, do primeiro capítulo, por modelo de Hemmerstein. Assim, podemos escrever, finalmente:

$$\bar{i}_s^s(k) \left( 1 + \bar{g}_1 q^{-1} + \bar{g}_2 q^{-2} \right) = \bar{h}_0 \bar{u}_s^s(k) + \bar{e} \bar{u}_v(k), \quad (5.15)$$

que não é mais do que um sistema virtual com uma única saída e duas entradas, modelado através de uma estrutura do tipo ARX, que pode ser convertida numa regressão linear ou numa estrutura ARMAX, por exemplo, como vimos ao longo dos primeiros capítulos.

As estruturas de modelos não lineares nos parâmetros físicos do motor de indução podem, assim, ser transformadas em estruturas de modelos lineares nos novos parâmetros como, por exemplo,  $\bar{g}_1$ ,  $\bar{g}_2$ ,  $\bar{h}_0$ , e  $\bar{e}$  em (5.15). Para isso basta usar algumas formas simples de linearização introduzidas no primeiro capítulo, considerando que a velocidade é um parâmetro variante no tempo e conhecido. Persiste, contudo, uma dificuldade de âmbito prático que reside no facto destas estruturas de modelos linearizadas terem parâmetros e sinais complexos. Para ultrapassar esta dificuldade, basta considerar separadamente as partes real e/ou imaginária das estruturas de modelos lineares obtidas, como por exemplo (5.14) ou (5.15). No entanto, a forma mais simples de o fazer não é a partir destas classes de estruturas de modelos finais, mas a partir das equações (5.1), seguindo um percurso semelhante ao que foi feito no capítulo anterior, isto é, eliminando fluxos e correntes do rotor e considerando a velocidade aproximadamente constante, ou directamente a partir da função de transferência (5.2) e, neste caso, podemos escrever:

$$\frac{d^2 \bar{i}_s^s}{dt^2} + \left( \frac{R_s}{L_s} + \frac{L_M}{L_s \tau_r} + \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right) \frac{d\bar{i}_s^s}{dt} + \frac{R_s}{L_s} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right) \bar{i}_s^s = \frac{1}{L_s} \frac{d\bar{u}_s^s}{dt} + \frac{1}{L_s} \left( \frac{1}{\tau_r} - j\omega \right) \bar{u}_s^s. \quad (5.16)$$

Substituindo os fasores da corrente e tensão do estator pelas respectivas componentes real e imaginária, ou seja,

$$\bar{i}_s^s = i_{sd}^s + j i_{sq}^s \quad \text{e} \quad \bar{u}_s^s = u_{sd}^s + j u_{sq}^s,$$

e igualando as respectivas partes reais e imaginárias em (5.16), obtemos, depois de algumas manipulações algébricas, para o eixo real:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{sd}^s}{dt^2} + \omega \frac{d i_{sq}^s}{dt} = & - \left( \frac{L_M}{L_s \tau_r} + \frac{1}{\tau_r} \right) \frac{d i_{sd}^s}{dt} - \\ & - \frac{R_s}{L_s} \left( \frac{d i_{sd}^s}{dt} + \omega i_{sq}^s \right) - \frac{R_s}{L_s \tau_r} i_{sd}^s + \frac{1}{L_s} \left( \frac{d u_{sd}^s}{dt} + \omega u_{sq}^s \right) + \frac{1}{L_s \tau_r} u_{sd}^s \end{aligned} \quad (5.17a)$$

e para o eixo imaginário:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{sq}^s}{dt^2} - \omega \frac{di_{sd}^s}{dt} = & - \left( \frac{L_M}{L_s' \tau_r} + \frac{1}{\tau_r} \right) \frac{di_{sq}^s}{dt} - \\ & - \frac{R_s}{L_s'} \left( \frac{di_{sq}^s}{dt} - \omega i_{sd}^s \right) - \frac{R_s}{L_s' \tau_r} i_{sq}^s + \frac{1}{L_s'} \left( \frac{du_{sq}^s}{dt} - \omega u_{sd}^s \right) + \frac{1}{L_s' \tau_r} u_{sq}^s. \end{aligned} \quad (5.17b)$$

Repare-se que é possível obter (5.17b) directamente a partir de (5.17a) bastando, para isso, substituir  $d$  por  $q$  e  $\omega$  por  $-\omega$ .

Para efeitos de estimação dos parâmetros físicos do motor de indução é possível utilizar apenas uma das equações (5.17) uma vez que o conteúdo informativo de ambas é o mesmo, atendendo à modelação e funcionamento do motor. Isto permite-nos passar de um sistema com duas saídas para um sistema com uma única saída. Assim, vamos seleccionar por exemplo a equação (5.17a) para prosseguir o processo de obtenção de estruturas de modelos lineares. Para já é evidente que, mesmo considerando a velocidade como um parâmetro conhecido e calculando as derivadas da tensão e da corrente utilizando (5.11), a estrutura de modelos (5.17a) e os modelos que daí se podem extrair são fortemente não lineares nos parâmetros físicos do motor,  $\theta = [\tau_r \ L_s' \ L_M \ R_s]^T$ .

No primeiro capítulo da presente dissertação, foram apresentadas algumas formas de linearização que podem ser agora aplicadas, designadamente as da secção 1.3.2.2. e em particular a ilustrada na figura 1.9. Assim, podemos conceber um novo sistema virtual a partir de (5.17a) com uma saída e cinco entradas, virtuais, definidas como se segue:

$$y_v = \frac{d^2 i_{sd}^s}{dt^2} + \omega \frac{di_{sq}^s}{dt}, \quad (5.18a)$$

$$u_{v_1} = - \frac{di_{sd}^s}{dt}, \quad (5.18b)$$

$$u_{v_2} = - \frac{di_{sd}^s}{dt} - \omega i_{sq}^s, \quad (5.18c)$$

$$u_{v_3} = -i_{sd}^s, \quad (5.18d)$$

$$u_{v_4} = \frac{du_{sd}^s}{dt} + \omega u_{sq}^s, \quad (5.18e)$$

$$u_{v_5} = u_{sd}^s, \quad (5.18f)$$

em que as derivadas podem ser estimadas com base em filtros do tipo (5.11). O novo sistema passa a ser linear no novo vector de parâmetros, definido por:

$$\theta_1 = \frac{L_M}{L_s' \tau_r} + \frac{1}{\tau_r}, \quad (5.19a)$$

$$\theta_2 = \frac{R_s}{L_s'}, \quad (5.19b)$$

$$\theta_3 = \frac{R_s}{L'_s \tau_r}, \quad (5.19c)$$

$$\theta_4 = \frac{1}{L'_s}, \quad (5.19d)$$

$$\theta_5 = \frac{1}{L'_s \tau_r}, \quad (5.19e)$$

Atendendo a (5.18) e (5.19), podemos então descrever o novo modelo linear nos parâmetros como se segue:

$$y_v = \theta_1 u_{v_1} + \theta_2 u_{v_2} + \theta_3 u_{v_3} + \theta_4 u_{v_4} + \theta_5 u_{v_5} \quad (5.20)$$

que não é mais do que uma regressão linear, definida no primeiro capítulo por:

$$y(t) = \theta^T \varphi(t), \quad (5.21a)$$

em que,

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} u_{v_1}(1) & \cdots & u_{v_5}(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{v_1}(N) & \cdots & u_{v_5}(N) \end{bmatrix} \quad (5.21b)$$

e à qual pode ser aplicado directamente o método de mínimos quadrados recursivo ou o filtro de Kalman, enquanto estimador de parâmetros, entre outros referidos nos capítulos 2 e 3.

Uma vez mais a estrutura de modelos (5.20) está sobreparametrizada, visto que são estimados os 5 parâmetros de (5.19) e apenas procuramos estimar 4 parâmetros físicos do motor.

Para resolver este problema existem várias possibilidades, algumas delas já referidas anteriormente, que passamos a sumariar.

- Utilizando o método indirecto:
  - pode efectuar-se o processamento do sinal de entrada, por filtragem adequada, como proposto em [Araújo 01] e [Araújo 02].
- Utilizando o método directo:
  - são estimados os 5 parâmetros e é ignorado aquele que não for correctamente estimado, uma vez que, de facto, existem 4 parâmetros que são identificáveis em determinadas condições como em [Stephan 94] e [Leite 96];
  - podem definir-se outras estruturas de modelos para estimação parcial de um subconjunto do vector de parâmetros do motor de cada vez, [Stephan 94], [Caussat 95] e [Leite 96];
  - substituir os termos relativos às derivadas da tensão e corrente do estator pelas expressões dos filtros que resultam de (5.11) e procurar reagrupar os termos como em (5.15).

Até agora introduzimos um conjunto de técnicas para a obtenção de estruturas de modelos lineares relativamente simples, para as quais existe um vasto conjunto de métodos de identificação prontos a utilizar em programas científicos como o MATLAB, [Ljung 00]. Para além desta vantagem significativa, habitualmente estes métodos não têm um tempo de cálculo

muito elevado e são amplamente utilizados em diferentes áreas científicas estando, também por esse facto, bem estudados e documentados na literatura e os detalhes mais importantes foram introduzidos ao longo dos capítulos 2 e 3 da presente dissertação.

No entanto, a sua aplicação, no contexto referido na secção 5.2, enfrenta dificuldades significativas relacionadas directamente com:

- domínio de validade limitado a  $\frac{d\omega}{dt} \approx 0$ ;
- a estimação de fluxos é realizada, autonomamente, através de métodos de natureza determinística;
- falta de persistência dos sinais de excitação, para estimação de alguns parâmetros.

De certo modo, os aspectos que se podem considerar com vantagens e desvantagens das classes de estruturas descritas anteriormente invertem o seu papel nas classes de estruturas de modelos que serão desenvolvidas na próxima secção.

## 5.6. Classes de estruturas de modelos de espaço de estados no referencial do estator

Ao contrário das classes de estruturas de modelos anteriores, as que se vão obter na presente secção permitem realizar a estimação de estados, de parâmetros ou de estados e parâmetros, simultaneamente, quer em regime permanente quer em regime transitório e serão concebidas tendo em vista a sua aplicação no EKF.

### 5.6.1. Estimação do fluxo do rotor

Admitindo que os parâmetros do motor de indução são conhecidos e a velocidade do rotor medida, as componentes do fluxo do rotor podem ser estimadas a partir da estrutura de modelos de ordem completa, no tempo contínuo, constituída pelas equações (4.41) e (4.42) do capítulo 4, depois de serem devidamente discretizadas, utilizando o processo de discretização apresentado para o efeito na secção 1.3.1.2.2.2. do primeiro capítulo.

Vamos admitir que a estimação do fluxo é realizada no referencial do estator, onde  $\omega_g = 0$ , pelo que as equações (4.41) e (4.42) passam a escrever-se do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}^s}{dt} \\ \frac{di_{sq}^s}{dt} \\ \frac{d\psi_{rd}^s}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^s}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} - \frac{L_M}{L_s \tau_r} & 0 & \frac{1}{L_s \tau_r} & \frac{\omega}{L_s} \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} - \frac{L_M}{L_s \tau_r} & \frac{\omega}{L_s} & \frac{1}{L_s \tau_r} \\ \frac{L_M}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -\omega \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} & \omega & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s \\ i_{sq}^s \\ \psi_{rd}^s \\ \psi_{rq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^s \\ u_{sq}^s \end{bmatrix}, \quad (5.22a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^s \\ i_{sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s \\ i_{sq}^s \\ \psi_{rd}^s \\ \psi_{rq}^s \end{bmatrix}. \quad (5.22b)$$

A estrutura de modelos na representação de espaço de estados no tempo contínuo, descrita pela equação de estado (5.22a) e pela equação de saída (5.22b), pode ser convertida para o domínio discreto através do desenvolvimento apresentado no primeiro capítulo utilizando as equações (1.71) e (1.72). Assim, podemos usar aproximações de 1ª ordem:

$$A_d \approx I + AT_s, \quad (5.23a)$$

$$B_d \approx BT_s, \quad (5.23b)$$

de 2ª ordem:

$$A_d \approx I + AT_s + \frac{1}{2} A^2 T_s^2, \quad (5.24a)$$

$$B_d \approx BT_s + \frac{1}{2} AB T_s^2, \quad (5.24b)$$

ou de ordem superior, o que não se justifica nem se torna viável porque, por um lado, o intervalo de amostragem é pequeno e, por outro, a matriz do sistema em (5.22a) depende da velocidade que, não sendo portanto constante, comporta-se como um parâmetro variante no tempo, devido ao regime dinâmico do motor, aumentando significativamente o número de operações e consequentemente o tempo de cálculo em cada iteração. Em ambos os casos,  $C_d = C$ .

A aproximação de 2ª ordem garante uma melhor precisão e estabilidade da estrutura de modelos discreta do que a aproximação de 1ª ordem. Permite ainda aumentar o intervalo de amostragem e, por conseguinte, utilizar frequências de amostragem mais baixas. No caso do motor de indução, o desenvolvimento da matriz exponencial pode ser aproximado apenas pelos termos lineares (5.23a) e (5.23b) uma vez que, para tempos de amostragem da ordem de 1 ou 2 ms, as matrizes  $A_c$  e  $B_c$  podem ser consideradas constantes durante esse intervalo de amostragem.

Vamos então discretizar a estrutura de modelos descrita pelas equações (5.22a) e (5.22b). Utilizando a aproximação de primeira ordem, definida pelas relações (5.23a) e (5.23b), obtemos:

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^s(k+1) \\ i_{sq}^s(k+1) \\ \psi_{rd}^s(k+1) \\ \psi_{rq}^s(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & a_{14}\omega(k) \\ 0 & a_{11} & -a_{14}\omega(k) & a_{13} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & -\omega(k)T_s \\ 0 & a_{31} & \omega(k)T_s & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \\ \psi_{rd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{14} & 0 \\ 0 & a_{14} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) \\ u_{sq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (5.25a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \\ \psi_{rd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (5.25b)$$

$$a_{11} = 1 - \left( \frac{R_s}{L_s'} + \frac{L_M}{L_s' \tau_r} \right) T_s, \quad (5.25c)$$

$$a_{13} = \frac{T_s}{L_s' \tau_r}, \quad (5.25d)$$

$$a_{14} = \frac{T_s}{L_s'}, \quad (5.25e)$$

$$a_{31} = \frac{L_M T_s}{\tau_r}, \quad (5.25f)$$

$$a_{33} = 1 - \frac{T_s}{\tau_r}. \quad (5.25g)$$

Na estrutura de modelos discretos, descrita pela equação de estado (5.25a) e pela equação de saída (5.25b), admite-se que os parâmetros (5.25c) a (5.25g) são conhecidos e que a velocidade é medida, comportando-se como um parâmetro variante no tempo, pelo que a estrutura de modelos (5.25) é linear mas variante no tempo.

A estrutura de modelos (5.25) pode escrever-se, através da representação geral:

$$x(k+1) = A_d(k)x(k) + B_d(k)u(k) + r_s(k), \quad (5.26a)$$

$$y(k) = C_d(k)x(k) + r_m(k). \quad (5.26b)$$

O ruído de sistema,  $r_s(k)$ , corresponde a entradas de natureza não determinística, tais como erros de modelação. O ruído de observação ou de medida  $r_m(k)$ , expressa, fundamentalmente, os erros nas medidas.

Quando o motor de indução é alimentado através de um inversor controlado por modulação de largura de impulsos, o conteúdo harmónico das tensões estende-se ao longo de uma banda larga de frequências. Este conteúdo harmónico de banda larga, inerente às tensões resultantes da síntese de modulação de largura de impulsos, pode ser considerado como um conjunto de entradas aleatórias de ruído branco gaussiano. Deste modo, o Filtro de Kalman pode realizar a identificação em tempo real das variáveis de estado, sem necessidade de sinais externos. As entradas do sistema serão as componentes fundamentais das duas tensões adquiridas (directa e em quadratura) do fasor da tensão do estator,  $u_{sd1}$  e  $u_{sq1}$ , e os harmónicos de banda larga serão considerados no ruído do sistema,  $r_s(k)$ , que se assume ser ruído branco gaussiano de valor médio nulo e independente do vector de estado.

A saída do sistema será constituída pelo vector das componentes directa e em quadratura da corrente estatórica adquirida. Os harmónicos de banda larga serão considerados como ruído nas medidas, com as mesmas características admitidas para o ruído do sistema.



Assim, à estrutura de modelos discretos (5.26) é possível aplicar directamente o algoritmo do filtro de Kalman descrito na secção 3.8.1.3. do capítulo 3 e ilustrado na figura 5.4. As matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida, respectivamente,  $R_s$  e  $R_m$ , são matrizes diagonais cujos elementos da diagonal são valores positivos calibrados convenientemente de modo a garantir a convergência do algoritmo e ajustar a sua dinâmica à relação sinal-ruído. Quanto maiores forem estes valores pior será o desempenho do sistema. A matriz  $R_s$  atribui este facto ao ruído de sistema enquanto que a matriz  $R_m$  o atribui a erros nas medidas.

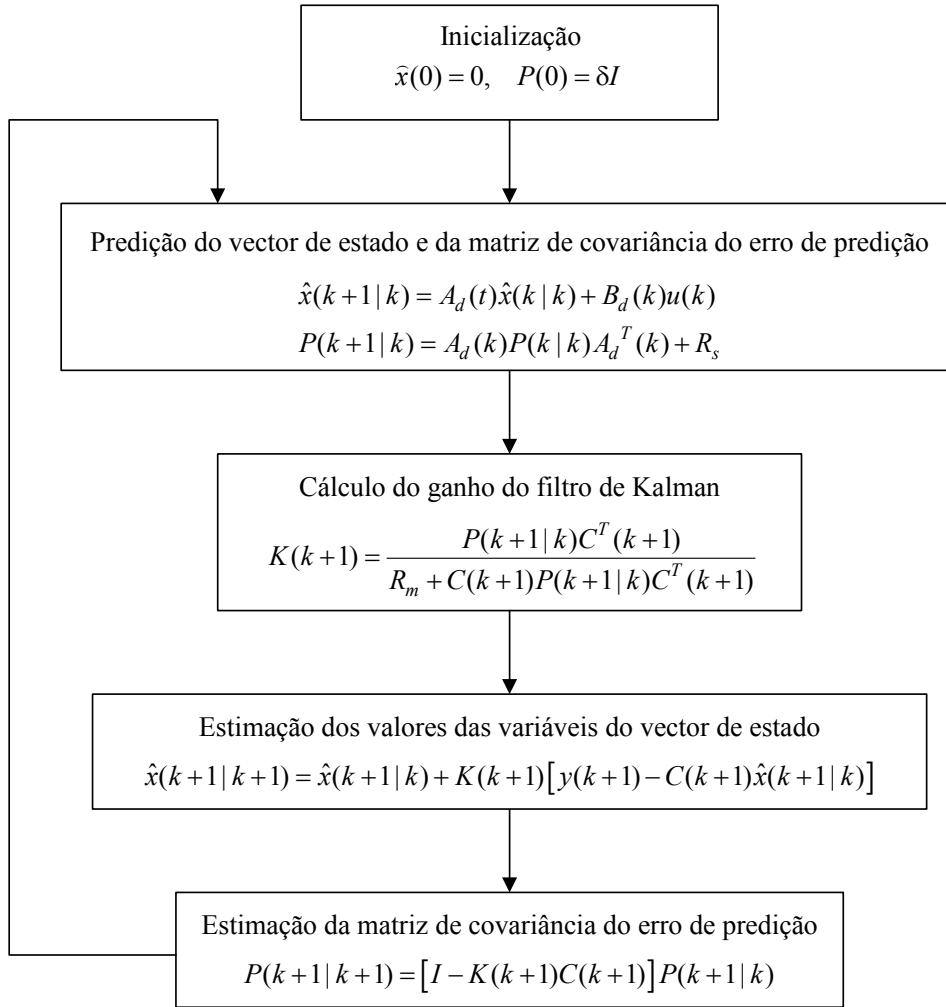


Figura 5.4: Algoritmo do filtro de Kalman para a estimação da corrente do estator e fluxo do rotor.

### 5.6.2. Estimação do fluxo do rotor e da velocidade

Se, para além do fluxo, se pretende estimar conjuntamente a velocidade de rotação, então a velocidade passa a ser considerada como uma nova variável de estado e o vector de estado inicial,

$$x(k) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) & i_{sq}^s(k) & \psi_{rd}^s(k) & \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix}^T, \quad (5.27)$$

é estendido à estimação da velocidade, isto é:

$$x_e(k) = [x(k) \quad \omega(k)]^T = [i_{sd}^s(k) \quad i_{sq}^s(k) \quad \psi_{rd}^s(k) \quad \psi_{rq}^s(k) \quad \omega(k)]^T. \quad (5.28)$$

Adicionalmente, tal como foi feito ao longo dos primeiros capítulos, vamos postular que a velocidade evolui de modo aleatório durante o intervalo de amostragem, isto é:

$$\omega(k+1) = \omega(k) + r_{s_\omega}(k). \quad (5.29)$$

Deste modo, a estrutura de modelos descrita por (5.25a) e (5.25b), toma agora a forma:

$$\begin{bmatrix} x_{e_1}(k+1) \\ x_{e_2}(k+1) \\ x_{e_3}(k+1) \\ x_{e_4}(k+1) \\ x_{e_5}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & a_{14}x_{e_5}(k) & 0 \\ 0 & a_{11} & -a_{14}x_{e_5}(k) & a_{13} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & -x_{e_5}(k)T_s & 0 \\ 0 & a_{31} & x_{e_5}(k)T_s & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) \\ x_{e_2}(k) \\ x_{e_3}(k) \\ x_{e_4}(k) \\ x_{e_5}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{14} & 0 \\ 0 & a_{14} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) \\ u_{sq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (5.30a)$$

$$y = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) \\ x_{e_2}(k) \\ x_{e_3}(k) \\ x_{e_4}(k) \\ x_{e_5}(k) \end{bmatrix}. \quad (5.30b)$$

Mesmo sendo a estrutura inicial (5.25) linear, embora variante no tempo, a nova estrutura de modelos (5.30) torna-se não linear devido à multiplicação de estados, uma vez que agora a matriz  $A_d(x_e(k))$ , também contém variáveis de estado, designadamente a velocidade, passando a escrever-se em termos gerais como se segue:

$$x_e(k+1) = f(x(k), u(k), \omega(k)) + r_{s_e}(k), \quad (5.31a)$$

$$y(k) = h(x(k), \omega(k)) + r_m(k). \quad (5.31b)$$

Consequentemente, o filtro de Kalman já não pode ser aplicado, passando a aplicar-se o EKF, descrito na secção 3.8.3., o qual lineariza (5.30) em torno do ponto de funcionamento do motor.

A aplicação do EKF para estimação da corrente do estator, do fluxo do rotor referido ao estator e da velocidade de rotação do motor, utilizando (5.31), é muito similar à sua aplicação na estimação de parâmetros e será detalhada na próxima secção.

### 5.6.3. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros

Na presente secção vamos estender a estimação do vector de estado (5.27) à estimação do vector de parâmetros eléctricos do motor de indução, definido da seguinte forma:

$$\theta = \left[ \frac{1}{\tau_r} \quad \frac{1}{L_s} \quad L_M \quad R_s \right]^T. \quad (5.32)$$

Assim, o novo vector de estado será:

$$x_e(k) = [x(k) \quad \theta(k)]^T = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) & i_{sq}^s(k) & \psi_{rd}^s(k) & \psi_{rq}^s(k) & \frac{1}{\tau_r} & \frac{1}{L_s} & L_M & R_s \end{bmatrix}^T. \quad (5.33)$$

Relativamente aos parâmetros, postula-se uma vez mais que evoluem de modo aleatório durante o intervalo de amostragem, isto é:

$$\theta_i(k+1) = \theta_i(k) + r_{s_0}(k). \quad (5.34)$$

Assim, a estrutura de modelos descrita por (5.25a) e (5.25b), passa agora a ser dada por:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_d(\theta(k))]_{4 \times 4} & [0]_{4 \times 4} \\ [0]_{4 \times 4} & [I]_{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B_d(\theta(k))]_{4 \times 2} \\ [0]_{4 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd_1}^s(k) \\ u_{sq_1}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (5.35a)$$

$$y = \begin{bmatrix} i_{sd_1}^s(k) \\ i_{sq_1}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [C]_{2 \times 4} & [0]_{2 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}, \quad (5.35b)$$

em que as matrizes  $A_d$  e  $B_d$  dependem do vector de parâmetros  $\theta = [x_{e_5} \quad x_{e_6} \quad x_{e_7} \quad x_{e_8}]^T$  e são dadas por:

$$A_d(\theta(k)) = \begin{bmatrix} 1 - (x_{e_6} x_{e_8} + x_{e_5} x_{e_6} x_{e_7}) T_s & 0 & x_{e_5} x_{e_6} T_s & x_{e_6} \omega T_s \\ 0 & 1 - (x_{e_6} x_{e_8} + x_{e_5} x_{e_6} x_{e_7}) T_s & -x_{e_6} \omega T_s & x_{e_5} x_{e_6} T_s \\ x_{e_5} x_{e_7} T_s & 0 & 1 - x_{e_5} T_s & -\omega T_s \\ 0 & x_{e_5} x_{e_7} T_s & \omega T_s & 1 - x_{e_5} T_s \end{bmatrix}, \quad (5.35c)$$

$$B_d(\theta(k)) = \begin{bmatrix} x_{e_6} T_s & 0 \\ 0 & x_{e_6} T_s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35d)$$

Atendendo à expressão geral (5.31a), podemos escrever:

$$x_{e_1}(k+1) = f_1(x_e(k), u(k)) = \left(1 - (x_{e_6}(k)x_{e_8}(k) + x_{e_5}(k)x_{e_6}(k)x_{e_7}(k))T_s\right)x_{e_1}(k) + \left(x_{e_5}(k)x_{e_6}(k)T_s\right)x_{e_3}(k) + \left(x_{e_6}(k)\omega(k)T_s\right)x_{e_4}(k) + \left(x_{e_6}(k)T_s\right)u_{sd_1}^s(k) + r_{s_1}(k), \quad (5.36a)$$

$$x_{e_2}(k+1) = f_2(x_e(k), u(k)) = \left(1 - (x_{e_6}(k)x_{e_8}(k) + x_{e_5}(k)x_{e_6}(k)x_{e_7}(k))T_s\right)x_{e_2}(k) - \left(x_{e_6}(k)\omega(k)T_s\right)x_{e_3}(k) + \left(x_{e_5}(k)x_{e_6}(k)T_s\right)x_{e_4}(k) + \left(x_{e_6}(k)T_s\right)u_{sq_1}^s(k) + r_{s_2}(k), \quad (5.36b)$$

$$x_{e_3}(k+1) = f_3(x_e(k), u(k)) = \left(x_{e_5}(k)x_{e_7}(k)T_s\right)x_{e_1}(k) + \left(1 - x_{e_5}(k)T_s\right)x_{e_3}(k) - \left(\omega(k)T_s\right)x_{e_4}(k) + r_{s_3}(k), \quad (5.36c)$$

$$x_{e_4}(k+1) = f_4(x_e(k), u(k)) = (x_{e_5}(k)x_{e_7}(k)T_s)x_{e_2}(k) + (\omega(k)T_s)x_{e_3}(k) + (1 - x_{e_5}(k)T_s)x_{e_4}(k) + r_{s_4}(k), \quad (5.36d)$$

$$x_{e_5}(k+1) = f_5(x_e(k), u(k)) = x_{e_5}(k) + r_{s_5}(k), \quad (5.36e)$$

$$x_{e_6}(k+1) = f_6(x_e(k), u(k)) = x_{e_6}(k) + r_{s_6}(k), \quad (5.36f)$$

$$x_{e_7}(k+1) = f_7(x_e(k), u(k)) = x_{e_7}(k) + r_{s_7}(k), \quad (5.36g)$$

$$x_{e_8}(k+1) = f_8(x_e(k), u(k)) = x_{e_8}(k) + r_{s_8}(k). \quad (5.36h)$$

A matriz de gradiente  $F(k)$  do algoritmo do EKF é calculada, em cada iteração, de acordo com a equação (3.90) do capítulo 3, isto é:

$$F(t) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_d(\hat{\theta}(t)) \end{bmatrix}_{4 \times 4} & \begin{bmatrix} E_{1,1} & \cdots & E_{1,n\theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{nx,1} & \cdots & E_{nx,n\theta} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4} & \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}_{4 \times 4} \end{bmatrix}_{\hat{x}_e(k|k)}, \quad (5.37)$$

em que os elementos  $E_{i,j}$  são calculados utilizando a equação (3.91), ou seja:

$$E_{i,j} = \left. \frac{\partial f_i(\cdot)}{\partial \theta_j} \right|_{\hat{x}_e(k|k)}. \quad (5.38a)$$

Aplicando (5.38) a (5.36), obtemos sucessivamente:

$$E_{15} = \left. \frac{\partial f_1(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_1}(k)x_{e_6}(k)x_{e_7}(k)T_s + x_{e_3}(k)x_{e_6}(k)T_s, \quad (5.38b)$$

$$E_{16} = \left. \frac{\partial f_1(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -(x_{e_8}(k) + x_{e_5}(k)x_{e_7}(k))x_{e_1}(k)T_s + x_{e_3}(k)x_{e_5}(k)T_s + x_{e_4}(k)\omega(k)T_s + u_{sd_1}^s(k)T_s, \quad (5.38c)$$

$$E_{17} = \left. \frac{\partial f_1(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_7}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_1}(k)x_{e_5}(k)x_{e_6}(k)T_s, \quad (5.38d)$$

$$E_{18} = \left. \frac{\partial f_1(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_8}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_1}(k)x_{e_6}(k)T_s, \quad (5.38e)$$

$$E_{25} = \left. \frac{\partial f_2(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_2}(k)x_{e_6}(k)x_{e_7}(k)T_s + x_{e_4}(k)x_{e_6}(k)T_s, \quad (5.38f)$$

$$E_{26} = \left. \frac{\partial f_2(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = - \left( x_{e_8}(k) + x_{e_5}(k) x_{e_7}(k) \right) x_{e_2}(k) T_s - x_{e_3}(k) \omega(k) T_s + \\ + x_{e_4}(k) x_{e_5}(k) T_s + u_{sq1}^s(k) T_s, \quad (5.38g)$$

$$E_{27} = \left. \frac{\partial f_2(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_7}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_2}(k) x_{e_5}(k) x_{e_6}(k) T_s, \quad (5.38h)$$

$$E_{28} = \left. \frac{\partial f_2(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_8}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_2}(k) x_{e_6}(k) T_s, \quad (5.38i)$$

$$E_{35} = \left. \frac{\partial f_3(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_1}(k) x_{e_7}(k) T_s - x_{e_3}(k) T_s, \quad (5.38j)$$

$$E_{36} = \left. \frac{\partial f_3(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.38k)$$

$$E_{37} = \left. \frac{\partial f_3(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_7}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_1}(k) x_{e_5}(k) T_s, \quad (5.38l)$$

$$E_{38} = \left. \frac{\partial f_3(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_8}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.38m)$$

$$E_{45} = \left. \frac{\partial f_4(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_2}(k) x_{e_7}(k) T_s - x_{e_4}(k) T_s, \quad (5.38n)$$

$$E_{46} = \left. \frac{\partial f_4(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.38o)$$

$$E_{47} = \left. \frac{\partial f_4(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_7}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_2}(k) x_{e_5}(k) T_s, \quad (5.38p)$$

$$E_{48} = \left. \frac{\partial f_4(x(k), \theta(k), u(k))}{\partial x_{e_8}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0. \quad (5.38q)$$

A equação de saída (5.35b), na forma geral será:

$$y(k) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} = h(x_e(k)) + r_m(k) = \begin{bmatrix} h_1(x_e(k)) \\ h_2(x_e(k)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{m_1}(k) \\ r_{m_2}(k) \end{bmatrix}, \quad (5.39)$$

e a matriz de gradiente  $H(k)$  do algoritmo do EKF é calculada, em cada iteração, de acordo com a equação (3.93),

$$H(k) = \left[ \begin{array}{cccccccc} \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_3}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_4}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_5}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_6}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_7}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_8}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_3}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_4}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_5}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_6}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_7}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_8}} \end{array} \right]_{\hat{x}_e(k+1|k)},$$

resultando, neste caso, muito simples:

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

pelo que:

$$\hat{y}(k+1) = H(k)\hat{x}_e(k+1|k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\hat{x}_e(k+1|k)] = \begin{bmatrix} \hat{i}_{sd}^s(k+1) \\ \hat{i}_{sq}^s(k+1) \end{bmatrix}.$$

Estamos, finalmente, em condições de aplicar o EKF, o qual se encontra ilustrado na figura 5.5.

#### 5.6.4. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros, utilizando um modelo de ordem reduzida

Nas estruturas de modelos apresentadas nas secções anteriores, o vector de estado estimado inclui as componentes da corrente do estator,  $i_{sd}^s$  e  $i_{sq}^s$ , as quais podem ser medidas directamente. Se tivermos em conta esta realidade é possível retirar estas correntes do vector de estado, reduzindo, assim, a ordem das estruturas de modelos e, consequentemente, baixar o tempo de cálculo de modo significativo.

Manipulando convenientemente as equações (5.25a) e (5.25b), podemos converter esta estrutura de modelos de 4.<sup>a</sup> ordem numa estrutura de 2.<sup>a</sup> ordem, passando o vector de estado a ser:

$$x(k) = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(k) & \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix}^T. \quad (5.40)$$

Neste caso, a equação de estado passa a ser extraída das duas últimas linhas de (5.25a), enquanto que a nova equação de saída é baseada nas duas primeiras.

Consideremos, portanto, a equação (5.25a) reescrita como se segue:

$$\begin{cases} \psi_{rd}^s(k+1) = a_{33}\psi_{rd}^s(k) - \omega(k)T_s\psi_{rq}^s(k) + a_{31}i_{sd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k+1) = \omega(k)T_s\psi_{rd}^s(k) + a_{33}\psi_{rq}^s(k) + a_{31}i_{sq}^s(k) \end{cases}, \quad (5.41a)$$

$$\begin{cases} i_{sd}^s(k+1) = a_{11}i_{sd}^s(k) + a_{13}\psi_{rd}^s(k) + a_{14}\omega(k)\psi_{rq}^s(k) + a_{14}u_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k+1) = a_{11}i_{sq}^s(k) - a_{14}\omega(k)\psi_{rd}^s(k) + a_{13}\psi_{rq}^s(k) + a_{14}u_{sq}^s(k) \end{cases}. \quad (5.41b)$$

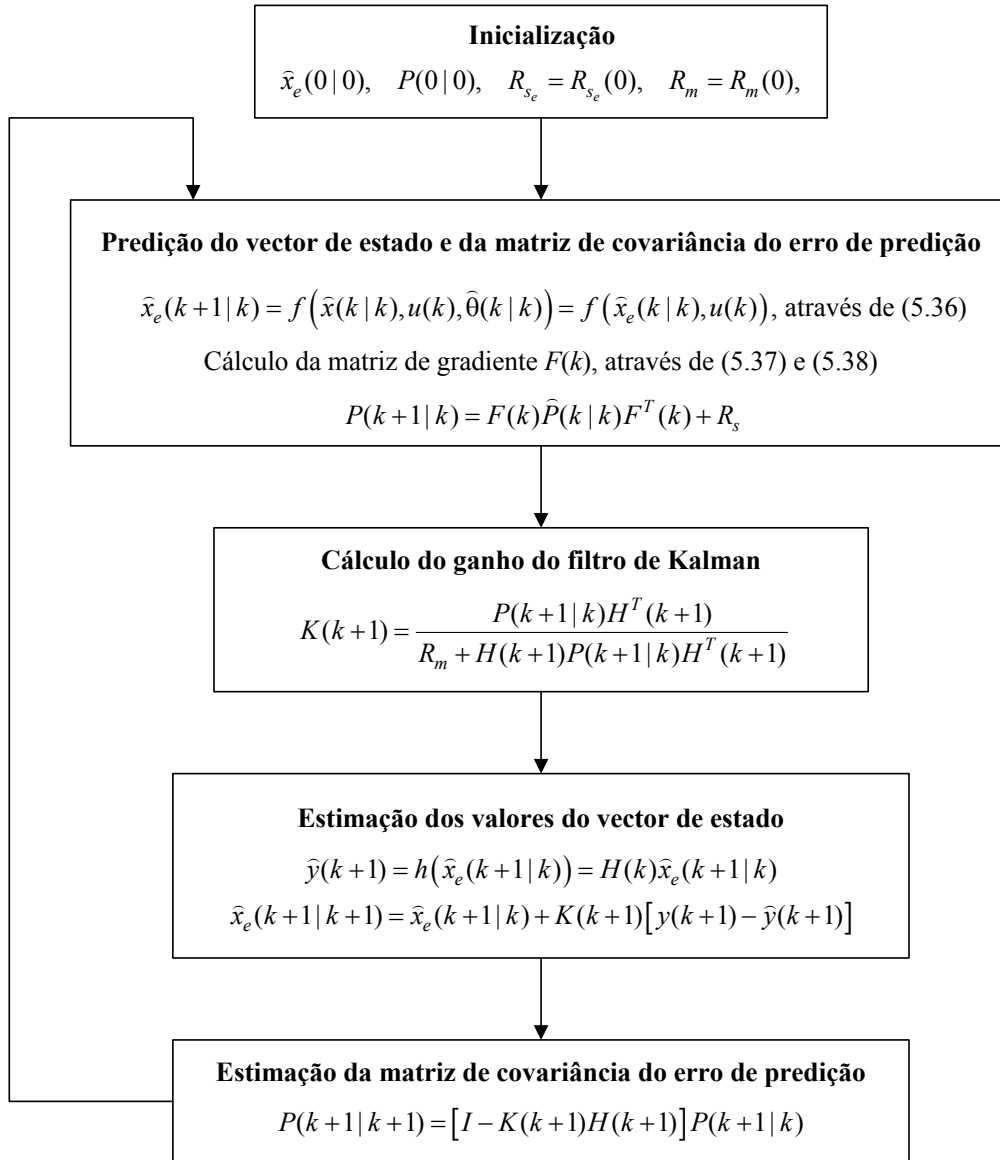


Figura 5.5: Algoritmo do filtro de Kalman estendido para a estimação da corrente do estator e fluxo do rotor dos parâmetros eléctricos do motor de indução trifásico.

A equação de estado de ordem reduzida (5.41a) pode escrever-se como:

$$x(k+1) = A_d(\theta(k))x(k) + B_d(\theta(k))u(k), \quad (5.42a)$$

na qual as matrizes têm agora dimensão  $2 \times 2$  em vez de  $4 \times 4$  e são dadas por:

$$A_d(\theta(k)) = \begin{bmatrix} a_{33} & -\omega(k)T_s \\ \omega(k)T_s & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B_d(\theta(k)) = \begin{bmatrix} a_{31} & 0 \\ 0 & a_{31} \end{bmatrix}. \quad (5.42b)$$

No que diz respeito ao vector de entradas, repare-se que deixa de ser constituído pelas componentes directa e em quadratura da tensão do estator e passa a dar lugar às componentes do fasor da corrente estatórica, isto é:

$$u(k) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) & i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}^T. \quad (5.42c)$$

Estendendo o vector de estado (5.40) ao vector de parâmetros (5.32), admitindo que os parâmetros evoluem durante o intervalo de amostragem como em (5.34), e tendo em conta que temos agora:

$$x_e(k) = [x(k) \quad \theta(k)]^T = \left[ \psi_{rd}^s(k) \quad \psi_{rq}^s(k) \quad \frac{1}{\tau_r} \quad \frac{1}{L_s} \quad L_M \quad R_s \right]^T, \quad (5.43)$$

obtemos a seguinte estrutura de modelos não linear:

$$x_e(k+1) = f(x_e(k), u(k)) + r_{s_e}(k), \quad (5.44a)$$

$$y(k) = h(x_e(k), u(k)) + r_m(k), \quad (5.44b)$$

em que:

$$\begin{aligned} x_{e_1}(k+1) &= f_1(x_e(k), u(k)) = a_{33}\psi_{rd}^s(k) - \omega(k)T_s\psi_{rq}^s(k) + a_{31}i_{sd}^s(k) \\ &= (1 - x_{e_3}(k)T_s)x_{e_1}(k) - (\omega(k)T_s)x_{e_2}(k) + (x_{e_3}(k)x_{e_5}(k)T_s)i_{sd}^s(k) + r_{s_1}(k), \end{aligned} \quad (5.44c)$$

$$\begin{aligned} x_{e_2}(k+1) &= f_2(x_e(k), u(k)) = \omega(k)T_s\psi_{rd}^s(k) + a_{33}\psi_{rq}^s(k) + a_{31}i_{sq}^s(k) \\ &= (\omega(k)T_s)x_{e_1}(k) + (1 - x_{e_3}(k)T_s)x_{e_2}(k) + (x_{e_3}(k)x_{e_5}(k)T_s)i_{sq}^s(k) + r_{s_2}(k), \end{aligned} \quad (5.44d)$$

$$x_{e_3}(k+1) = f_3(x_e(k), u(k)) = x_{e_3}(k) + r_{s_3}(k), \quad (5.44e)$$

$$x_{e_4}(k+1) = f_4(x_e(k), u(k)) = x_{e_4}(k) + r_{s_4}(k), \quad (5.44f)$$

$$x_{e_5}(k+1) = f_5(x_e(k), u(k)) = x_{e_5}(k) + r_{s_5}(k), \quad (5.44g)$$

$$x_{e_6}(k+1) = f_6(x_e(k), u(k)) = x_{e_6}(k) + r_{s_6}(k). \quad (5.44h)$$

A matriz de gradiente  $F(k)$  do algoritmo do EKF é calculada, em cada iteração, como em (5.37), mas a sua dimensão é agora de  $6 \times 6$  e não  $8 \times 8$  como no modelo de ordem completa:

$$F(t) = \left[ \begin{array}{cc} \left[ A_d(\hat{\theta}(t)) \right]_{2 \times 2} & \begin{bmatrix} E_{1,1} & \cdots & E_{1,n\theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{nx,1} & \cdots & E_{nx,n\theta} \end{bmatrix} \\ \left[ 0 \right]_{4 \times 4} & \left[ I \right]_{4 \times 4} \end{array} \right]_{\hat{x}_e(k|k)}. \quad (5.45a)$$

Atendendo a (5.42b) e (5.43) a matriz  $A_d(\hat{\theta}(t))$  é dada por:

$$A_d(\hat{\theta}(t)) = \begin{bmatrix} 1 - x_{e_3}T_s & -\omega(k)T_s \\ \omega(k)T_s & 1 - x_{e_3}T_s \end{bmatrix}. \quad (5.45b)$$

Os coeficientes  $E_{ij}$  são obtidos de acordo com (5.38a), obtendo-se:

$$E_{13} = \left. \frac{\partial f_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_3}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_1}(k)T_s + x_{e_5}(k)T_s i_{sd}^s(k), \quad (5.45c)$$



$$E_{14} = \left. \frac{\partial f_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_4}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.45d)$$

$$E_{15} = \left. \frac{\partial f_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_3}(k) T_s i_{sd}^s(k), \quad (5.45e)$$

$$E_{16} = \left. \frac{\partial f_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.45f)$$

$$E_{23} = \left. \frac{\partial f_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_3}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = -x_{e_2}(k) T_s + x_{e_5}(k) T_s i_{sq}^s(k), \quad (5.45h)$$

$$E_{24} = \left. \frac{\partial f_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_4}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0, \quad (5.45i)$$

$$E_{25} = \left. \frac{\partial f_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_5}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = x_{e_3}(k) T_s i_{sq}^s(k), \quad (5.45j)$$

$$E_{26} = \left. \frac{\partial f_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_6}(k)} \right|_{\hat{x}_e(k|k)} = 0. \quad (5.45k)$$

Neste caso, ao contrário da equação de estado, a equação de saída não é tão simples e a matriz de gradiente  $H$  deixa mesmo de ser constante o que obriga ao seu cálculo em cada iteração. Contudo, o esforço computacional global é menor. Adicionalmente, outra vantagem importante da estrutura de modelos de ordem reduzida é que a dimensão do vector de estado inicial  $x_e(0|0)$  e das matrizes de covariância do ruído de sistema e do erro de predição, respectivamente  $R_{s_e}$  e  $P(0|0)$ , vem reduzida, simplificando de modo significativo a inicialização e ajuste do algoritmo do EKF.

A matriz de gradiente  $H$  é calculada, em cada iteração, de acordo com a equação (3.93) do capítulo 3, em que temos, para este caso:

$$h_1(x_e(k), u(k)) = i_{sd}^s(k+1) - i_{sd}^s(k) = \left( x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s \right) x_{e_1}(k) + \left( x_{e_4}(k) T_s \omega(k) \right) x_{e_2}(k) - \left( x_{e_4}(k) x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) x_{e_5}(k) \right) T_s i_{sd}^s(k) + x_{e_4}(k) T_s u_{sd}^s(k), \quad (5.46a)$$

$$h_2(x_e(k), u(k)) = i_{sq}^s(k+1) - i_{sq}^s(k) = - \left( x_{e_4}(k) T_s \omega(k) \right) x_{e_1}(k) + \left( x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s \right) x_{e_2}(k) - \left( x_{e_4}(k) x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) x_{e_5}(k) \right) T_s i_{sq}^s(k) + x_{e_4}(k) T_s u_{sq}^s(k), \quad (5.46b)$$

pelo que:

$$\frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_1}(k)} = x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s, \quad (5.46c)$$

$$\frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_2}} = x_{e_4}(k) T_s \omega(k), \quad (5.46d)$$

$$\frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_3}} = x_{e_1}(k) x_{e_4}(k) T_s - x_{e_4}(k) x_{e_5}(k) T_s i_{sd}^s(k), \quad (5.46e)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_4}} &= x_{e_1}(k) x_{e_3}(k) T_s + T_s \omega(k) x_{e_2}(k) - \\ &\quad - (x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k) x_{e_5}(k)) T_s i_{sd}^s(k) + T_s u_{sd}^s(k), \end{aligned} \quad (5.46f)$$

$$\frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_5}} = -x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s i_{sd}^s(k), \quad (5.46g)$$

$$\frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_6}} = -x_{e_4}(k) T_s i_{sd}^s(k), \quad (5.46h)$$

$$\frac{\partial h_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_1}} = -x_{e_4}(k) T_s \omega(k), \quad (5.46i)$$

$$\frac{\partial h_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_2}} = x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s, \quad (5.46j)$$

$$\frac{\partial h_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_3}} = x_{e_2}(k) x_{e_4}(k) T_s - x_{e_4}(k) x_{e_5}(k) T_s i_{sq}^s(k), \quad (5.46k)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_4}} &= -T_s \omega(k) x_{e_1}(k) + x_{e_2}(k) x_{e_3}(k) T_s - \\ &\quad - (x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k) x_{e_5}(k)) T_s i_{sq}^s(k) + T_s u_{sq}^s(k), \end{aligned} \quad (5.46l)$$

$$\frac{\partial h_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_5}} = -x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) T_s i_{sq}^s(k), \quad (5.46m)$$

$$\frac{\partial h_2(x_e(k), u(k))}{\partial x_{e_6}} = -x_{e_4}(k) T_s i_{sq}^s(k). \quad (5.46o)$$

O erro de predição que é pesado pela matriz do ganho de Kalman é calculado como se segue:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k+1) - i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k+1) - i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1(\hat{x}_e(k), u(k)) \\ h_2(\hat{x}_e(k), u(k)) \end{bmatrix}. \quad (5.46p)$$

O algoritmo do EKF a aplicar, nesta situação, é similar ao ilustrado na figura 5.5.

## 5.7. Estado actual da investigação em metodologias de estimação de parâmetros e velocidade

As características mais importantes do motor de indução trifásico, como a robustez, a ausência de manutenção e o preço, fazem dele o substituto do motor de corrente contínua, em quase todas as aplicações industriais actuais. A identificação de modelos e respectivos parâmetros, tem sido objecto de estudo desde o aparecimento do motor e, particularmente, desde a generalização da sua utilização com a teoria de controlo moderna. A utilização de modelos para descrever o comportamento dinâmico do motor de indução e das máquinas eléctricas em geral, pode ter diversos objectivos, dentro dos quais se podem evidenciar:

- Projecto de motores;
- Controlo de qualidade numa linha de produção;
- Simulação;
- Monitorização e detecção de falhas, particularmente em motores de grande potência;
- Dimensionamento de conversores;
- Aplicação das técnicas de controlo moderno, designadamente, para:
  - calibração automática das leis de controlo;
  - acompanhamento da evolução temporal dos parâmetros;
  - estimação do fluxo ou corrente do rotor, ou corrente de magnetização;
  - estimação de velocidade em sistemas de controlo sem transdutor de velocidade.

A aplicação industrial e generalizada das técnicas de controlo moderno, nomeadamente em aplicações de accionamento de velocidade variável de elevado desempenho, fez despontar uma grande actividade na identificação dos parâmetros do motor de indução trifásico, principalmente desde o início dos anos 90. As técnicas tradicionais de estimação dos parâmetros, baseadas nos ensaios clássicos, não são minimamente adequadas, quando, actualmente, se requer um conhecimento suficientemente preciso desses parâmetros, bem como a sua actualização ao longo do tempo, de modo a garantir o desempenho esperado das técnicas de controlo moderno, nomeadamente, as leis baseadas no controlo vectorial.

Tendo em conta a pesquisa efectuada sobre um vasto conjunto de trabalhos publicados, conclui-se que não existe nenhum procedimento que permita estimar os parâmetros do motor de indução, em condições normais de funcionamento, com uma robustez aceitável para fins industriais. Efectivamente, após mais de um década de investigação, continuam a ser desenvolvidos trabalhos dedicados ao desenvolvimento de metodologias de identificação, para o motor de indução e para as máquinas eléctricas em geral, quer para estimação em tempo diferido quer para acompanhamento da evolução dos parâmetros em tempo real.

Convém recordar, uma vez mais, que o objectivo fundamental, no contexto da presente dissertação, não é identificar um dado modelo do motor para efeitos de predição adequada do sinal de saída, mas consiste, fundamentalmente, em estimar os parâmetros físicos do motor para fins de controlo adaptativo, com actualização permanente dos parâmetros, o que é significativamente diferente e cria mais dificuldades, no caso do motor de indução.

Inversamente, se os parâmetros fossem conhecidos com alguma exactidão, então era possível construir um observador para estimar estados, como por exemplo o fluxo do rotor. No entanto, pelo facto de não ser conveniente, nem absolutamente fiável, medir os fluxos e ao mesmo tempo conhecer os verdadeiros parâmetros do motor, o problema torna-se bastante mais complicado e difícil, porque não cai directamente nas ferramentas mais habituais de identificação paramétrica, devido à não linearidade do modelo do motor, como já foi evidenciado nesta dissertação.

Os trabalhos desenvolvidos, que apresentam os procedimentos mais robustos, na identificação dos parâmetros, prendem-se com situações específicas e particulares de funcionamento, distantes das condições reais de funcionamento normal. Uma destas situações é a estimação dos parâmetros com o motor parado, isto é, velocidade nula. O anular da velocidade nas equações do motor, cria um desacoplamento entre as suas equações e torna o procedimento de identificação muito mais simples.

A longo das próximas secções são apresentadas as principais metodologias de identificação utilizadas na estimação dos parâmetros do motor de indução, sendo referidos alguns trabalhos de investigação que contribuíram significativamente para o seu desenvolvimento. Por enquanto, pode referir-se que, de um modo geral, as metodologias mais utilizadas são baseadas:

1. Em procedimentos específicos a partir da síntese das equação do modelo do motor, que serão designados por métodos determinísticos;
2. No conceito de sistemas adaptativos de modelo de referência, MRAS - *Model Reference Adaptive Systems* e de MRAC - *Model Reference Adaptive Control* [Landau 98];
3. Em métodos de identificação paramétrica;
4. Em observadores de estado.

A estimação de parâmetros está também relacionada com a estimação da velocidade de rotação do motor. Nas aplicações de controlo moderno há necessidade de usar um transdutor para efectuar um controlo preciso de velocidade ou posição em malha fechada. O codificador óptico incremental que é normalmente utilizado, contribui para o aumento do preço do sistema de accionamento e introduz dificuldades acrescidas e relacionadas com a fiabilidade para além de requisitos adicionais de ordem mecânica como a conciliação, no mesmo veio, da ventilação do motor e o acoplamento do codificador, com o problema que resulta da necessidade de um cabo adicional. Por estas razões, foi possível registar um grande esforço ao longo dos últimos anos e que se mantém actualmente, no desenvolvimento de aplicações de controlo de máquinas eléctricas e, em particular, do motor de indução, sem necessidade de utilizar um transdutor de velocidade. Nestes casos a velocidade é estimada através de várias metodologias sendo, as principais, descritas na secção 5.7.2. Este assunto já começa a estar documentado na literatura, como por exemplo em [Vas 98], [Bose 02] e na colectânea de diversos trabalhos [Rajashekara 96]. Também já existem disponíveis no mercado algumas soluções comerciais. Contudo, não obstante esta realidade, a substituição da medida de velocidade pela sua estimação em aplicações de controlo moderno é muito provavelmente um dos assuntos com o maior esforço de investigação nos anos mais recentes. A secção 5.7.2 é dedicada à revisão do estado actual da investigação relativamente às metodologias utilizadas na estimação da velocidade do motor de indução.

### 5.7.1. Metodologias utilizadas na estimação de parâmetros

As diferentes metodologias investigadas ao longo destes últimos anos para estimação de parâmetros, estão, normalmente, relacionadas com uma aplicação de controlo concreta que requer o conhecimento preciso dos valores reais dos parâmetros. Assim, as técnicas tradicionais baseadas nos ensaios clássicos, deixam de ser adequadas, não só pela baixa precisão mas principalmente porque requerem condições de teste não compatíveis com uma utilização generalizada nos sistemas electrónicos de controlo moderno. Em geral o fabricante do conversor electrónico de frequência e o fabricante do motor que é accionado pelo conversor não são o mesmo. Deste modo, foi necessário desenvolver metodologias expeditas para a estimação de parâmetros que permitam executar o arranque automático de sistemas electrónicos de accionamento electromecânico com o motor de indução. As técnicas utilizadas para este fim, começam, em geral por injectar sinais específicos de modo a garantir, por um lado, que o motor permaneça parado e, por outro, a estimação correcta de alguns parâmetros. A fase seguinte envolve já o funcionamento do motor com um regime dinâmico adequado à estimação dos restantes parâmetros. Também os controladores da lei de controlo são auto-calibrados durante este processo de arranque automático. A referência [Khambadkone 91] é um excelente exemplo do procedimento de arranque automático desenvolvido para aplicações de controlo moderno baseado em conversores de frequência. Para além desta referência, na secção 5.7.1.1 são apresentados, sumariamente, alguns trabalhos relevantes no contexto que acabamos de descrever.

A inicialização correcta do sistema electrónico de controlo não garante, contudo, um bom desempenho das leis de controlo pelo facto dos parâmetros serem variantes no tempo. Deste modo, para além da correcta inicialização das leis de controlo, com base nos parâmetros estimados imediatamente antes do arranque, é necessário acompanhar a evolução dos parâmetros, pelo menos daqueles que influenciam mais significativamente o desempenho da respectiva lei de controlo. A situação mais ambiciosa, mais difícil e naturalmente menos robusta, é a que consiste na situação mais geral, de identificação de todos os parâmetros, em tempo real, em condições normais de funcionamento. A secção 5.7.1.3 aborda os principais trabalhos publicados neste contexto. No entanto, nenhum procedimento se mostra suficientemente robusto, para realizar tal tarefa, em quaisquer condições. Por este facto, mas também pela ampla utilização do controlo vectorial indirecto, muitos investigadores têm-se dedicado à estimação em tempo real da constante de tempo do rotor, ou da resistência do rotor e a secção 5.7.1.2 reflecte este facto e apresenta o estado da arte neste contexto.

Nas próximas secções é apresentada uma síntese de alguns trabalhos relevantes que utilizam diversas metodologias para aplicações de controlo moderno. Assim, na secção 5.7.1.1 são referidos trabalhos cujo resultado se destina à estimação de parâmetros para arranque automático de sistemas electrónicos de controlo moderno. A secção 5.7.1.2 descreve alguns trabalhos relevantes que têm por objectivo a estimação em tempo real da constante de tempo do rotor ou da resistência do rotor. Na secção 5.7.1.3 são apresentadas algumas das publicações que têm contribuído mais significativamente para a estimação conjunta de vários parâmetros e estados do motor. Por fim, na secção 5.7.1.4, são referidas outras metodologias utilizadas na estimação de parâmetros do motor de indução.

#### 5.7.1.1. Estimação de parâmetros para arranque automático de sistemas electrónicos de controlo moderno

No que diz respeito a métodos na natureza determinística, destacam-se aqui algumas referências, especialmente [Khambadkone 91], onde é apresentado um procedimento de calibração automática de sistemas electrónicos de controlo do motor de indução, implemetado

no microcontrolador 80196 e destinado à estimação de vários parâmetros, nomeadamente  $R_s$ ,  $\sigma\tau_s$ ,  $\tau_r$  e  $\tau_m$ , para além da corrente de magnetização do rotor, sendo  $\tau_s$  e  $\tau_m$  as constantes de tempo do estator e mecânica, respectivamente. O procedimento proposto foi posteriormente implementado em diversos conversores de frequência industriais e encontra-se detalhado, passo a passo, em [Bose 02]. Em [Vas 93] é descrito um conjunto de procedimentos para a determinação dos parâmetros do motor de indução quando alimentado por inversores de tensão em aplicações de controlo vectorial. Com o motor parado ( $\omega = 0$ ), são injectados sinais específicos de tensão e de corrente, sob a forma de impulsos rectangulares positivos e negativos, que permitem estimar, analiticamente, os parâmetros do modelo equivalente por fase da figura 4.6(a) do capítulo anterior, nomeadamente,  $L'_s$ ,  $R_s$ ,  $\tau_r$  e  $R_{r\text{ref}}$ , a partir dos quais se pode ainda obter:  $\tau'_s = L'_s / R_s$ ,  $L_M = \tau_r R_{r\text{ref}}$ ,  $L_s = L'_s + \tau_r R_{r\text{ref}}$  e  $\sigma = L'_s / L_s$ . São também descritos os procedimentos para a determinação dos parâmetros mecânicos, para o mesmo tipo de aplicações. Na referência [Lin 99] é apresentada uma redefinição dos métodos clássicos de estimação dos parâmetros (teste DC, em vazio e em curto-circuito) para o arranque automático em aplicações de controlo vectorial sem transdutor de velocidade. A realização dos testes clássicos, como proposto neste trabalho, permite estimar os parâmetros sem qualquer atravancamento ou electrónica adicionais baseando-se somente num conjunto de operações que apenas processa as componentes da corrente do estator. Os 4 parâmetros  $\tau_r$ ,  $L'_s$ ,  $L_M$  e  $R_s$  são estimados analiticamente em [Globvnik 98], para arranque automático de uma aplicação de controlo vectorial, realizando um teste em que o motor é alimentado pelo inversor de modo a garantir velocidade nula.

Em relação a procedimentos que utilizam métodos numéricos de identificação paramétrica podem referir-se, por exemplo, as referências [Shaw 99] e [Lima 97]. Na primeira são descritos três procedimentos para a estimação dos vários parâmetros do motor de indução a partir de um conjunto de dados adquirido durante o arranque. O primeiro procedimento não minimiza qualquer função de erro e destina-se à obtenção de estimativas iniciais dos parâmetros. Os outros dois utilizam o método de Levenberg-Marquardt para a minimização de um erro de equação que resulta do modelo do motor e das grandezas eléctricas aos terminais do motor. O aspecto mais relevante deste trabalho reside no facto de não ser necessária a medida de velocidade. Os parâmetros do modelo equivalente por fase são estimados em [Lima 97] com base nas características da corrente e da potência absorvida *versus* deslizamento. Para o efeito, foi desenvolvido um algoritmo recursivo específico que minimiza uma função de custo quadrática, cujo erro corresponde à diferença entre as respectivas características experimentais e as calculadas com base nos parâmetros estimados.

O conceito de sistemas adaptativos de modelo de referência é utilizado por exemplo em [Buja 95] num procedimento de estimação dos parâmetros com o motor parado.

#### 5.7.1.2. Estimação da constante de tempo do rotor ou da resistência do rotor

O método de controlo vectorial indirecto ou controlo por orientação do campo, parte do princípio que existe um desacoplamento perfeito entre as componentes da corrente do estator responsáveis pelo fluxo e pela produção de binário. Para isso, há necessidade de estimar com precisão a posição do fluxo do rotor, o que envolve o cálculo do deslizamento que, por sua vez, é baseado no conhecimento da constante de tempo do rotor. A falta de precisão neste parâmetro reflecte-se de modo significativo no desempenho da lei de controlo. O coeficiente de auto-indução do rotor varia com a amplitude do fluxo e a respectiva variação pode ser compensada com dados previamente guardados em tabelas. Contudo, tal já não é possível

fazer com a variação da resistência do rotor que varia com a temperatura do motor. O que se acabou de referir é a razão de muito trabalho de investigação ter sido desenvolvido para a estimação da constante de tempo do rotor ou da resistência do rotor, em tempo real. Na referência [Krishnan 91] é apresentado um trabalho interessante sobre a sensibilidade e os métodos de estimação para actualização dos parâmetros em aplicações de controlo vectorial indirecto do motor de indução.

### **Métodos determinísticos**

Relativamente a métodos de natureza determinística, pode referir-se o trabalho recente [Kral 03] onde a resistência do rotor é estimada de duas formas diferentes, uma para situações em que o motor está em carga e outra para condições de vazio ou binário de carga baixo. Neste último caso o deslizamento é muito pequeno e as correntes do rotor diminuem de tal modo que a resistência do rotor não é correctamente estimada. Nesta situação a estimação da resistência do rotor é efectuada com base num modelo térmico para estimação da temperatura. Em [Kim 98] a resistência do rotor é calculada durante o funcionamento normal do motor a cada 0,5ms admitindo uma variação máxima de  $0,2\Omega/s$ . A medida das componentes directa e em quadratura do fasor da tensão é apresentada como uma desvantagem e em vez desta medida são utilizados os sinais de referência da tensão. O cálculo da resistência do rotor só é efectuado quando os sinais utilizados atingem o regime permanente e não depende da resistência e indutância do estator. Em [Wade 97b] são injectados impulsos rectangulares de curta duração no sinal de referência da corrente de fluxo de modo a provocar perturbações no binário produzido. Um valor errado da resistência do rotor reflecte-se num desacoplamento imperfeito, o que leva à actualização do seu valor. A essência do método reside no facto de se verificar que enquanto o valor real for correctamente acompanhado pelo método de estimação o acoplamento não existe e as perturbações de binário não se verificam.

Em [Razzouk 02] é apresentado um procedimento para o cálculo em tempo real da constante de tempo do rotor com base na medida das componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e corrente do estator e da velocidade. Neste caso, o valor estimado não depende da resistência do estator.

### **Métodos de identificação paramétrica**

Em relação a procedimentos que usam métodos de identificação paramétrica, pode destacar-se, por exemplo, a referência [Boussak 92] onde o modelo do motor é discretizado utilizando o método directo como ilustrado na secção 5.5 mas, em vez do referencial do estator é utilizado o referencial do campo girante, com o objectivo de estimar a constante de tempo do rotor. Neste caso as derivadas são calculadas através de expressões recursivas que utilizam valores das derivadas calculados em iterações anteriores. Os testes realizados envolveram a utilização do método RLS e uma versão optimizada deste, Bierman RLS, que factoriza a matriz de covariância do erro de predição.

### **Sistemas adaptativos de modelo de referência**

O conceito de controlo adaptativo baseado num modelo de referência é utilizado em [Yu 02] para estimar a resistência do rotor. O modelo de estimação proposto é baseado no desacoplamento entre as componentes da tensão do estator, no referencial do campo girante. O mesmo conceito é utilizado em [Shieh 98] e [Jemli 94]. Na primeira referência é estimada a constante de tempo do rotor adoptando um novo referencial. Neste caso o modelo dinâmico do motor é descrito num referencial em que o fasor da corrente do estator é alinhado com a componente directa do referencial do campo girante. Na segunda, a constante de tempo do rotor é estimada por minimização do erro entre o módulo do fluxo, calculado a partir de dois

modelos independentes, um baseado nas equações da tensão do estator e o outro nas equações rotor.

### Observadores de estado

A estimação com recurso a observadores de estado é de especial interesse no contexto da presente dissertação. O trabalho da referência [Atkinson 91] pode considerar-se marcante e decisivo no esforço de investigação realizado até aos dias de hoje, no que diz respeito à estimação conjunta de estados e de parâmetros do motor de indução trifásico, no seu ambiente normal de funcionamento. Na primeira parte deste trabalho, é utilizado o filtro de Kalman para estimar o vector de estado, constituído pelas componentes directa e em quadratura dos fasores das correntes do estator e do rotor,  $x = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ i_{rd}^s \ i_{rq}^s]^T$ , para realizar a estimação, em tempo real, das componentes da corrente do rotor em aplicações de controlo vectorial directo. Naturalmente, o modelo do motor é representado sob a forma de espaço de estados e, neste caso, de 4ª ordem e no referencial do estator. Trata-se, portanto de uma estrutura linear variante no tempo. Para a estimação são adquiridas as componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e da corrente do estator e a velocidade de rotação. De seguida, o vector de estado anterior é estendido à resistência do rotor como uma nova variável de estado a ser estimada, o que transforma a representação de espaço de estados numa estrutura não linear e variante no tempo, obrigando à utilização do EKF. Assim, a resistência do rotor passa a ser estimada em tempo real, conjuntamente com as variáveis de estado iniciais, integrando o novo vector de estado,  $x_e = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ i_{rd}^s \ i_{rq}^s \ R_r]^T$ , numa estrutura de modelos de 5ª ordem. Na terceira parte do trabalho é utilizado, pela primeira vez, o modelo de ordem reduzida que consiste em retirar do vector de estado as componentes  $dq$  do fasor da corrente do estator, uma vez que estas são medidas directamente, com o objectivo de reduzir o esforço computacional do EKF, o qual passa de 5ª para 3ª ordem, com o novo vector de estado dado por:  $x_e = [i_{rd}^s \ i_{rq}^s \ R_r]^T$ . Da comparação de ambos os algoritmos foi constatado que o seu desempenho é similar em termos de convergência e sensibilidade relativamente aos restantes parâmetros. Contudo, foi detectada a possibilidade de divergência do EKF de ordem reduzida (3ª ordem, neste caso) mediante a variação dos coeficientes de indução mútua e de auto-indução do estator.

Em [Du 95] é detalhada a implementação do ELO (*Extended Luenberger Observer*) para estimação do fluxo do rotor e da constante de tempo do rotor. O desempenho do ELO é comparado com o do EKF. Em ambos os algoritmos é utilizado um modelo de ordem completa cujo vector de estado é composto por:  $x_e = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ \phi_{rd}^s \ \phi_{rq}^s \ R_r]^T$ . Ao contrário do observador de Luenberger, o ELO é aplicável a sistemas não lineares, variantes no tempo. Em contraste com o EKF, que assume determinadas características do ruído, o ELO é um algoritmo igualmente recursivo mas de natureza determinística e o seu objectivo é escolher convenientemente os pólos do observador de modo a garantir a convergência adequada, com relativa imunidade ao ruído nas medidas. Neste trabalho mostra-se que não existe o viés introduzido pelo EKF, referido na secção 3.9.1 do capítulo 3, se a resistência do rotor for estimada com o ELO. É ainda referido que o EKF converge mais lentamente do que o ELO, mas como se demonstra na presente dissertação, nomeadamente nos capítulos 7 e 8, a convergência do EKF pode ser facilmente otimizada através de uma inicialização exponencial adequada dos elementos da diagonal das matrizes de covariância do erro de sistema e de medida. O desempenho do EKF e do ELO na estimação da resistência do rotor, quer no referencial do estator quer no referencial do campo girante, são comparados em



[Wade 95]. Na análise dos resultados é referido que a estimação via ELO é mais ruidosa mas, como veremos nos capítulos 7 da presente dissertação, o nível de ruído das variáveis estimadas via EKF é ajustável de acordo com as matrizes de covariância do ruído. Da comparação da estimação de  $R_r$  nos dois referenciais foi constatado que o erro que se obtém no referencial do estator é significativamente maior. Tal facto é atribuído à formula de Euler utilizada na discretização da estrutura de modelos e sugerem a utilização de aproximações de ordem mais elevada. O aspecto mais significativo deste trabalho parece ser, contudo, o resultado obtido com a introdução das perdas no ferro no modelo equivalente por fase do motor. Sem aumentar a ordem dos algoritmos, a consideração daquelas perdas levou à redução do erro no valor estimado  $\hat{R}_r$  de 4% a 6% para 0,5% a 1%, respectivamente, quando é imposta uma variação em degrau da resistência do rotor no motor de indução de rotor bobinado utilizado. A convergência e a capacidade de acompanhamento da variação de  $R_r$  é similar em ambos os algoritmos. Os mesmos autores, em [Wade 94], comparam a estimação de  $R_r$  utilizando um algoritmo designado por Westphal e os algoritmos do EKF de ordem completa e de ordem reduzida, com o modelo do motor no referencial do estator. O primeiro algoritmo, embora exija menos tempo de computação, foi rejeitado por não acompanhar convenientemente a variação de  $R_r$  e por ser muito sensível ao ruído nas medidas. O algoritmo do EKF de ordem reduzida apresenta uma convergência um pouco mais lenta mas com um esforço computacional muito menor.

No controlo de velocidade proposto em [Lin 96] a resistência do rotor, utilizada para o cálculo do deslizamento, é estimada através do EKF e o binário de carga, caracterizado como uma perturbação externa, bem como os parâmetros mecânicos, são estimados através do método RLS, o qual é combinado com um observador que estima o binário de carga de modo a evitar os problemas de viés inerentes ao método RLS. No algoritmo do EKF, que estima a resistência do rotor, é utilizado um modelo de ordem completa no referencial do estator, sendo o vector de estado constituído por,  $x_e = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ i_{rd}^s \ i_{rq}^s \ R_r]^T$ . São, portanto, estimadas, conjuntamente com  $R_r$ , as correntes do rotor.

O algoritmo do EKF de ordem reduzida, introduzido em [Atkinson 91], é utilizado em [Askoy 96] para estimar o vector de estado  $x_e = [\psi_{rd}^s \ \psi_{rq}^s \ \tau_r^{-1}]^T$ , uma vez mais no referencial do estator, sendo estimada a constante de tempo do rotor, neste caso. No entanto, nada é dito quanto à sensibilidade do algoritmo em relação aos erros nos restantes parâmetros.

A implementação em MATLAB do EKF de ordem completa, no referencial do estator, para estimação da resistência do rotor é detalhada em [Wade 97a]. As variáveis estimadas são as que integram o vector de estado  $x_e = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ i_{rd}^s \ i_{rq}^s \ R_r]^T$ . A implementação é baseada em *m-files* e *S-functions*.

O KF é também utilizado em [Finch 98] para estimar as variáveis do vector de estado  $x = [i_{sd}^s \ i_{sq}^s \ i_{rd}^s \ i_{rq}^s]^T$ , numa aplicação de controlo vectorial. Com o objectivo de reduzir o esforço computacional, e em alternativa ao modelo de ordem reduzida, é proposta uma implementação do KF que utiliza os ganhos do filtro em regime permanente, previamente calculados e guardados em tabelas. Efectivamente, os ganhos do KF são tendencialmente constantes para velocidades constantes do motor. Considerando este facto, o cálculo da equação de Riccati (equação (1.83) do primeiro capítulo), que é responsável por grande parte

do tempo de computação, é substituído pelos valores dos ganhos guardados em tabelas. A resistência do rotor, utilizada no cálculo do deslizamento da lei de controlo vectorial indirecto, foi também estimada através do EKF tal como os mesmos autores fizeram em [Atkinson 91].

Em [Soto 99] é apresentada a estimação da resistência do rotor para aplicações onde é utilizado o controlo vectorial directo e indirecto. A estimação é realizada utilizando o EKF em conjunto com uma estrutura de modelos de ordem reduzida, descrita num referencial síncrono com o fasor da corrente do estator [Leonhard 97]. Para efeitos de controlo vectorial indirecto, a resistência do estator é estimada através de uma expressão analítica, conjuntamente com a resistência do rotor e as componentes do fluxo do rotor. Neste caso, o erro no fluxo estimado não é pertinente desde que o erro no valor estimado da resistência do rotor seja pequeno. Contudo, constata-se que é significativo para baixas velocidades. Pelo contrário, no controlo vectorial directo, a precisão do fluxo estimado, em termos de amplitude e fase, torna-se relevante. Assim, para esta situação, foi adoptada uma nova equação de saída passando a ter dimensão dois, em vez de ser escalar como acontecia no caso anterior.

### 5.7.1.3. Estimação conjunta de vários parâmetros

Naturalmente, a estimação dos parâmetros do motor de indução não se tem restringido à constante de tempo do rotor ou à resistência do rotor. O desenvolvimento de procedimentos de identificação para a estimação simultânea de vários parâmetros tem sido alvo de um grande esforço de investigação no passado recente.

#### Métodos determinísticos

Em [Noguchi 97] é apresentada uma metodologia de natureza determinística interessante, com dois procedimentos de identificação em tempo real, um para a estimação dos parâmetros  $\tau_r^{-1}$  e  $L_M$  e o outro para a estimação de  $L_s'$ . Estes parâmetros são necessários para o controlo adaptativo numa lei de controlo de binário que é independente da resistência do estator. A estimação da constante de tempo do rotor e do coeficiente de indução mútua é efectuada com base no cálculo da potência reactiva instantânea o que permite garantir a independência dos valores estimados relativamente à resistência do estator. Contudo, o algoritmo usa o coeficiente de fugas, pelo que é utilizado outro procedimento de identificação para adaptação em tempo real deste parâmetro no procedimento de identificação de  $\tau_r^{-1}$  e  $L_M$ . Assim, o coeficiente de fugas é estimado a partir da potência reactiva instantânea que é calculada, apenas, com base nas componentes harmónicas dos respectivos sinais, o que faz com que o seu valor estimado seja praticamente independente dos restantes parâmetros e das condições de funcionamento do motor. O cálculo das potências activa e reactiva é também efectuado em [Ségard 94] para estimação de alguns parâmetros do motor.

#### Métodos de identificação paramétrica

Os métodos recursivos de identificação paramétrica são, sem dúvida, os mais utilizados nos trabalhos em que o objectivo é a estimação conjunta de vários parâmetros. Em [Holtz 91] é utilizado o método do gradiente para estimar 4 parâmetros, nomeadamente, as resistências e as reactâncias do rotor e do estator. O algoritmo minimiza o erro entre as trajectórias da corrente do estator medida e estimada. A trajectória da corrente do estator corresponde à resposta dinâmica do motor e à sequência de comutação da síntese de PWM. A corrente estimada é calculada com base num modelo do motor que depende dos parâmetros os quais são adaptados de modo a minimizar o erro entre as duas trajectórias. Qualquer diferença entre ambas é atribuído aos erros existentes nos parâmetros.

A referência [Stephan 94] é muito provavelmente um dos artigos publicados mais referenciados relativamente à estimação de parâmetros no contexto da aplicação do método directo descrito na secção 5.5, seguindo uma metodologia similar à utilizada ao longo das equações (5.16) a (5.21). O método RLS, juntamente com uma estrutura de modelos semelhante à descrita por estas equações mas no referencial do rotor, é utilizado para estimar em tempo real os parâmetros do motor. São estimados 5 parâmetros, como em (5.19a) a (5.19e), a partir das quais apenas é possível estimar 4 parâmetros físicos do motor:  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $\sigma$  e  $\tau_r$ . Na prática apenas 4 dos 5 parâmetros (5.19) são estimados correctamente uma vez que um deles corresponde a um termo desprezável na equação (5.20), como se demonstra em [Leite 96]. Para este problema de sobredimensionamento do modelo de estimação os autores propuseram uma solução que consiste em realizar uma estimação parcial em duas fases. Em primeiro lugar é fixado o valor da resistência do estator e os restantes parâmetros são estimados através do RLS. De seguida, os valores estimados destes parâmetros são fixados e a resistência do estator é estimada utilizando o RLS. Esta sequência é realizada iterativamente. Esta solução apresentou bons resultados mas, no entanto, a convergência não é garantida. Em [Caussat 95], é utilizada uma ideia similar à utilizada em [Stephan 94] relativamente à estimação parcial por fases. Considera-se que a resistência do estator, que possui uma dinâmica que se pode considerar relativamente lenta, é o parâmetro que melhor se conhece de entre todos e o que pode ser medido previamente. Assim, é utilizado o valor de  $R_s$ , para reformular um modelo similar a (5.20) e estimar os restantes parâmetros em duas etapas: 1ª - estimação de  $\tau_r$  e  $L_s$ , com  $R_s$  e  $L_s'$  conhecidos; 2ª - estimação de  $L_s'$ , com  $\tau_r$ ,  $L_s$  e  $R_s$  conhecidos. Na estimação de  $L_s'$  é utilizado um sinal adicional de frequência elevada, de modo a excitar convenientemente este parâmetro e a não perturbar o funcionamento normal do motor. Em [Jayme 95], são sugeridas as seguintes etapas para a estimação dos 5 parâmetros: 1ª - estimação de  $R_s$  e  $R_r$ ; 2ª - estimação de  $L_s$ ,  $L_r$  e  $L_m$ ; 3ª estimação de  $R_r$ ,  $L_s$ ,  $L_r$  e  $L_m$ .

O método TLS (*Total Least Squares*) e uma versão deste, vocacionada para situações em que os sinais têm maior nível de ruído, foram utilizados em [Moons 95]. São estimados, simultaneamente, os cinco parâmetros do modelo matemático do motor. A metodologia utilizada é semelhante à descrita pelas equações (5.16) a (5.21) da secção 5.5, mas em contrapartida, para poder estimar todos os 5 parâmetros, o modelo resultante inclui a terceira derivada da corrente do estator e a segunda derivada da tensão do estator.

Em [Li 96] é apresentado um procedimento para a identificação de  $R_s$ ,  $\tau_r$ ,  $L_s$  e  $\sigma$ , em duas condições de funcionamento, isto é, com o motor parado e a funcionar a velocidade constante. A metodologia utiliza uma estrutura similar à do método directo de estimação de parâmetros referido na secção 5.5. Para evitar o cálculo da segunda derivada da corrente e da primeira derivada da tensão, é efectuada uma integração prévia de uma equação similar a (5.17a). Por outro lado, o motor é excitado, numa das fases, com um sinal especialmente concebido de modo a garantir a aquisição de um conjunto de dados suficientemente persistente. Trata-se de um procedimento de identificação efectuado em tempo diferido no qual foi utilizado o método da variável instrumental IV (*Instrumental Variable*), descrito nas secções 2.4.3.2 e 3.3 dos capítulos 2 e 3, respectivamente. Numa primeira fase foi utilizado o método de mínimos quadrados para obter a predição do sinal de saída a qual foi, de seguida, utilizada na construção dos instrumentos que consistem naquele sinal de predição da saída e na mesma entrada previamente utilizada no método de mínimos quadrados.

Em [Cecati 98] é utilizada uma versão do método RLS com factor de esquecimento variante no tempo, para estimação em tempo real dos parâmetros do rotor  $R_r$ ,  $L_r$  (assumindo  $L_r = L_s$ ) e o coeficiente de dispersão  $\sigma$ . De modo a enriquecer a persistência dos sinais usados na estimação foi utilizada modulação vectorial e os valores estimados dos parâmetros são ilustrados num horizonte temporal de 15 minutos.

Na referência [Oliveira 98] é proposto um procedimento de interpolação polinomial realizado antes do cálculo das derivadas necessário no método directo de estimação de parâmetros referido na secção 5.5. Os 5 parâmetros eléctricos são então estimados utilizando o método RLS e o conceito de máquinas equivalentes introduzido neste trabalho.

Um método recursivo de minimização do erro de predição baseado numa estrutura de modelos do tipo erro de saída, introduzida na secção 1.3.1.2.1.6 do capítulo 1, foi utilizada em [Gorter 94] para estimar os parâmetros eléctricos do modelo equivalente for fase com excepção da resistência do estator. Neste trabalho é referido que os parâmetros podem ser estimados em qualquer ponto de funcionamento se as componentes harmónicas forem usadas como sinais de excitação. Os autores referem o facto de que ao considerar apenas as componentes fundamentais das componentes  $dq$  dos fasores da tensão e corrente do estator, apenas é possível estimar dois parâmetros, em regime permanente, visto que o espectro dos sinais terá somente duas riscas pelo que são de excitação persistente mas de ordem 2, no máximo, tendo em conta as características do sinal de entrada descritas na secção 2.3 do capítulo 2. Assim, não considerando as componentes harmónicas seria necessário injectar sinais adicionais ou garantir condições de funcionamento dinâmicas do motor adequadas. Os autores concluem ainda que o conteúdo harmónico dos sinais é essencial para a estimação do coeficiente de fugas enquanto que as componentes fundamentais contribuem para a estimação do coeficiente de indução mútua e da resistência do rotor.

A referência [Moraes 03] apresenta uma metodologia de estimação dos parâmetros baseada na função de transferência  $\bar{i}_s = \bar{f}(\bar{u}_s)$ , similar à descrita por (5.2), e no esquema equivalente por fase do motor de indução. Para o efeito são propostos dois modelos que estimam subconjuntos do conjunto dos parâmetros eléctricos onde a velocidade também é incluída para efeitos de estimação. Os modelos são convertidos para uma estrutura sob a forma de regressão linear, utilizando um procedimento similar ao descrito pelas equações (5.16) a (5.21) da secção 5.5. Para o cálculo das derivadas foi utilizada a forma mais simples  $dx/dt = (x(t_{k+1}) - x(t_k))/Ts$ . Como referido na secção 5.5, estes modelos são válidos apenas para regime permanente ou com  $d\omega/dt \approx 0$ . Os parâmetros, incluindo a velocidade, do respectivo subconjunto de parâmetros dos dois modelos propostos e transformados em regressões lineares, são estimados em tempo diferido utilizando método de mínimos quadrados. Os referidos modelos estimam os seguintes vectores de parâmetros: Modelo A -

$$\theta_A = \left[ R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \quad L_s' \right]^T \text{ e modelo B - } \theta_B = \left[ \frac{L_s}{\tau_r} \quad \omega \quad \frac{1}{\tau_r} \right]^T.$$

Os parâmetros do vector  $\theta_A$  podem ser estimados em 3 situações: 1ª - alimentando o motor com um sinal sinusoidal de potência baixa de modo a manter o motor parado (ou  $\omega \ll 2\pi f_s$ , sendo  $f_s$  a frequência do sinal); 2ª - a baixas velocidades ( $f_s \leq 5$  Hz) adicionando um sinal sinusoidal de frequência 60Hz, à componente fundamental; 3ª - a altas velocidades, injectando um sinal de frequência elevada, sendo neste caso, apenas possível estimar o parâmetro  $L_s'$ . Conhecido o vector  $\hat{\theta}_A$ , os parâmetros  $\theta_B$  podem ser estimados utilizando o segundo modelo

injectando um sinal adicional, para esse efeito, que depende da frequência da componente fundamental. Para velocidade não muito baixa, deve ser adicionado um sinal sinusoidal de amplitude 5% e frequência 15% a 30% abaixo da componente fundamental. Para velocidades reduzidas a frequência do sinal deverá ser cerca de duas vezes a da fundamental. Esta metodologia deverá ser, assim, adaptada a cada ponto de funcionamento estático. A grande vantagem desta metodologia parece residir no facto de evitar a necessidade de medida de velocidade para poder estimar os parâmetros. A metodologia proposta em [Moraes 03] foi previamente desenvolvida pelos autores em [Ribeiro 99] tendo em conta os diversos pontos de funcionamento do motor. Neste trabalho é apresentado um conjunto de regressões lineares mais alargado nos quais os parâmetros são estimados do mesmo modo, isto é, em tempo diferido e utilizando o método de mínimos quadrados, seleccionando a estrutura do tipo regressão linear, de acordo com o ponto de funcionamento do motor. Esta estratégia corresponde a um mapeamento do conjunto de 6 regressões lineares em relação às condições de funcionamento do motor. Estas metodologias poderão ser utilizadas para a calibração das leis de controlo antes da primeira entrada em funcionamento do motor mas podem ser também utilizadas para actualização dos parâmetros com o motor a funcionar em qualquer ponto de funcionamento estático. Para a estimação de todos os parâmetros, e sem medida de velocidade, os autores sugerem uma sequência concreta de utilização das estruturas propostas que estimam sucessivamente os respectivos parâmetros.

No contexto da modelização da secção 5.5, particularmente a descrita pelas equações (5.16) a (5.21), a referência [Cirrincione 03] utiliza uma metodologia similar à realizada em [Stephan 94], [Caussat 95] e [Leite 96], mas utilizando o método designado por TLS (*Total Least Squares*) e descrito na secção 2.4.3.2 do capítulo 2 o qual admite que a regressão linear é contaminada por ruído de acordo com (2.55). Segundo os autores o método TLS é mais adequado para ambientes ruidosos e parece ser mais robusto que o método de mínimos quadrados, o qual pode ser visto como um caso particular, não considerando que a regressão linear é contaminada por ruído.

Os autores da referência [Telford 03] apresentam um procedimento de identificação em tempo real para estimação dos parâmetros  $R_s$ ,  $L_s'$  e  $L_s$ , aplicando quer o método RLS quer o método LMS (*Least Mean Squares*) às equações de tensão segundo o eixo  $d$  e  $q$ , descritas no referencial do campo girante. A comparação dos resultados obtidos com ambos os métodos levou à adopção do método RLS devido à maior rapidez de convergência. O procedimento é similar ao descrito pelas equações (5.16) a (5.21), mas os autores evitam o cálculo das derivadas das componentes da corrente do estator, resultantes da lei de controlo em causa, ao constatarem que estas apenas não são constantes em pequenos intervalos de tempo (alguns ms) durante os períodos em que há variação da velocidade. Deste modo, desprezam os termos correspondentes às derivadas da corrente, nas equações correspondentes a (5.17), mas no referencial do campo girante. A estimação de  $\tau_r^{-1}$  é realizada a partir do erro entre o valor  $\hat{L}_s'$  estimado com base num método realizado em tempo diferido e que funciona como valor de referência e o valor  $\hat{L}_s'$  estimado em tempo real como referido anteriormente. Esta metodologia de estimação de  $\tau_r^{-1}$  apresenta melhores resultados do que a proposta por alguns dos autores da referência [Wade 97b], já citada anteriormente, e que consistia em injectar impulsos de corrente rectangulares na componente directa da corrente do estator, responsável pela referência de fluxo.

### Sistemas adaptativos de modelo de referência

Não obstante a grande quantidade de trabalhos que utilizam métodos recursivos de identificação paramétrica, o conceito de controlo adaptativo de modelo de referência é também utilizado. Em [Attaianese 98], por exemplo, são apresentados dois procedimentos para identificação em tempo real dos parâmetros do rotor para actualização dos seus valores numa aplicação de controlo por orientação do campo.

### Observadores de estado

De interesse relevante no contexto da presente dissertação é a estimação dos parâmetros do motor de indução utilizando metodologias baseadas em observadores de estado, especialmente as que utilizam o EKF. Outro aspecto que motiva o interesse nestas técnicas de identificação reside no facto de elas tornarem possível a estimação conjunta de estados e de parâmetros. A tendência mais recente aponta neste sentido uma vez que é possível estimar o fluxo do rotor e alguns parâmetros que é um requisito em termos de controlo vectorial directo. O trabalho mais ambicioso e melhor desenvolvido é apresentado em [Loron 93] e representa o avanço mais significativo na estimação conjunta de estados e dos vários parâmetros, depois de [Atkinson 91]. O EKF de ordem completa é utilizado em [Loron 93], para estimar conjuntamente as componentes do fluxo do rotor e os quatro parâmetros seguintes:  $R_s$ ,  $L_s'$ ,  $R_r$  e  $L_r$ . Para isso é utilizado um modelo de 8ª ordem, com a particularidade de ser utilizado o referencial do rotor, e o vector de estado é constituído pelas seguintes variáveis de estado e parâmetros:  $x_e = \begin{bmatrix} i_{sd}^r & i_{sq}^r & \phi_{rd}^r & \phi_{rq}^r & R_s & L_s' & R_r & L_r \end{bmatrix}^T$ . Por ser utilizado o referencial do rotor, a frequência de amostragem que foi utilizada é muito baixa, 1kHz, se atendermos ao facto da frequência de amostragem utilizada ser, normalmente, da ordem de 10kHz e quase nunca inferior a 5kHz. Sendo o intervalo de amostragem maior, foi utilizada a aproximação de 2ª ordem definida por (5.24), cuja aplicação vem significativamente facilitada por se utilizar o referencial do rotor no qual as matrizes da estrutura de modelos se tornam diagonais.

Como veremos, ao longo dos capítulos 7 e 8 da presente dissertação, a inicialização do algoritmo é tanto mais árdua quanto maior for a dimensão do vector de estado a estimar. Em [Loron 93], a inicialização dos parâmetros foi efectuada a partir da informação da chapa de características do motor de acordo com [Leonhard 97]. É também apresentado o teste realizado para a estimação, que consistiu numa situação de regime transitório contínuo, com uma lei de controlo escalar a inverter continuamente a velocidade de rotação. A utilização de uma frequência de amostragem muito baixa (1kHz) tem vantagens significativas do ponto de vista computacional mas obriga a adoptar uma frequência de corte também muito baixa, neste caso 50Hz, com filtros de Bessel e 8ª ordem. Ora, isto limita a largura de banda dos sinais à sua componente fundamental, não permitindo a inclusão de componentes harmónicas que poderão ser importantes, para a estimação de parâmetros, nomeadamente o coeficiente de fugas.

Na presente dissertação será investigado um algoritmo baseado no EKF de ordem reduzida (6ª ordem), destinado à estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e de quatro parâmetros:  $x_e = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r & \psi_{rq}^r & \tau_r^{-1} & L_s' & L_M & R_s \end{bmatrix}^T$ , permitindo reduzir o esforço computacional e aumentar a frequência de amostragem para 5kHz, com uma frequência de corte de 500Hz de modo a incluir o conteúdo harmónico contido nesta banda de frequências.

Em [Loukil 96] é utilizado o EKF de ordem completa, no referencial do estator, para estimar o vector de estado:  $x_e = \begin{bmatrix} i_{sd}^s & i_{sq}^s & i_{rd}^s & i_{rq}^s & R_r & L_M \end{bmatrix}^T$ . Não é, contudo, apresentada

qualquer análise de resultados, nem de sensibilidade em relação aos erros nos restantes parâmetros.

Em [Aquila 96] é utilizada uma versão do EKF de ordem reduzida, no referencial do estator,

em que o vector de estado é constituído por:  $x_e = \left[ \frac{L_m}{L_r} \phi_{rd}^r \quad \frac{L_m}{L_r} \phi_{rq}^r \quad R_s \quad L_s' \quad \tau_r^{-1} \quad L_M \right]^T$ . A

particularidade é que, neste caso, a equação de saída é função do vector de estado nos instantes  $k$  e  $k+1$ , por utilizarem a expressão seguinte, no cálculo das derivadas:  $dx/dt|_{t=t_k} = (x(k+1) - x(k))/T_s$ . Neste trabalho são apresentados apenas resultados de

simulação e nada é dito quanto às condições de funcionamento do motor em que os parâmetros foram estimados nem ao domínio de validade tal como em [Aquila 98] onde a mesma versão do algoritmo EKF é utilizada para estimar o vector de estado,

$x_e = \left[ \frac{L_m}{L_r} \phi_{rd}^r \quad \frac{L_m}{L_r} \phi_{rq}^r \quad \tau_r^{-1} \quad R_{rref} \quad L_s' \right]^T$ , numa aplicação de controlo vectorial directo.

Nesta última referência, é utilizado um algoritmo adicional designado por LKF (*Linear Invariant KF*) destinado à estimação das perturbações de binário (de carga, de viscosidade e de inércia, e outras perturbações devidas à ondulação da corrente). Também, neste trabalho, apenas são apresentados resultados de simulação.

As dificuldades mais significativas na utilização do EKF na estimação de parâmetros, concretamente a resistência do rotor e o coeficiente de indução mútua, foram investigadas em [Pena 93]. No trabalho realizado pelos autores, são analisados, entre outros aspectos, a sensibilidade do algoritmo em relação à variação dos parâmetros do motor e ao erro na medida da velocidade.

#### 5.7.1.4. Outras metodologias utilizadas na estimação de parâmetros

Uma síntese das metodologias utilizadas na identificação de parâmetros no âmbito do controlo moderno em sistemas de accionamento electromecânico de velocidade variável, foi publicada na referência [Raina 01].

Além das metodologias referidas nas últimas secções, outra técnica também utilizada na estimação de parâmetros consiste na análise espectral das amostras dos sinais adquiridos de tensão e corrente. Neste caso, torna-se necessário injectar um sinal adicional uma vez que em vazio e para cargas reduzidas, as correntes induzidas no rotor são muito baixas e o deslizamento é pequeno fazendo com que os parâmetros do rotor não possam ser estimados convenientemente. Diversas soluções têm sido apresentadas para a estimação de parâmetros neste contexto, [Raina 01].

Nos últimos anos têm surgido trabalhos de investigação que utilizam outras metodologias para o controlo e estimação de parâmetros, nomeadamente: algoritmos genéticos, como por exemplo [Pilay 97], [Alonge 98a], [Alonge 98b] e [Nangsue 99] e redes neuronais [Martinez 97] e [Cao 98].

#### 5.7.2. Metodologias utilizadas na estimação da velocidade

A descrição das diversas metodologias de estimação da velocidade, bem como a sua evolução histórica, pode ser encontrada na referência [Rajashekara 96], na qual é também reunida uma colectânea de trabalhos relevantes no âmbito da estimação da velocidade do motor de indução em sistemas de accionamento sem transdutor de velocidade. Uma descrição mais detalhada

das diferentes metodologias pode ser encontrada na referência [Vas 98], que são também descritas em [Bose 02], algumas delas com algum detalhe.

As metodologias de estimação da velocidade são classificadas na referência [Bottiglieri 03] por:

1. métodos de estimação directos e
2. métodos de estimação indirectos.

Os primeiros são baseados na análise do conteúdo harmónico de diversas grandezas do motor e são praticamente independentes dos parâmetros do seu modelo. São, de um modo geral, bastante pesados do ponto de vista computacional quando comparados com os métodos indirectos. É possível realizar a estimação directa da velocidade pelo facto do espectro das tensões e correntes do estator conterem componentes harmónicas que são múltiplas da velocidade de rotação, [Holtz 98] e [Wolbank 03]. Nos motores de indução convencionais estas componentes resultam de aspectos construtivos e são provocadas pelas saliências parasitas, pelas assimetrias e excentricidade do rotor, pelas ranhuras e pela saturação magnética. Adicionalmente, a distinção é feita entre as técnicas que utilizam apenas os sinais de funcionamento normal e as que injectam sinais auxiliares de excitação, sobrepostos aos sinais de tensão e de corrente do motor.

A estimação de velocidade, com base nos sinais de funcionamento normal do motor, [Zinger 90], consiste na detecção dos harmónicos da tensão do estator induzidos pelos harmónicos espaciais do fluxo no entreferro gerados pela modulação de relutância provocada pela presença das ranhuras na superfície do rotor. Deste modo, quando o rotor está em movimento, à componente fundamental da tensão do estator são sobrepostos harmónicos com amplitude e frequência que são proporcionais à velocidade de rotação que pode então ser estimada, quer a partir da amplitude, quer a partir da frequência destes sinais. A maior dificuldade reside na extracção destes harmónicos, importantes para a estimação da velocidade, de entre todo o conteúdo harmónico da tensão do estator, uma vez que, normalmente, são de baixa amplitude e desaparecem a baixas velocidades ou com o motor parado. Por outro lado, a sua frequência espalha-se por uma ampla largura de banda devido à grande variação da velocidade. Na prática, a estimação da velocidade por esta via torna-se muito difícil a baixas velocidades e para velocidades elevadas tem um desempenho equiparável aos métodos de estimação indirectos [Bottiglieri 03].

A injeção de sinais auxiliares de elevada frequência para apoiar a estimação da velocidade, surgiu, recentemente, como a metodologia mais investigada, especialmente a baixas velocidades, veja-se por exemplo, [Holtz 98], [Consoli 03] e [Drevenšek 03]. Teoricamente, estas técnicas permitem estimar a velocidade com boa precisão e numa ampla gama, mas para serem viáveis do ponto de vista prático requerem o projecto e fabrico especiais do rotor, nos motores de indução convencionais, de modo a introduzir características de construção adequadas à estimação da velocidade como se constata pela análise das referências [Drevenšek 03] e [Wolbank 03]. De certo modo, este facto constitui um limite à aplicabilidade desta técnica e poderá constituir um motivo de rejeição por parte dos fabricantes.

Os métodos indirectos estimam a velocidade com base nas equações do modelo dinâmico do motor. As equações do estator são utilizadas para estimar o fluxo do rotor e as equações do rotor permitem estimar a velocidade. As metodologias de estimação da velocidade baseadas nos métodos directos atingiram, de um modo geral, um nível de maturidade tecnológica apreciável e foram já introduzidas no mercado, particularmente nas aplicações de média e baixa potência e onde os requisitos a baixas velocidades não são críticos, não havendo



necessidade de actualização de parâmetros do modelo do motor. A estimação da velocidade através de métodos indirectos permite obter melhor desempenho dinâmico e maior robustez de controlo a altas velocidades do que com o tradicional controlo escalar, como é referido em [Bottiglieri 03]. De acordo com [Bose 02] estes métodos podem ser baseados:

- ♦ no cálculo do deslizamento;
- ♦ em esquemas directos obtidos a partir das equações do modelo dinâmico do motor;
- ♦ no conceito de MRAS;
- ♦ em observadores adaptativos;
- ♦ no EKF.

Os métodos de estimação da velocidade mais simples são os que se baseiam no cálculo do deslizamento e em esquemas implementados directamente a partir da síntese das equações do modelo dinâmico do motor e estão descritos em [Vas 98] e [Bose 02]. Os métodos baseados no cálculo do deslizamento têm uma largura de banda limitada devido à dificuldade de integração da tensão do estator nas baixas velocidades (frequências do estator), por um lado, e em vazio, por outro, porque a velocidade é próxima da velocidade do campo girante e o deslizamento é muito baixo. Os métodos baseados em esquemas implementados directamente a partir da síntese das equações do modelo dinâmico do motor são muito dependentes dos respectivos parâmetros e não permitem estimar a velocidade com boa precisão.

### Sistemas adaptativos de modelo de referência

A estimação da velocidade baseada no conceito de MRAS, na sua forma mais simples, explora a possibilidade que existe de estimar o fluxo do rotor através de dois modelos diferentes que resultam do modelo dinâmico do motor. O primeiro é extraído das equações da tensão do estator, por exemplo o que se obtém substituindo (4.48) em (4.49), passando a escrever-se, no referencial do estator:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{rd}^s(t)}{dt} = u_{sd}^s(t) - R_s i_{sd}^s(t) - L_s' \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^s(t)}{dt} = u_{sq}^s(t) - R_s i_{sq}^s(t) - L_s' \frac{di_{sq}^s(t)}{dt} \end{cases} \quad (5.47)$$

O modelo definido por (5.47) não depende da velocidade e é utilizado como modelo de referência. O segundo modelo de estimação do fluxo resulta directamente de (4.48), sendo:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{rd}^s(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^s(t) - \omega(t) \psi_{rq}^s(t) + \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s(t) \\ \frac{d\psi_{rq}^s(t)}{dt} = \omega(t) \psi_{rd}^s(t) - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rq}^s(t) + \frac{L_M}{\tau_r} i_{sq}^s(t) \end{cases} \quad (5.48)$$

O modelo descrito pelas equações (5.48) depende da velocidade e é utilizado para modelo adaptativo. A estimação da velocidade é efectuada com recurso a um algoritmo adaptativo que actualiza a velocidade no segundo modelo de modo a que o erro entre os fluxos calculados a partir de (5.47) e estimados a partir de (5.48) tenda para zero. O erro pode, por exemplo, consistir na diferença dos módulos dos fluxos,  $\varepsilon = |\bar{\psi}_r^s| - |\hat{\psi}_r^s|$ , ou definido por  $\varepsilon = \psi_{rd}^s \hat{\psi}_{rq}^s - \psi_{rq}^s \hat{\psi}_{rd}^s$ . Para a definição do algoritmo adaptativo utilizado nesta metodologia

pode consultar-se [Landau 98]. Este algoritmo pode ser baseado, por exemplo, no controlador PI definido por  $\hat{\omega} = \varepsilon \left( K_p + \frac{K_i}{s} \right)$ . Na prática, o cálculo do fluxo do rotor, através do modelo de referência (5.47), é muito difícil de implementar devido à integração que é necessário efectuar dos sinais do estator. Para evitar esta operação pode ser usada, em alternativa ao fluxo do rotor, o fasor da força contra-electromotriz. Em [Peng 94] é utilizada a potência reactiva instantânea. Contudo, esta metodologia, com os fluxos do rotor a funcionar como saídas dos modelos de referência e adaptativo, mas com modificações a partir das tensões e correntes do estator, foi utilizada recentemente em [Levi 02], para estimação da velocidade acima do seu valor nominal. Na referência [Rashed 03] foi desenvolvido um novo algoritmo baseado nesta metodologia o qual utiliza a corrente do estator para obter o sinal de erro. No entanto, os autores referem que o algoritmo é muito sensível a variações da resistência do estator.

Esta estratégia de estimação da velocidade tem o inconveniente de ser dependente dos parâmetros do motor e não produz bons resultados se os parâmetros não forem devidamente actualizados em tempo real, particularmente no funcionamento do motor a baixas velocidades.

### **Observadores adaptativos**

O conceito de observadores adaptativos é também utilizado amplamente na estimação da velocidade [Rajashekara 96]. Um observador é basicamente um estimador que utiliza um modelo do sistema, de ordem completa ou de ordem reduzida, e uma malha de realimentação com informação relativa a grandezas do sistema. Vários trabalhos dedicados à estimação da velocidade baseados em observadores estão descritos em [Rajashekara 96], como por exemplo [Kubota 93] onde foram introduzidos aspectos relevantes. Em [Ataianese 97] é apresentado um observador de estimação da velocidade com estimação conjunta da resistência do rotor e do coeficiente de indução mútua. Outros observadores foram apresentados recentemente para estimação de velocidade neste contexto: [Jezernik 02], [Proca 03] e [Rub 03].

Embora os diferentes métodos de estimação da velocidade desenvolvidos, com base em observadores, tenham contribuído, em geral, para melhorar o desempenho da estimação da velocidade numa ampla gama, para velocidade nula ou muito próxima de zero a dificuldade mantém-se como se constata pela leitura da referência [Kowalska 02] e o erro aumenta consideravelmente.

### **Observadores de estado**

A estimação da velocidade de rotação com base em observadores de estado tem sido investigada em alguns trabalhos, nomeadamente, o ELO em [Du 95] e o EKF em [Kim 94], [Du 95], [TI 97], [Tayie 97], [Soto 99] e [Shi 02].

A utilização do EKF na estimação da velocidade do motor de indução tem um interesse especial no contexto da presente dissertação. No próximo capítulo será detalhada uma nova estrutura de modelos de ordem reduzida, no referencial do estator, para a estimação das componentes do fluxo do rotor e da velocidade de rotação. A estrutura de modelos resulta, como veremos, de um processo de discretização inovador que trata, separadamente, a equação de estado e a equação de saída.

Até à presente data têm sido utilizadas quase exclusivamente estruturas de modelos de ordem completa, as quais também incluem as componentes da corrente do estator no vector de estado a ser estimado, [Kim 94], [Du 95], [Tayie 97], [TI 97] e [Shi 02]. A referência [Soto 99] é

uma excepção, na qual é utilizado um algoritmo do EKF de ordem reduzida, mas com o modelo do motor descrito num referencial síncrono com o fasor da corrente do estator.

O EKF pode ser utilizado para estimar estados do motor que não são medidos directamente, como as correntes do rotor ou de magnetização ou ainda o fluxo do rotor, conjuntamente com a velocidade de rotação que passa a ser incluída na representação de espaço de estados como um novo estado. O EKF foi utilizado em [Kim 94] para estimar o vector de estado de dimensão  $5 \times 1$ , composto pelas componentes da corrente do estator e do fluxo do rotor, às quais foi adicionada a velocidade:  $x = \begin{bmatrix} i_{sd}^s & i_{sq}^s & \phi_{rd}^s & \phi_{rq}^s & \omega \end{bmatrix}^T$ . Neste trabalho, o controlo

da corrente é implementado no referencial do rotor pelo que a informação relativa à velocidade estimada é também utilizada na mudança de referencial. A estimação é realizada a partir da medida das componentes da corrente do estator e da tensão no barramento DC. As componentes da tensão do estator não são usadas na lei de controlo pelo que não são medidas e em seu lugar são usadas as respectivas componentes da tensão de referência, que na lei de controlo em corrente adoptada, são aproximadamente iguais depois de compensado o tempo morto. Os autores garantem que o erro acima das 100rpm é inferior a 0.3%. Quando os parâmetros do motor variam cerca de 20% o erro aumenta para o dobro. O erro é mais acentuado a velocidade nula ou próxima de zero onde o erro coincide praticamente com a velocidade estimada e é cerca de 10rpm. Nas conclusões desta referência refere-se que o erro na velocidade aumenta com a variação dos parâmetros do motor e sugere-se o acompanhamento da variação dos parâmetros com a temperatura. Efectivamente, em [Tayie 97] o algoritmo do EKF é utilizado para estimação conjunta da velocidade e da temperatura do estator e do rotor, incluídas no vector de estado de dimensão  $7 \times 1$ :

$x = \begin{bmatrix} i_{sd}^s & i_{sq}^s & i_{rd}^s & i_{rq}^s & \omega & \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T$ , em que as variáveis de estado  $\theta_1$  e  $\theta_2$  correspondem à temperatura do estator e do rotor, respectivamente. Contudo, neste caso, a equação de estado relativa à velocidade é baseada na equação mecânica do motor o que requer o conhecimento dos parâmetros mecânicos daquela equação. Nos restantes trabalhos admite-se que a velocidade evolui aleatoriamente entre instantes de amostragem de acordo com (5.29).

Na referência [Du 95], que foi já citada na secção 5.7.1.2 aquando da estimação conjunta do fluxo do rotor e da constante de tempo do rotor via ELO e EKF, o desempenho destes algoritmos é também comparado relativamente à estimação da velocidade. Neste trabalho é referido que o ELO tem um desempenho superior ao EKF em termos de precisão em regime permanente e melhor comportamento dinâmico em regime transitório. No entanto, os resultados não são suficientemente conclusivos quanto ao facto de ambos os requisitos referidos, poderem ser ajustados, de acordo com os valores das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida, como se demonstrará nos capítulos 7 e 8 da presente dissertação.

A referência [TI 97] descreve detalhadamente a implementação em DSP do algoritmo do EKF para a estimação do vector de estado de dimensão  $5 \times 1$ ,  $x = \begin{bmatrix} i_{sd}^s & i_{sq}^s & \psi_{rd}^s & \psi_{rq}^s & \omega \end{bmatrix}^T$ , correspondente à estrutura de modelos (5.30).

Nas referências [Barut 02] e [Barut 03] o EKF é utilizado para estimação do vector de estado, de dimensão  $7 \times 1$ , constituído por:  $x = \begin{bmatrix} i_{sd}^s & i_{sq}^s & \phi_{rd}^s & \phi_{rq}^s & \omega & T_L & R_r \end{bmatrix}^T$ . Nestes trabalhos os autores estendem a estimação da velocidade ao binário de carga e à resistência do rotor mas, no entanto, apenas são apresentados resultados de simulação. Nestes trabalhos, tal como

em [Tayie 97], a equação de estado relativa à velocidade é baseada na equação mecânica do motor o que requer, adicionalmente, o conhecimento dos parâmetros mecânicos.

Os principais inconvenientes atribuídos ao EKF são, essencialmente, a sua complexidade, o esforço computacional exigido e a dificuldade de ajuste do algoritmo, designadamente os valores das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida. Tal como referido em [Shi 02], o ajuste adequado destes valores é realizado de forma *ad hoc*, através de um processo de tentativa-erro, realizado através de simulação prévia, ainda que com dados reais processados em tempo diferido e por um operador experiente. Tendo em conta esta realidade, na referência [Shi 02] é proposto um algoritmo genético codificado para tempo real destinado à optimização das matrizes de covariância do ruído do sistema e de medida. O algoritmo, quando executado num PC PII 350MHz, tem um tempo de computação de aproximadamente 8 horas (para uma dimensão da população igual a 100). Os sinais, gerados por uma lei de controlo escalar e outra baseada em controlo vectorial, foram adquiridos para processamento em tempo diferido, com uma frequência de amostragem de 20kHz.

Demonstrar-se-á, na presente dissertação, que os inconvenientes do EKF podem ser consideravelmente atenuados, seleccionando uma estrutura de modelos, no referencial do estator, de ordem reduzida e um método de discretização adequado. O EKF passa a ser de ordem 3 pelo facto do vector de estado ser de dimensão  $3 \times 1$ , contendo apenas as variáveis de estado:  $\psi_{rd}^s$ ,  $\psi_{rq}^s$  e  $\omega$ . A redução da dimensão das matrizes do algoritmo do EKF, particularmente a de covariância do ruído do sistema torna o processo de arranque e optimização do EKF muito mais simplificado. Por outro lado, a inicialização e ajuste do EKF é também facilitada pelo facto do vector de estado,  $x = [\psi_{rd}^s \ \psi_{rq}^s \ \omega]^T$ , incluir as componentes do fluxo e não as da corrente do rotor, visto que a gama de variação do fluxo é, em geral, muito menor do que a da corrente.

O algoritmo do EKF de ordem reduzida já foi utilizado em diversos trabalhos para a estimação conjunta do fluxo (ou da corrente) do rotor e de parâmetros, como referido anteriormente. Contudo, no que diz respeito à estimação conjunta do fluxo do rotor e da velocidade o EKF de ordem reduzida foi apenas investigado em [Soto 99], tanto quanto é possível saber. Neste trabalho, os autores estimam o vector de estado  $x = [\phi_{rd}^s \ \phi_{rq}^s \ \omega]^T$ , com a estrutura de modelos de espaço de estados referida a um referencial síncrono com o fasor da corrente do estator onde as grandezas são constantes em regime permanente. Com a adopção da estrutura de modelos de ordem reduzida e a escolha deste referencial, os autores procuram reduzir o esforço computacional e o erro em regime permanente. Contudo, constataram que a baixas velocidades, ocorrem oscilações, as quais foram atribuídas a componentes DC parasitas nas correntes do estator e às imperfeições da tensão do estator proveniente do inversor. Esta dificuldade acaba por limitar a estimação da velocidade acima de algumas dezenas de rpm. De acordo com o referencial escolhido, a estrutura de modelos depende do deslizamento que, por sua vez, depende da resistência do rotor. Por este facto,  $\omega$  e  $R_r$  não poderão ser estimados conjuntamente com esta estrutura de modelos. A precisão da velocidade estimada relativamente à variação da resistência do estator é crítica a baixas velocidades de rotação, pelo que o aumento da temperatura provoca erros na velocidade estimada que deverão ser compensados com procedimentos como os descritos, por exemplo, em [Tayie 97] onde a temperatura também é estimada.

Outras metodologias, para além das referidas anteriormente, têm sido investigadas quanto à sua aplicação na estimação da velocidade de rotação do motor de indução, nomeadamente, as

que utilizam ferramentas de controlo não linear, [Krzemiński 02] e [Maaziz 02], e as que utilizam redes neuronais, [Brahim 93], [Simões 95], [Sobczuk 98] e [Kim 98].

## 5.8. Algumas considerações gerais sobre a escolha do referencial

Como vimos no capítulo 4 e nas últimas secções, a escolha do referencial, para descrever as equações do estator e do rotor, podem ser referidas a referenciais diversificados de modo a explorar, convenientemente, determinadas particularidades. Alguns dos referenciais mais utilizados na estimação de parâmetros e velocidade são agora enumerados:

- Referencial do estator;
- Referencial do rotor;
- Referencial do campo girante;
- Referencial síncrono com o fasor da corrente do estator.

O referencial do campo girante é o que tem as expressões mais complexas e é necessário conhecer correctamente a fase do campo girante, que é geralmente dependente dos próprios parâmetros do motor. Contudo, em [Boussak 92] é utilizado este referencial para estimar a constante de tempo do rotor através do método dos mínimos quadrados recursivo.

A maior parte dos trabalhos de estimação dos parâmetros do motor de indução trifásico, não utiliza este referencial e dividem-se entre o referencial do rotor e do estator, com maior incidência neste último. Em [Soto 99], por exemplo, é utilizado um referencial síncrono com o fasor da corrente do estator, como vimos anteriormente.

Apesar do referencial do estator ser, à partida, o mais natural, a escolha do referencial do rotor é relativamente sedutora, porque corresponde a um bom compromisso entre as expressões relativamente simples e as variáveis de entrada-saída, à frequência das grandezas do rotor, que é muito baixa (alguns Hz), principalmente em regime permanente, e corresponde à frequência de deslizamento. Esta é a principal razão, apontada por alguns investigadores, devido à necessidade de realizar a derivada da tensão e a primeira e segunda derivadas da corrente como em [Stephan 94], que são operações delicadas por amplificarem o ruído. As grandezas, quando referidas a este referencial, sofrem uma filtragem natural o que facilita as operações de derivação e de filtragem do ruído a altas frequências. Por outro lado, exige que a medida da velocidade ou posição, tenha uma boa precisão para que a transformação dos sinais, para o referencial do rotor, se faça sem erros que ponham em causa a conversão dos sinais. Em [Jelassi 93] são investigados os erros relacionados com os efeitos de quantificação, discretização, atraso e erros nos sinais de velocidade ou posição, designadamente na mudança de referencial. A simplicidade das equações do modelo do motor, que resulta da escolha do referencial do rotor, é explorada na presente dissertação, particularmente no que diz respeito à estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor. A simplificação resulta do facto dos termos das equações do circuito do rotor correspondentes à força contra-electromotriz serem nulos. Como veremos, ao longo dos próximos capítulos, as equações diferenciais relativas às componentes do fluxo do rotor deixam de depender directamente da velocidade, no referencial do rotor, o qual roda à velocidade mecânica do veio do motor multiplicada pelo seu número de pares de pólos.

Da escolha deste referencial resultam, contudo, algumas restrições no domínio de validade dos parâmetros estimados. De facto, existe uma zona de funcionamento que não excita suficientemente o motor para a identificação de certos parâmetros, nomeadamente a resistência do rotor ou a constante de tempo do rotor. Assim, por exemplo:

- Quando o motor está em vazio ou o binário de carga é baixo, a frequência rotórica é directamente proporcional ao binário electromagnético, que assim é igualmente baixa. Deste modo, os sinais de informação entrada-saída fornecidos ao sistema de identificação são praticamente contínuos, sendo necessário um binário de carga mínimo para haver confiança no resultado da estimação.
- A frequência das grandezas no referencial do rotor é também influenciada pela velocidade de rotação do motor. A um binário de carga constante, uma diminuição da velocidade introduz uma diminuição da amplitude dos sinais que, por sua vez, faz baixar a relação sinal-ruído. A informação pode confundir-se com o ruído e prejudicar, assim, o desempenho da identificação.

No referencial do estator as dificuldades prendem-se com a maior largura de banda das frequências e com as derivadas dos sinais que amplificam o ruído. Por outro lado, a frequência de corte dos filtros dos sinais deverá ser maior, bem como a frequência de amostragem. Neste referencial, os sinais adquiridos já estão referidos ao estator pelo que não é necessário fazer qualquer transformação e, deste modo, a precisão na medida de velocidade ou posição não é tão importante, para este efeito, [Jelassi 93].

Nos trabalhos conducentes à presente dissertação, a aquisição passou por duas fases: na primeira, os sinais eram adquiridos depois de convertidos para o referencial do rotor, através de um sistema electrónico desenvolvido para o efeito e descrito no capítulo 8. Na fase final, depois de instalado o sistema da dSPACE, que também será apresentado no capítulo 8, os sinais passaram a ser adquiridos no referencial do estator e as operações de conversão são efectuadas por programação adequada em *simulink*.

## 5.9. Resumo

O presente capítulo começou com a apresentação, na secção 5.2, do contexto em que se pretende estimar as componentes do fasor do fluxo do rotor e:

- ♦ os parâmetros eléctricos do motor de indução, com medida de velocidade, ou
- ♦ a velocidade de rotação, conhecidos os parâmetros eléctricos.

As respectivas estruturas de modelos serão desenvolvidas com vista à estimação, em tempo real, para permitir o acompanhamento da evolução temporal dos parâmetros eléctricos, de modo que estes possam ser actualizados nas leis de controlo de sistemas electrónicos de accionamento do motor de indução em aplicações de elevado desempenho de velocidade variável. É suposto o motor operar no seu ambiente normal de trabalho pelo que se pretende realizar a estimação em qualquer ponto de funcionamento, quer em termos de binário de carga quer em termos de velocidade de rotação, procurando reduzir tanto quanto possível o tempo de execução dos algoritmos de identificação.

Na secção 5.3 foram descritas as principais dificuldades dos procedimentos de identificação, na estimação das variáveis e no contexto referido anteriormente. Efectivamente, no motor de

indução de rotor em gaiola de esquilo não há acesso às variáveis do rotor e o seu modelo é fortemente não linear e com um forte acoplamento entre as suas equações para velocidade não nula. Por outro lado, os sinais de tensão e corrente do estator, em funcionamento normal e, particularmente, em regime permanente, não são suficientemente informativos para a estimação conjunta de estados e parâmetros, havendo, portanto, falta de persistência dos sinais utilizados na estimação. Outra dificuldade consiste na validação indirecta do modelo estimado, visto que não é possível comparar o fluxo e parâmetros estimados com os seus valores reais porque estes não estão acessíveis.

Os sinais disponíveis para os procedimentos de identificação são descritos na secção 5.4 e consistem nas componentes dos fasores da tensão e corrente do estator. No caso da estimação dos parâmetros eléctricos e das componentes do fluxo do rotor, a velocidade/posição é medida por ser utilizada nos algoritmos e também na mudança de referencial.

Na secção 5.5 é detalhado o modo como podem ser estimados os parâmetros do motor de indução através dos métodos directo e indirecto, utilizando classes de estruturas de modelos lineares e discretos, nomeadamente, as estruturas com representação em função de transferência, polinomial ou sob a forma de regressão linear, as quais são válidas apenas em regime permanente. O método indirecto implementa a estimação de parâmetros em duas fases: em primeiro lugar é realizada a estimação dos parâmetros do modelo discreto e, em segundo, os parâmetros do modelo contínuo são determinados a partir dos parâmetros estimados do modelo discreto. A transformação do modelo contínuo num modelo discreto, é realizada através de transformações como, por exemplo, a bilinear. Neste método, a recuperação dos parâmetros físicos do motor, a partir dos parâmetros estimados do modelo discreto, é difícil e para o fazer foram apontadas algumas soluções possíveis. O método directo consiste na estimação dos parâmetros do modelo no tempo contínuo, com base no processamento dos sinais adquiridos, sem necessidade de efectuar a estimação prévia de qualquer modelo correspondente, no tempo discreto. A aplicação do método directo requer o cálculo das derivadas das componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e da corrente do estator. Para isso, foi introduzida uma fórmula geral de filtros recursivos para processamento das derivas, definida por (5.11).

As classes de estruturas de modelos, na representação de espaço de estados no referencial do estator, para identificação do motor de indução, estão detalhadas na secção 5.6. A secção 5.6.1 descreve a estrutura de modelos com vista à aplicação do filtro de Kalman para estimação das componentes do fasor do fluxo do rotor, enquanto que a secção 5.6.2 apresenta essa mesma estrutura de modelos estendida à estimação da velocidade de rotação. A descrição detalhada da aplicação do algoritmo do EKF, na estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do modelo equivalente por fase do motor de indução, é apresentada nas secções 5.6.3 e 5.6.4, utilizando estruturas de modelos de ordem completa e de ordem reduzida, respectivamente.

De um modo geral, a identificação do motor de indução é realizada, quer utilizando métodos de identificação paramétrica juntamente com estruturas de modelos lineares do tipo “caixa cinzenta”, como descrito na secção 5.5, quer utilizando o EKF juntamente com estruturas de espaço de estados, como demonstrado na secção 5.6. Enquanto que no primeiro caso o domínio de validade é limitado ao regime permanente, ou variação lenta da velocidade, no segundo, tal restrição não se verifica, sendo possível efectuar a estimação em qualquer regime de funcionamento dinâmico.

Na secção 5.7 foi apresentado o estado actual da investigação em metodologias de identificação para a estimação dos parâmetros e da velocidade do motor de indução, o que é feito nas secções 5.7.1 e 5.7.2, respectivamente. A estimação dos parâmetros está

normalmente associada a uma dada aplicação de controlo vectorial em sistemas electrónicos de accionamento electromecânico de velocidade variável. O objectivo pode ser o arranque automático do sistema com capacidade de auto-ajuste, utilizando técnicas como as descritas na secção 5.7.1.1, ou a necessidade de acompanhamento da variação temporal dos parâmetros. Dada a popularidade do controlo vectorial indirecto e a importância da resistência do rotor ou da constante de tempo do rotor, neste tipo de controlo, a estimação destes parâmetros tem sido amplamente investigada de acordo com a revisão apresentada na secção 5.7.1.2. Contudo o desempenho das técnicas de controlo moderno, é também afectado por outros parâmetros sendo necessário proceder à actualização temporal dos mesmos através de metodologias de identificação adequadas. A secção 5.7.1.3 apresenta uma revisão do estado actual da investigação neste contexto. Na secção 5.7.2 é apresentada uma revisão equivalente mas para o caso da estimação da velocidade de rotação, em aplicações sem transdutor de velocidade, sendo também um tema com grande relevo actual.

Por fim, na secção 5.8, foram apresentadas algumas considerações gerais sobre a escolha do referencial seleccionado para descrever estruturas de modelos, para efeitos de identificação do motor de indução. Relativamente ao referencial do rotor, é de realçar a simplificação que resulta do facto dos termos da equações do circuito do rotor correspondentes à força contra-electromotriz serem nulos. Este facto será explorado convenientemente nos próximos capítulos.





# Capítulo 6

Novas estruturas de modelos  
para estimação de fluxos,  
parâmetros e velocidade

# Índice

<b>6. Novas estruturas de modelos para a estimação do fluxo do rotor, parâmetros e velocidade .....</b>	<b>207</b>
<b>6.1. Introdução .....</b>	<b>207</b>
<b>6.2. Estruturas de modelos de espaço de estados de ordem reduzida .....</b>	<b>208</b>
6.2.1. Estimação do fluxo do rotor no referencial do estator .....	208
6.2.2. Estimação da velocidade no referencial do estator .....	211
6.2.3. Estimação dos parâmetros no referencial do rotor .....	215
<b>6.3. Nova metodologia para a estimação dos parâmetros e fluxo do rotor .....</b>	<b>220</b>
6.3.1. Estimação conjunta do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor, utilizando o EKF, no referencial do rotor .....	220
6.3.2. Estimação dos parâmetros do estator utilizando um algoritmo RPEM .....	223
6.3.2.1. No referencial do rotor .....	223
6.3.2.2. No referencial do estator .....	224
6.3.2.3. Aplicação de RPEM na estimação dos parâmetros do estator .....	225
6.3.2.3.1 Algoritmo do filtro de Kalman .....	226
6.3.2.3.2 Método de mínimos quadrados recursivo .....	227
6.3.2.3.3 Métodos de gradiente normalizado e não normalizado .....	227
6.3.3. Estimação conjunta de todos os parâmetros e do fluxo do rotor com algoritmos interligados .....	228
<b>6.4. Resumo .....</b>	<b>232</b>

## **6. Novas estruturas de modelos para a estimação do fluxo do rotor, parâmetros e velocidade**

### **6.1. Introdução**

O presente capítulo é dedicado ao desenvolvimento de novas estruturas de modelos, de ordem reduzida, para a estimação do fluxo do rotor, parâmetros e velocidade do motor de indução.

Na secção 6.2.1 será desenvolvida a estrutura de modelos, no referencial do estator, para estimação do fluxo do rotor, a qual será estendida à estimação da velocidade na secção 6.2.2. Na secção 6.2.1 é ainda introduzida uma metodologia inovadora para o processo de discretização das estruturas de modelos de espaço de estados no tempo contínuo. A aplicação do filtro de Kalman estendido (EKF), na estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor de indução, utilizando uma estrutura de modelos de ordem reduzida, é detalhada na secção 6.2.3. De realçar, a adopção do referencial do rotor e a simplificação que daí resulta.

A secção 6.3 apresenta um conjunto de novos procedimentos para a estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, através de algoritmos interligados com base no princípio de estimadores de estado adaptativos, como referido no capítulo 3. Assim, ao longo das secções 6.3.1 e 6.3.2, são desenvolvidas as estruturas de modelos com vista à sua utilização em algoritmos RPEM e no algoritmo EKF, os quais serão interligados, na secção 6.3.3, para estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF, e dos parâmetros do estator através de RPEM, como detalhado nas secções 6.3.1 e 6.3.2, respectivamente. Nesta última, são propostas estruturas de modelos que consistem em regressões lineares muito simples para a estimação dos parâmetros do estator, quer no referencial do rotor, quer no referencial do estator, como ilustrado, respectivamente, nas secções 6.3.2.1 e 6.3.2.2. A sua utilização em algoritmos baseados nos RPEM é detalhada na secção 6.3.2.3, nomeadamente, os algoritmos do gradiente, RLS e KF.

Por fim, na secção 6.3.3, estes algoritmos serão interligados com o algoritmo do EKF com vista à estimação conjunta, mas autónoma, dos parâmetros do estator, por um lado, e das componentes do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, por outro, entre outras configurações possíveis.

## 6.2. Estruturas de modelos de espaço de estados de ordem reduzida

Tendo em conta o peso computacional do EKF, principalmente quando utilizado com estruturas de modelos de espaço de estados de ordem completa, a presente secção é dedicada ao desenvolvimento de estruturas de ordem reduzida, com vista à redução do tempo de computação do algoritmo.

### 6.2.1. Estimação do fluxo do rotor no referencial do estator

O desenvolvimento de estruturas de modelos de ordem reduzida, sob a forma de espaço de estados, para a estimação de estados e de parâmetros, tem sido efectuado a partir da discretização da estrutura de ordem completa, utilizando as aproximações aos termos lineares dos desenvolvimentos (1.71) e (1.72) descritos no primeiro capítulo, isto é:

$$A_d \approx I + AT_s, \quad (6.1a)$$

$$B_d \approx BT_s. \quad (6.1b)$$

Por conseguinte, em primeiro lugar é discretizada a estrutura de ordem completa, através de (6.1) e só depois é que a equação de estado discreta é manipulada, convenientemente, de modo a reduzir a sua ordem, como foi demonstrado na secção 5.6.4. do capítulo anterior, para o caso da estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor de indução.

Como referido no primeiro capítulo, a utilização de (6.1) no processo de discretização é equivalente a substituir as derivadas das variáveis do vector de estado, na equação de estado, pela bem conhecida formula de Euler, dada por,

$$\left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=t_k} = \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s} \quad (6.2)$$

e resolver a equação estado em ordem a  $x(k+1)$ .

Ao contrário desta forma clássica de discretização das classes de estruturas de modelos com representação de espaço de estados, o ponto de partida, na presente dissertação, é a estrutura de modelos de ordem já reduzida, ainda no domínio do tempo contínuo, descrita pelas equações (4.48) e (4.49) do capítulo 4, no referencial do estator, pelo que  $\omega_g = 0$ , resultando:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{rd}^s(t)}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^s(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(t) \\ \omega(t) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(t) \\ \psi_{rq}^s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(t) \\ i_{sq}^s(t) \end{bmatrix}, \quad (6.3a)$$

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^s(t) - L_s' \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \\ u_{sq}^s(t) - L_s' \frac{di_{sq}^s(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(t) \\ \omega(t) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(t) \\ \psi_{rq}^s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_M}{\tau_r} & 0 \\ 0 & R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(t) \\ i_{sq}^s(t) \end{bmatrix}. \quad (6.3b)$$

O processo de discretização aqui proposto consiste, em discretizar, de forma autónoma, a equação de estado de ordem reduzida, no tempo contínuo, dada por (6.3a) e a equação da

saída, também no domínio contínuo, (6.3b). Esta, por sua vez, também se pode reescrever como se segue:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^s(t) - L_s' \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sd}^s(t) \\ u_{sq}^s(t) - L_s' \frac{di_{sq}^s(t)}{dt} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sq}^s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(t) \\ \omega(t) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(t) \\ \psi_{rq}^s(t) \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

sendo discretizada directamente, através da estimação da derivada das componentes  $dq$  da corrente do estator usando filtros obtidos a partir da expressão (5.11), introduzida no capítulo anterior. Deste modo, resulta:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) - L_s' \frac{di_{sd}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sd}^s(k) \\ u_{sq}^s(k) - L_s' \frac{di_{sq}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(k) \\ \omega(k) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (6.5)$$

em que, no caso de se utilizar 4 amostras ( $n=4$ ) e um filtro de ordem 3 ( $m=4$ ), obtém-se, para o cálculo das derivadas, o seguinte filtro:

$$\frac{di_{sd,q}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} \approx \frac{1}{6T_s} \left[ 11i_{sd,q}^s(k) - 18i_{sd,q}^s(k-1) + 9i_{sd,q}^s(k-2) - 2i_{sd,q}^s(k-3) \right], \quad (6.6)$$

pelo que, a equação de saída no domínio discreto, passa a escrever-se como se segue:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r} + \frac{11L_s'}{6T_s}\right) i_{sd}^s(k) - \frac{L_s'}{6T_s} (-18i_{sd}^s(k-1) + 9i_{sd}^s(k-2) - 2i_{sd}^s(k-3)) \\ u_{sq}^s(k) - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r} + \frac{11L_s'}{6T_s}\right) i_{sq}^s(k) - \frac{L_s'}{6T_s} (-18i_{sq}^s(k-1) + 9i_{sq}^s(k-2) - 2i_{sq}^s(k-3)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(k) \\ \omega(k) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix}. \quad (6.7)$$

Para a discretização da equação de estado (6.3a) é utilizada uma aproximação de (1.71) e (1.72), que poderá ser a aproximação de 1ª ordem (6.1), resultando:

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(k+1) \\ \psi_{rq}^s(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & -\omega(k)T_s \\ \omega(k)T_s & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^s(k) \\ \psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M T_s}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M T_s}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

ou de 2ª ordem, isto é, com

$$A_d \approx I + AT_s + \frac{1}{2} A^2 T_s^2 \quad (6.9a)$$

$$B_d \approx BT_s + \frac{1}{2} ABT_s^2. \quad (6.9b)$$

Sendo as matrizes  $A$  e  $B$  de dimensão reduzida,  $2 \times 2$  em vez de  $4 \times 4$ , e uma delas diagonal, a determinação analítica de (6.9) não é tão fastidiosa nem envolve tantos cálculos, em termos computacionais, como no caso de estruturas de modelos de ordem completa. Esta vantagem torna-se ainda mais pertinente e comparativamente mais significativa quando esta estrutura de modelos é estendida a outras variáveis como a velocidade ou os parâmetros eléctricos.

Utilizando então a aproximação de 2ª ordem (6.9), a equação de estado discreta passa a ser dada por:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{rd}^s(k+1) \\ \Psi_{rq}^s(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_r^2} - \omega^2(k) \right) T_s^2 & -\omega(k) T_s \left( 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \right) \\ \omega(k) T_s \left( 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \right) & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_r^2} - \omega^2(k) \right) T_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{rd}^s(k) \\ \Psi_{rq}^s(k) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} \left( 1 - \frac{T_s}{2\tau_r} \right) T_s & -\frac{\omega(k) L_M T_s^2}{2} \\ \frac{\omega(k) L_M T_s^2}{2} & \frac{L_M}{\tau_r} \left( 1 - \frac{T_s}{2\tau_r} \right) T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

que é significativamente menos complexa do que a que obteríamos se utilizássemos a equação de ordem completa (5.22a), com matrizes de dimensão  $4 \times 4$ .

Constatamos, uma vez mais, que a estrutura de modelos de ordem reduzida descrita por (6.10) e (6.5) é linear, desde que os parâmetros sejam considerados constantes e conhecidos, mas variante no tempo porque a velocidade de rotação, que é variável, entra directamente nas equações da estrutura de modelos como um parâmetro variante no tempo.

O algoritmo do filtro de Kalman ilustrado na figura 5.4 do capítulo anterior, pode então ser aplicado. As matrizes  $A_d$  e  $B_d$  são as matrizes do sistema e de distribuição, das equações de estado (6.8) e (6.10), se for usada a aproximação de 1ª ou 2ª ordem, respectivamente. A matriz de saída é dada por:

$$C_d(k) = C(k) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(k) \\ \omega(k) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Outra diferença significativa em relação ao algoritmo da figura 5.4 é que as dimensões das matrizes  $A_d$ ,  $B_d$ ,  $C$ ,  $R_s$  e  $P$  passam, respectivamente, de  $4 \times 4$ ,  $4 \times 2$ ,  $2 \times 4$ ,  $4 \times 4$  e  $4 \times 4$  para  $2 \times 2$ .

### 6.2.2. Estimação da velocidade no referencial do estator

Estendendo a estrutura de modelos da secção anterior à estimação da velocidade de rotação do motor, o novo vector de estado é estendido à velocidade que se comporta como um parâmetro variante no tempo, sendo incluída como uma nova variável de estado a estimar. O vector de estado estendido passa então a ser definido por:

$$x_e(k) = [\psi_{rd}^s(k) \quad \psi_{rq}^s(k) \quad \omega(k)]^T = \left[ [x(k)]^T \quad \omega(k) \right]^T = [x_{e_1}(k) \quad x_{e_2}(k) \quad x_{e_3}(k)]^T. \quad (6.12)$$

Atendendo ao algoritmo do EKF, descrito na secção 3.8.3. do capítulo 3, e tal como foi feito no capítulo anterior, vamos postular que a velocidade evolui de modo aleatório durante o período de amostragem, de acordo com a seguinte lei de evolução temporal aleatória:

$$\omega(k+1) = \omega(k) + r_s(k) \Leftrightarrow x_{e_3}(k+1) = x_{e_3}(k) + r_{s_3}(k). \quad (6.13)$$

A equação (6.13) é adicionada a (6.8) ou (6.10) conforme se utilize a aproximação de 1ª ou de 2ª ordem, respectivamente. Em qualquer dos casos, a nova estrutura de modelos torna-se inevitavelmente não linear, devido à multiplicação entre estados, sendo necessário utilizar o EKF em vez do filtro de Kalman.

Atendendo a (6.12) e (6.13), a estrutura de modelos de ordem reduzida, para a estimação do fluxo do rotor e da velocidade, é descrita por uma das equações de estado apresentadas a seguir.

Na aproximação de 1ª ordem, a partir de (6.8), temos:

$$\begin{bmatrix} x_{e_1}(k+1) \\ x_{e_2}(k+1) \\ x_{e_3}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & -x_{e_3}(k)T_s & 0 \\ x_{e_3}(k)T_s & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) \\ x_{e_2}(k) \\ x_{e_3}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M T_s}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M T_s}{\tau_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

Na aproximação de 2ª ordem, a partir de (6.10), temos:

$$\begin{bmatrix} x_{e_1}(k+1) \\ x_{e_2}(k+1) \\ x_{e_3}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_r^2} - x_{e_3}^2(k) \right) T_s^2 & -x_{e_3}(k)T_s \left( 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \right) & 0 \\ x_{e_3}(k)T_s \left( 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \right) & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_r^2} - x_{e_3}^2(k) \right) T_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k+1) \\ x_{e_2}(k+1) \\ x_{e_3}(k+1) \end{bmatrix} +$$



$$+ \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} \left(1 - \frac{T_s}{2\tau_r}\right) T_s & -\frac{x_{e_3}(k) L_M T_s^2}{2} \\ \frac{x_{e_3}(k) L_M T_s^2}{2} & \frac{L_M}{\tau_r} \left(1 - \frac{T_s}{2\tau_r}\right) T_s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) \\ i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

A equação de saída é obtida a partir de (6.5):

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) - L_s' \frac{di_{sd}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sd}^s(k) \\ u_{sq}^s(k) - L_s' \frac{di_{sq}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left(R_s + \frac{L_M}{\tau_r}\right) i_{sq}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -x_{e_3}(k) & 0 \\ x_{e_3}(k) & -\frac{1}{\tau_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) \\ x_{e_2}(k) \\ x_{e_3}(k) \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

com as derivadas das componentes da corrente do estator calculadas com um filtro obtido a partir de (5.11) do capítulo anterior.

A matriz de gradiente  $F(k)$  é calculada de acordo com a equação (3.90) e para a aproximação de 1ª ordem (6.14) é dada por:

$$F(k) = \begin{bmatrix} [A_d]_{2 \times 2} & \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \end{bmatrix} \\ [0]_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & -x_{e_3}(k) T_s & -x_{e_2}(k) T_s \\ x_{e_3}(k) T_s & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & x_{e_1}(k) T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

e para a aproximação de 2ª ordem (6.15) por:

$$F(k) = \begin{bmatrix} [A_d]_{2 \times 2} & \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \end{bmatrix} \\ [0]_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{T_s^2}{2\tau_r^2} - \frac{x_{e_3}^2(k) T_s^2}{2} & -x_{e_3}(k) T_s \left(1 - \frac{T_s}{\tau_r}\right) & E_{11} \\ x_{e_3}(k) T_s \left(1 - \frac{T_s}{\tau_r}\right) & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{T_s^2}{2\tau_r^2} - \frac{x_{e_3}^2(k) T_s^2}{2} & E_{21} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.18a)$$

em que:

$$E_{11} = -T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_1}(k) - T_s \left(1 - \frac{T_s}{\tau_r}\right) x_{e_2}(k) - \frac{L_M T_s^2}{2} i_{sq}^s, \quad (6.18b)$$

$$E_{21} = T_s \left(1 - \frac{T_s}{\tau_r}\right) x_{e_1}(k) - T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_2}(k) - \frac{L_M T_s^2}{2} i_{sd}^s. \quad (6.18c)$$

A matriz de gradiente  $H(k)$  é calculada de acordo com a equação (3.93) e para a equação de saída (6.16) resulta:

$$H(k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_3}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -x_{e_3} & -x_{e_2} \\ x_{e_3} & -\frac{1}{\tau_r} & x_{e_1} \end{bmatrix}, \quad (6.19)$$

onde:

$$h_1(x_e(k)) = -\frac{1}{\tau_r} x_{e_1}(k) - x_{e_3}(k)x_{e_2}(k) + r_{m_1}(k), \quad (6.20a)$$

$$h_2(x_e(k)) = x_{e_3}(k)x_{e_1}(k) - \frac{1}{\tau_r} x_{e_2}(k) + r_{m_2}(k) \quad (6.20b)$$

e, consequentemente, o erro de predição é calculado do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - h(\hat{x}_e(k)) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \varepsilon(k) &= \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} \hat{x}_{e_1}(k) - \hat{x}_{e_3}(k)\hat{x}_{e_2}(k) \\ \hat{x}_{e_3}(k)\hat{x}_{e_1}(k) - \frac{1}{\tau_r} \hat{x}_{e_2}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.21)$$

De notar que, nesta estrutura de modelos, destinada à estimação da velocidade, tal como na da secção anterior, o vector dos sinais de saída é calculado utilizando as componentes fundamentais,  $dq$ , dos fasores da tensão e da corrente do estator, no referencial do estator, de acordo com:

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{sd}^s(k) - L_s' \frac{di_{sd}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sd}^s(k) \\ u_{sq}^s(k) - L_s' \frac{di_{sq}^s}{dt} \Big|_{t=t_k} - \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

constituindo, assim, duas saídas virtuais, nas quais as derivadas das componentes  $dq$  da corrente do estator são estimadas através do filtro (6.6), ou outro, resultante da forma geral (5.11). Por outro lado, o vector das entradas é constituído pelos termos fundamentais das componentes  $dq$  do fasor da corrente do estator, no referencial do estator:

$$u(k) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) & i_{sq}^s(k) \end{bmatrix}^T.$$

Estamos agora em condições de aplicar o EKF para a estimação da velocidade de rotação do motor, juntamente com as componentes do fluxo do rotor referido ao estator. O respectivo algoritmo está apresentado na figura 6.1.

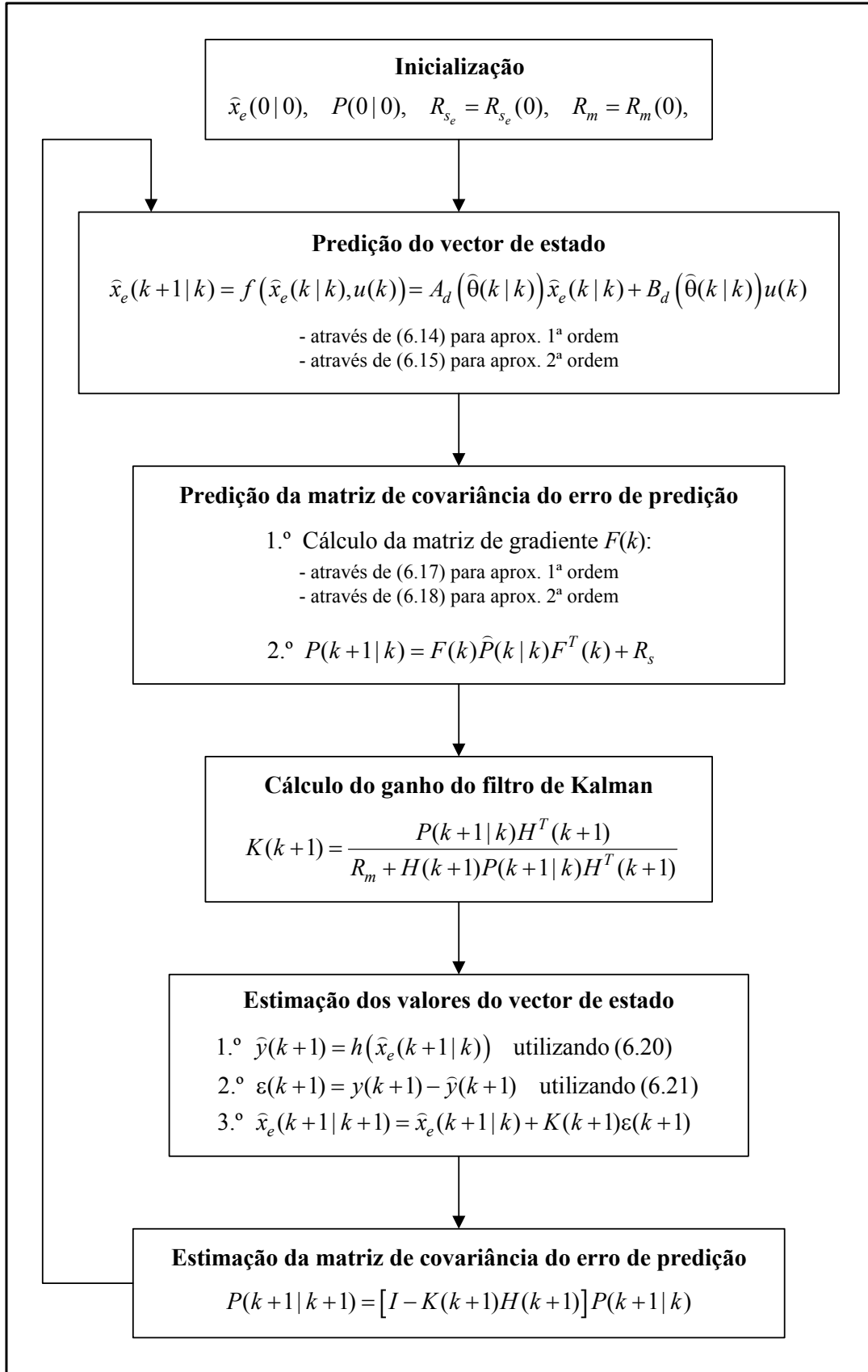


Figura 6.1: Algoritmo do filtro do EKF para estimação do fluxo do rotor e velocidade de rotação do motor de indução, utilizando uma estrutura de modelos de ordem reduzida.

### 6.2.3. Estimação dos parâmetros no referencial do rotor

Os sistemas electrónicos de accionamento de velocidade variável de elevado desempenho, são equipados com um transdutor que permite medir a velocidade e calcular a posição do rotor, ou vice versa. Normalmente, é utilizado um codificador óptico incremental. Partindo do princípio que este existe, é possível efectuar a estimação dos parâmetros eléctricos do motor de indução no referencial do rotor. Ao longo do presente capítulo e restantes, demonstra-se que as estruturas de modelos na representação de espaço de estados de ordem reduzida, como as das duas secções anteriores, mas destinadas à estimação dos parâmetros eléctricos do motor, têm especial interesse se forem referidas ao referencial do rotor.

Na sequência do que referimos no parágrafo anterior, consideremos a estrutura de modelos no tempo contínuo, descrita pelas equações (4.48) e (4.49) do capítulo 4, agora no referencial do rotor, para o qual  $\omega_g = \omega$ , resultando:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{rd}^r(t)}{dt} \\ \frac{d\psi_{rq}^r(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(t) \\ \psi_{rq}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r(t) \\ i_{sq}^r(t) \end{bmatrix}, \quad (6.23a)$$

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^r(t) - L_s' \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \\ u_{sq}^r(t) - L_s' \frac{di_{sq}^r(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(t) \\ \omega(t) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(t) \\ \psi_{rq}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_M}{\tau_r} & -L_s' \omega(t) \\ L_s' \omega(t) & R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r(t) \\ i_{sq}^r(t) \end{bmatrix}. \quad (6.23b)$$

O processo de discretização da equação de estado (6.23a) e da equação de saída (6.23b) é semelhante ao das suas homólogas, no referencial do estator, realizado nas secções anteriores. Para a equação de estado (6.23a) e no caso de se adoptar a aproximação de 1ª ordem resulta:

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k+1) \\ \psi_{rq}^r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) \\ \psi_{rq}^r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M T_s}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_M T_s}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r(k) \\ i_{sq}^r(k) \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

Optando pela aproximação de 2ª ordem obtemos:

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k+1) \\ \psi_{rq}^r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{T_s^2}{\tau_r^2} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{T_s^2}{\tau_r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) \\ \psi_{rq}^r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_M T_s}{\tau_r} - \frac{L_M T_s^2}{2\tau_r^2} & 0 \\ 0 & \frac{L_M T_s}{\tau_r} - \frac{L_M T_s^2}{2\tau_r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r(k) \\ i_{sq}^r(k) \end{bmatrix}. \quad (6.25)$$

Por se utilizar o referencial do rotor, podemos identificar, desde já, uma vantagem importante que resulta do facto da equação de estado (6.23a):

- conter apenas matrizes diagonais e
- não depender da velocidade de rotação nem dos parâmetros do estator.

Sendo as matrizes de sistema e de distribuição diagonais a obtenção analítica de aproximações de ordem mais elevada e, portanto, mais precisas, torna-se muito mais simples e com muito menos cálculos, principalmente em relação às estruturas de modelos de ordem completa da secção 5.6 do capítulo anterior. Repare-se como a aproximação de 2ª ordem, (6.9), se pode aplicar de modo muito simples para obter (6.25). Isto acontece porque o produto e soma de matrizes diagonais são operações muito simples, mesmo quando analíticas, como é o caso.

A equação de saída discreta, obtém-se directamente a partir de (6.23b), reescrita como se segue:

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^r(k) \\ u_{sq}^r(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\omega(k) \\ \omega(k) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) \\ \psi_{rq}^r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sd}^r(k) + L_s' \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right) \\ \left( R_s + \frac{L_M}{\tau_r} \right) i_{sq}^r(k) + L_s' \left( \frac{di_{sq}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} + \omega(k) i_{sd}^r(k) \right) \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Estendendo o vector de estado aos parâmetros do motor, passamos a ter o seguinte vector de estado:

$$\begin{aligned} x_e(k) &= \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) & \psi_{rq}^r(k) & \frac{1}{\tau_r}(k) & L_s'(k) & L_M(k) & R_s(k) \end{bmatrix}^T = \\ &= [x(k) \quad \theta(k)]^T = [x_{e_1}(k) \quad x_{e_2}(k) \quad x_{e_3}(k) \quad x_{e_4}(k) \quad x_{e_5}(k) \quad x_{e_6}(k)]^T. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Naturalmente que ao incluir os parâmetros como novas variáveis de estado a estimar, a estrutura de modelos que resulta de (6.24) e (6.26) ou de (6.25) e (6.26) é fortemente não linear devido à multiplicação dos fluxos pelos parâmetros.

Para incluir os parâmetros de acordo com (6.27), vamos considerar, como até aqui, que eles evoluem de modo aleatório durante o período de amostragem, isto é:

$$\theta_i(k+1) = \theta_i(k) + r_{s_i}(k). \quad (6.28)$$

No caso de se optar pela aproximação de 1ª ordem e atendendo à notação genérica (1.108), passamos a escrever (6.24) do seguinte modo:

$$x_{e_1}(k+1) = f_1(x_e(k), u(k)) = (1 - T_s x_{e_3}(k)) x_{e_1}(k) + T_s x_{e_3}(k) x_{e_5}(k) i_{sd}^r(k) + r_{s_1}(k), \quad (6.29a)$$

$$x_{e_2}(k+1) = f_2(x_e(k), u(k)) = (1 - T_s x_{e_3}(k)) x_{e_2}(k) + T_s x_{e_3}(k) x_{e_5}(k) i_{sq}^r(k) + r_{s_2}(k), \quad (6.29b)$$

$$x_{e_3}(k+1) = f_3(x_e(k), u(k)) = x_{e_3}(k) + r_{s_3}(k), \quad (6.29c)$$

$$x_{e_4}(k+1) = f_4(x_e(k), u(k)) = x_{e_4}(k) + r_{s_4}(k), \quad (6.29d)$$

$$x_{e_5}(k+1) = f_5(x_e(k), u(k)) = x_{e_5}(k) + r_{s_5}(k), \quad (6.29e)$$

$$x_{e_6}(k+1) = f_6(x_e(k), u(k)) = x_{e_6}(k) + r_{s_4}(k). \quad (6.29f)$$

Tendo em conta (3.90), (3.91) e as funções (6.29a) a (6.29f), a matriz de gradiente  $F(k)$  resulta como se segue:

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 - T_s x_{e_3}(k) & 0 & -T_s x_{e_1}(k) + T_s x_{e_5}(k) i_{sd}^r(k) & 0 & T_s x_{e_3}(k) i_{sd}^r(k) & 0 \\ 0 & 1 - T_s x_{e_3}(k) & -T_s x_{e_2}(k) + T_s x_{e_5}(k) i_{sq}^r(k) & 0 & T_s x_{e_3}(k) i_{sq}^r(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.30)$$

No caso de se utilizar a aproximação de 2ª ordem, resulta de (6.25) e (6.27) que:

$$f_1 = \left(1 - T_s x_{e_3}(k) + T_s^2 x_{e_3}^2(k)\right) x_{e_1}(k) + \left(T_s x_{e_3}(k) x_{e_5}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k) x_{e_5}(k)}{2}\right) i_{sd}^r(k) + r_{s_1}(k), \quad (6.31a)$$

$$f_2 = \left(1 - T_s x_{e_3}(k) + T_s^2 x_{e_3}^2(k)\right) x_{e_2}(k) + \left(T_s x_{e_3}(k) x_{e_5}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k) x_{e_5}(k)}{2}\right) i_{sq}^r(k) + r_{s_2}(k). \quad (6.31b)$$

As equações (6.29e) a (6.29f) mantêm-se e a matriz de gradiente  $F(k)$  passa a calcular-se como se segue:

$$F(k) = \begin{bmatrix} \left(1 - T_s x_{e_3}(k) + T_s^2 x_{e_3}^2(k)\right) & 0 & E_{11}(k) & 0 & E_{13}(k) & 0 \\ 0 & \left(1 - T_s x_{e_3}(k) + T_s^2 x_{e_3}^2(k)\right) & E_{21}(k) & 0 & E_{23}(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.32a)$$

sendo os coeficientes  $E_{ij}(k)$  calculados de acordo com (3.91), obtendo-se:

$$E_{11}(k) = \left(-T_s + 2T_s^2 x_{e_3}(k)\right) x_{e_1}(k) + \left(T_s x_{e_5}(k) - T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_5}(k)\right) i_{sd}^r(k), \quad (6.32b)$$

$$E_{21}(k) = \left(-T_s + 2T_s^2 x_{e_3}(k)\right) x_{e_2}(k) + \left(T_s x_{e_5}(k) - T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_5}(k)\right) i_{sq}^r(k), \quad (6.32c)$$

$$E_{13}(k) = \left(T_s x_{e_3}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k)}{2}\right) i_{sd}^r(k), \quad (6.32d)$$

$$E_{13}(k) = \left(T_s x_{e_3}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k)}{2}\right) i_{sq}^r(k). \quad (6.32e)$$

Tendo em conta a descrição geral (1.108) e a equação de saída (6.26), podemos escrever:

$$h_1 = -x_{e_3}(k)x_{e_1}(k) - \omega(k)x_{e_2}(k) + \left(x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k)x_{e_5}(k)\right)i_{sd}^r(k) + \\ + x_{e_4}(k) \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k)i_{sq}^r(k) \right). \quad (6.33a)$$

$$h_2 = \omega(k)x_{e_1}(k) - x_{e_3}(k)x_{e_2}(k) + \left(x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k)x_{e_5}(k)\right)i_{sq}^r(k) + \\ + x_{e_4}(k) \left( \frac{di_{sq}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} + \omega(k)i_{sd}^r(k) \right). \quad (6.33b)$$

A matriz de gradiente  $H(k)$  é calculada de acordo com a equação (3.93), e para a equação de saída (6.33) resulta:

$$H(k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_3}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_4}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_5}} & \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_6}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_3}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_4}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_5}} & \frac{\partial h_2}{\partial x_{e_6}} \end{bmatrix}, \quad (6.34a)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_1}} = -x_{e_3}(k), \quad (6.34b)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_2}} = -\omega(k), \quad (6.34c)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_3}} = -x_{e_1}(k) + x_{e_5}(k)i_{sd}^r(k), \quad (6.34d)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_4}} = -\omega(k)i_{sq}^r(k) + \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}, \quad (6.34e)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_5}} = x_{e_3}(k)i_{sd}^r(k), \quad (6.34f)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x_{e_6}} = i_{sd}^r(k), \quad (6.34g)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_1}} = \omega(k), \quad (6.34h)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_2}} = -x_{e_3}(k), \quad (6.34i)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_3}} = -x_{e_2}(k) + x_{e_5}(k)i_{sq}^r(k), \quad (6.34j)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_4}} = \omega(k) i_{sd}^r(k) + \left. \frac{di_{sq}^r(t)}{dt} \right|_{t=t_k}, \quad (6.34k)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_5}} = x_{e_3}(k) i_{sq}^r(k), \quad (6.34l)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x_{e_6}} = i_{sq}^r(k). \quad (6.34m)$$

O erro de predição será calculado como se segue:

$$\varepsilon(k) = \begin{bmatrix} u_{sd}^r(k) \\ u_{sq}^r(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1(\hat{x}_e(k), u(k)) \\ h_2(\hat{x}_e(k), u(k)) \end{bmatrix}, \quad (6.35)$$

sendo as funções de predição  $h_1(\hat{x}_e(k), u(k))$  e  $h_2(\hat{x}_e(k), u(k))$  calculadas através de (6.33a) e (6.33b), respectivamente. As derivadas das componentes da corrente do estator em (6.34d) e (6.34j) são estimadas através do filtro (6.6), ou outro, resultante da forma geral (5.11) introduzida no capítulo anterior.

Mostrar-se-á, posteriormente, que em certas situações, em vez de utilizar as duas equações (6.26) é suficiente utilizar apenas uma delas. Neste caso, vamos considerar apenas a primeira para equação de saída e, assim, podemos escrever:

$$\begin{aligned} u_{sd}^r(k) = & -x_{e_3}(k)x_{e_1}(k) - \omega(k)x_{e_2}(k) + (x_{e_6}(k) + x_{e_3}(k)x_{e_5}(k))i_{sd}^r(k) + \\ & + x_{e_4}(k) \left( \left. \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \right|_{t=t_k} - \omega(k)i_{sq}^r(k) \right). \end{aligned} \quad (6.36)$$

A matriz de gradiente  $H(k)$  passa de uma matriz de dimensão  $2 \times 6$  para  $1 \times 6$  elementos:

$$H(k) = \left[ \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_1}} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_2}} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_3}} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_4}} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_5}} \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_{e_6}} \right], \quad (6.37)$$

cujos valos são calculados utilizando (6.34b) a (6.34g) e o erro de predição passa a ser calculado como se segue:

$$\varepsilon(k) = u_{sd}^r(k) - h_1(\hat{x}_e(k), u(k)). \quad (6.38)$$

Com a transformação da estrutura de modelos com duas saídas, numa estrutura de uma saída única, o número de equações de base (sem incluir as relativas aos parâmetros), que compõem as equações de estado e de saída, é reduzido para metade e, conseqüentemente, todas as matrizes vêm a sua dimensão reduzida. Repare-se, em particular, que com esta última simplificação, a matriz de covariância do erro de medida,  $R_m$ , passa de uma matriz diagonal de dimensão  $2 \times 2$  para uma variável escalar.

A aplicação do EKF à estrutura de modelos descrita por (6.24) e (6.36), bem como a robustez associada à estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e 2, 3 ou 4 parâmetros eléctricos, foi apresentada em [Leite 02a]. Em [Leite 02b] mostra-se que tal é possível desde



que as condições do funcionamento dinâmico do motor incluam uma ampla gama de variação de velocidade ou, por outras palavras, um regime dinâmico contínuo.

### 6.3. Nova metodologia para a estimação dos parâmetros e fluxo do rotor

Na secção 3.9.1 do capítulo 3, constatamos que o EKF pode ser interpretado como um estimador de estado adaptativo uma vez que para além da estimação dos estados do sistema (fluxos do rotor, neste caso), permite estimar simultaneamente os parâmetros variantes no tempo da estrutura de modelos, isto é, a velocidade no caso da secção 6.2.2 ou os parâmetros eléctricos, no caso da secção 6.2.3. Os problemas inerentes a esta solução para estimação conjunta de estados e parâmetros foram também identificados na secção 3.9.1, nomeadamente, os relacionados com viés nos valores estimados dos parâmetros e fenómenos de divergência. As soluções para estes problemas foram referidas na secção 3.9 destacando-se, especialmente, a solução descrita na secção 3.9.2 que consiste num estimador de estado adaptativo baseado no filtro de Kalman e num método recursivo de erro de predição. Assim, a convergência do algoritmo global passa a gozar das propriedades de convergência dos algoritmos recursivos de erro de predição descritos no capítulo 3.

Para além das vantagens desta solução, no que diz respeito ao método de estimação propriamente dito, esta metodologia de estimação de estado adaptativa pode ser aplicada ao motor de indução trifásico, no contexto da presente dissertação, com outras vantagens relevantes, na estimação de estados e parâmetros do motor, tendo em conta o conhecimento do seu princípio de funcionamento e respectiva modelação. A aplicação desta estratégia de identificação é um factor de inovação da presente dissertação e constitui uma nova metodologia para a estimação conjunta de estados e parâmetros do motor de indução. Dois estimadores de estado adaptativos, baseados nesta nova metodologia de identificação, para estimação do fluxo do rotor e parâmetros eléctricos do motor de indução, foram apresentados em [Leite 03a] e [Leite 03b].

#### 6.3.1. Estimação conjunta do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor, utilizando o EKF, no referencial do rotor

Para a estimação dos dois parâmetros do rotor do modelo equivalente por fase introduzido no capítulo 4, vamos proceder como anteriormente, isto é, discretizar a equação de estado (6.23a) e estender o vector de estado, constituído pelas componentes  $dq$  do fluxo do rotor, ao vector de parâmetros:

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_r}(k) & L_M(k) \end{bmatrix}^T. \quad (6.39)$$

O novo vector de estado estendido, passa a ter a seguinte composição:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} x(k) & \theta(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) & \psi_{rq}^r(k) & \frac{1}{\tau_r}(k) & L_M(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) & \cdots & x_{e_4}(k) \end{bmatrix}^T. \quad (6.40)$$

Considerando a evolução dos parâmetros como em (6.28) e o vector de estado (6.40), a equação de estado (6.23a) passa a ser definida por:

$$\begin{bmatrix} x_{e_1}(k+1) \\ x_{e_2}(k+1) \\ x_{e_3}(k+1) \\ x_{e_4}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) \\ x_{e_2}(k) \\ x_{e_3}(k) \\ x_{e_4}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^r(k) \\ i_{sq}^r(k) \end{bmatrix}. \quad (6.41)$$

A matriz de gradiente  $F(k)$  terá a seguinte composição:

$$F(k) = \begin{bmatrix} a & 0 & E_{11}(k) & E_{12}(k) \\ 0 & a & E_{21}(k) & E_{22}(k) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.42a)$$

No caso da aproximação de 1ª ordem os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $E_{ij}(k)$  são dados por:

$$a = 1 - \frac{T_s}{\tau_r} = 1 - T_s x_{e_3}(k), \quad (6.42b)$$

$$b = \frac{L_M T_s}{\tau_r} = T_s x_{e_3}(k) x_{e_4}(k), \quad (6.42c)$$

$$E_{11}(k) = -T_s x_{e_1}(k) + T_s x_{e_3}(k) i_{sd}^r(k), \quad (6.42d)$$

$$E_{21}(k) = (k) - T_s x_{e_2}(k) + T_s x_{e_3}(k) i_{sq}^r(k), \quad (6.42e)$$

$$E_{12}(k) = (k) T_s x_{e_3}(k) i_{sd}^r(k), \quad (6.42f)$$

$$E_{22}(k) = T_s x_{e_3}(k) i_{sq}^r(k) \quad (6.42g)$$

e na aproximação de 2ª ordem por:

$$a = 1 - \frac{T_s}{\tau_r} + \frac{T_s^2}{\tau_r^2} = 1 - T_s x_{e_3}(k) + T_s^2 x_{e_3}^2(k), \quad (6.42h)$$

$$b = \frac{L_M T_s}{\tau_r} - \frac{L_M T_s^2}{2\tau_r^2} = T_s x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k) x_{e_4}(k)}{2}, \quad (6.42i)$$

$$E_{11}(k) = \left( -T_s + 2T_s^2 x_{e_3}(k) \right) x_{e_1}(k) + \left( T_s x_{e_4}(k) - T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) \right) i_{sd}^r(k), \quad (6.42j)$$

$$E_{21}(k) = \left( -T_s + 2T_s^2 x_{e_3}(k) \right) x_{e_2}(k) + \left( T_s x_{e_4}(k) - T_s^2 x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) \right) i_{sq}^r(k), \quad (6.42k)$$

$$E_{12}(k) = \left( T_s x_{e_3}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k)}{2} \right) i_{sd}^r(k), \quad (6.42l)$$

$$E_{22}(k) = \left( T_s x_{e_3}(k) - \frac{T_s^2 x_{e_3}^2(k)}{2} \right) i_{sq}^r(k). \quad (6.42m)$$

Para a equação de saída poderá ser utilizada apenas uma das duas equações (6.26), como referido no final da secção anterior, por exemplo a primeira, que passamos a reescrever do seguinte modo:

$$u_{sd}^r(k) - R_s i_{sd}^r(k) - L_s' \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right) = -\frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^r(k) - \omega(k) \psi_{rq}^r(k) + \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^r(k). \quad (6.43)$$

Admitindo que os valores estimados dos parâmetros do estator,  $\hat{R}_s$  e  $\hat{L}_s'$ , são obtidos através de um outro algoritmo e tendo em conta o vector de estado (6.40), temos:

$$\begin{aligned} u_{sd}^r(k) - \hat{R}_s i_{sd}^r(k) - \hat{L}_s' \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right) = \\ = -x_{e_3}(k) x_{e_1}(k) - \omega(k) x_{e_2}(k) + x_{e_3}(k) x_{e_4}(k) i_{sd}^r(k). \end{aligned} \quad (6.44)$$

A matriz de gradiente  $H(k)$  terá a seguinte composição:

$$H(k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial h}{\partial x_{e_2}} & \frac{\partial h}{\partial x_{e_3}} & \frac{\partial h}{\partial x_{e_4}} \end{bmatrix}, \quad (6.45a)$$

cujos elementos são calculados como se segue:

$$\frac{\partial h}{\partial x_{e_1}} = -x_{e_3}(k), \quad (6.45b)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x_{e_2}} = -\omega(k), \quad (6.45c)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x_{e_3}} = -x_{e_1}(k) + x_{e_5}(k) i_{sd}^r(k), \quad (6.45d)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x_{e_4}} = x_{e_3}(k) i_{sd}^r(k). \quad (6.45e)$$

O erro de predição será:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - h(\hat{x}_e(k), u(k)), \quad (6.46a)$$

em que:

$$y(k) = u_{sd}^r(k) - \hat{R}_s i_{sd}^r(k) - \hat{L}_s' \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right), \quad (6.46b)$$

$$\hat{y}(k) = h(\hat{x}_e(k), u(k)) = -\hat{x}_{e_3}(k) \hat{x}_{e_1}(k) - \omega(k) \hat{x}_{e_2}(k) + \hat{x}_{e_3}(k) \hat{x}_{e_4}(k) i_{sd}^r(k). \quad (6.46c)$$

Estamos agora em condições de aplicar o EKF para estimar as variáveis de estado do vector de estado (6.40), conhecidos os parâmetros do estator,  $R_s$  e  $L_s'$ .

### 6.3.2. Estimação dos parâmetros do estator utilizando um algoritmo RPEM

#### 6.3.2.1. No referencial do rotor

Na secção anterior foi referido que os parâmetros do estator seriam estimados através de um outro algoritmo. Na presente secção vamos obter uma estrutura de modelos muito simples e linear, destinada à estimação  $R_s$  e  $L_s$ , de forma autónoma em relação à estimação do fluxo e parâmetros do rotor através do EKF como descrito na secção anterior. Para isso, consideremos de novo a equação (6.43) reescrita como se segue:

$$u_{sd}^r(k) + \frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^r(k) + \omega(k) \psi_{rq}^r(k) - \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^r(k) = R_s i_{sd}^r(k) + L_s' \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right). \quad (6.47)$$

Pretende-se, agora, estimar o vector de parâmetros:

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} R_s(k) & L_s'(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \theta_1(k) & \theta_2(k) \end{bmatrix}^T. \quad (6.48)$$

Admitindo que as componentes  $dq$  do fluxo e parâmetros do rotor são estimados através da aplicação do EKF à estrutura da secção anterior, podemos então considerar que são conhecidos os valores estimados  $\hat{\psi}_{rd}^r(k)$ ,  $\hat{\psi}_{rq}^r(k)$ ,  $\hat{\tau}_r$  e  $\hat{L}_M$ . Assim, tendo em conta (6.48) a equação (6.47) pode ser reescrita como se segue:

$$\begin{aligned} u_{sd}^r(k) + \frac{1}{\hat{\tau}_r} \hat{\psi}_{rd}^r(k) + \omega(k) \hat{\psi}_{rq}^r(k) - \frac{\hat{L}_M}{\hat{\tau}_r} i_{sd}^r(k) = \\ = \theta_1(k) i_{sd}^r(k) + \theta_2(k) \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right). \end{aligned} \quad (6.49)$$

Por outro lado tira-se de (6.23a) que:

$$\frac{d\psi_{rd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} = -\frac{1}{\hat{\tau}_r} \psi_{rd}^r(k) + \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^r(k), \quad (6.50)$$

pelo que a equação (6.49) também se pode escrever:

$$u_{sd}^r(k) + \omega(k) \hat{\psi}_{rq}^r(k) - \frac{d\hat{\psi}_{rd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} = \theta_1(k) i_{sd}^r(k) + \theta_2(k) \left( \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right). \quad (6.51)$$

A equação (6.51) não é mais do que uma classe de estruturas de modelos que se pode descrever através de uma simples regressão linear:

$$y(k) = \theta_1(k) u_1(k) + \theta_2(k) u_2(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) & u_2(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \theta_2(k) \end{bmatrix} = \phi^T(k) \theta(k), \quad (6.52)$$

que descreve o motor de indução trifásico recorrendo ao processo de linearização introduzido na secção 1.3.2.2 do primeiro capítulo, definindo para o efeito uma saída virtual e duas entradas virtuais, definidas como se segue:

$$y(k) = u_{sd}^r(k) + \omega(k)\hat{\psi}_{rq}^r(k) - \frac{d\hat{\psi}_{rd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}, \quad (6.53)$$

$$u_1(k) = i_{sd}^r(k), \quad (6.54)$$

$$u_2(k) = \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} - \omega(k)i_{sq}^r(k). \quad (6.55)$$

As derivadas em (6.53) e (6.55) são estimadas através de filtros descritos genericamente por (5.11), como ilustrado no capítulo anterior.

À estrutura de modelos descrita por (6.52) a (6.55), pode ser aplicado um vasto conjunto de métodos recursivos de identificação paramétrica, como os descritos no capítulo 3.

### 6.3.2.2. No referencial do estator

Consideremos a equação correspondente a (6.47) no referencial do estator. Para isso basta reescrever a primeira equação de (6.3b) como se segue:

$$u_{sd}^s(k) + \frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^s(k) + \omega(k)\psi_{rq}^s(k) - \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s(k) = R_s i_{sd}^s(k) + L_s' \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}. \quad (6.56)$$

De (6.3a) conclui-se que:

$$\frac{d\psi_{rd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} = -\frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^s(k) - \omega(k)\psi_{rq}^s(k) + \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s(k). \quad (6.57)$$

Substituindo (6.57) em (6.56) resulta:

$$u_{sd}^s(k) - \frac{d\psi_{rd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} = R_s i_{sd}^s(k) + L_s' \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}. \quad (6.58)$$

Considerando que a componente directa do fluxo do rotor é estimada, utilizando, por exemplo, o EKF e a estrutura de modelos descrita na secção 6.3.1., e visto que se pretende estimar o vector de parâmetros (6.48), podemos reescrever (6.58) do seguinte modo:

$$u_{sd}^s(k) - \frac{d\hat{\psi}_{rd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k} = \theta_1(k)i_{sd}^s(k) + \theta_2(k) \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}. \quad (6.59)$$

Tal como na secção anterior, a equação (6.59) não é mais do que uma classe de estruturas de modelos que se pode descrever através de uma regressão linear como a descrita por (6.52) em que a saída e as entradas virtuais são agora definidas por:

$$y(k) = u_{sd}^s(k) - \frac{d\hat{\psi}_{rd}^s(t)}{dt} \Big|_{t=t_k}, \quad (6.60)$$

$$u_1(k) = i_{sd}^s(k), \quad (6.61)$$

$$u_2(k) = \left. \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k}. \quad (6.62)$$

Seguindo esta estratégia, é possível estimar separadamente qualquer parâmetro. Vamos admitir que se pretende estimar periodicamente a resistência do estator apenas mediante certas condições de funcionamento do motor. Neste caso, podemos escrever (6.58) do seguinte modo:

$$u_{sd}^s(k) - \left. \frac{d\hat{\Psi}_{rd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k} - \hat{L}_s' \left. \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k} = R_s(k) i_{sd}^s(k) = \theta(k) u^T(k), \quad (6.63a)$$

admitindo que o parâmetro  $\hat{L}_s'$  é conhecido ou estimado autonomamente. Deste modo passamos a ter um sistema SISO em que:

$$y(k) = u_{sd}^s(k) - \left. \frac{d\hat{\Psi}_{rd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k} - \hat{L}_s' \left. \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k}, \quad (6.63b)$$

$$u(k) = i_{sd}^s(k). \quad (6.63c)$$

### 6.3.2.3. Aplicação de RPEM na estimação dos parâmetros do estator

Depois de obtidas as estruturas de modelos das duas secções anteriores, podemos aplicar o algoritmo geral dos métodos recursivos de erro de predição da secção 3.7 do capítulo 3, para estimar os parâmetros do estator. Assim, torna-se necessário calcular o gradiente do erro de predição de acordo com (2.100), isto é:

$$\psi(k, \theta) = -\frac{\partial \varepsilon(k, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \theta}. \quad (6.64)$$

Deste modo, às estruturas de modelos (6.51), (6.59) e (6.63a), correspondem, respectivamente, as seguintes predições do sinal de saída:

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}_1(k) i_{sd}^r(k) + \hat{\theta}_2(k) \left( \left. \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \right|_{t=t_k} - \omega(k) i_{sq}^r(k) \right), \quad (6.65)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}_1(k) i_{sd}^s(k) + \hat{\theta}_2(k) \left. \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k}, \quad (6.66)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}(k) i_{sd}^s(k). \quad (6.67)$$

Aplicando (6.64) a (6.65), (6.66) e (6.67), obtém-se, respectivamente:

$$\psi(k, \theta) = \begin{bmatrix} i_{sd}^r(k) & -\omega(k) i_{sq}^r(k) + \left. \frac{di_{sd}^r(t)}{dt} \right|_{t=t_k} \end{bmatrix}, \quad (6.68)$$

$$\psi(k, \theta) = \begin{bmatrix} i_{sd}^s(k) & \left. \frac{di_{sd}^s(t)}{dt} \right|_{t=t_k} \end{bmatrix}, \quad (6.69)$$

$$\psi(k, \theta) = i_{sd}^s(k). \quad (6.70)$$

A aplicação do algoritmo geral dos métodos recursivos de erro de predição apresentado na secção 3.7 do capítulo 3, está ilustrada na figura 6.2. Um conjunto de especificações particulares dá origem a métodos recursivos que foram apresentados no capítulo 3 e cuja aplicação é descrita nas próximas secções.

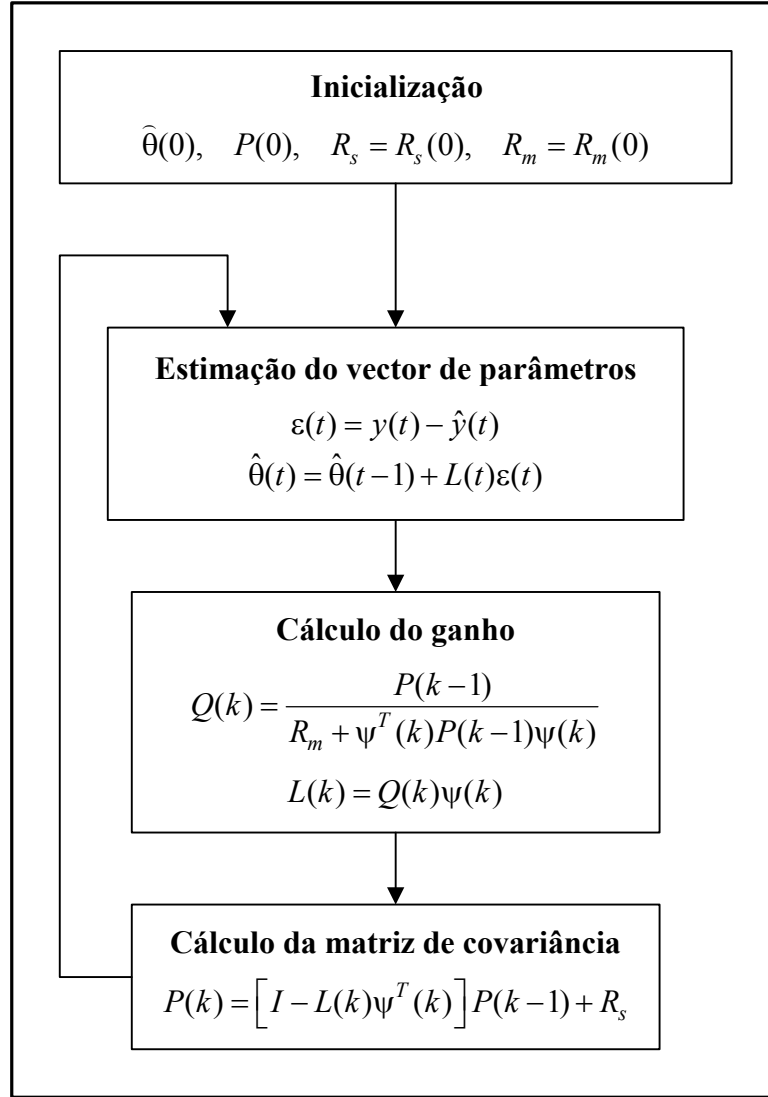


Figura 6.2: Algoritmo geral dos métodos recursivos de erro de predição.

### 6.3.2.3.1 Algoritmo do filtro de Kalman

Note-se que as predições do sinal de saída (6.65) e (6.66) podem tomar a forma de regressões lineares como em (6.52) e, nesse caso, o gradiente coincide exactamente com o vector de regressão, isto é:

$$\psi(k) = \varphi(k). \quad (6.71)$$

Retomemos os pressupostos definidos nas equações (3.22) a (3.27). De modo conceptual, considera-se que os verdadeiros parâmetros variam ao longo do tempo de modo aleatório, ou seja:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + e(k), \quad (6.72)$$

onde é assumido que  $\{e(t)\}$  consiste em ruído branco com distribuição gaussiana e matriz de covariância,  $R_s(k)$ , dada por:

$$R_s(k) = E\{e(k)e^T(k)\}. \quad (6.73)$$

Admite-se que o sistema real pode ser descrito através da seguinte regressão linear:

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta_0 + v(k), \quad (6.74)$$

em que:

$$E\{v(k)v^T(k)\} = R_m(k). \quad (6.75)$$

A forma mais natural de obter a predição da saída do sistema é a seguinte:

$$\hat{y}(k|\theta) = \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1). \quad (6.76)$$

Assim, com os pressupostos anteriores, o algoritmo da figura 6.2 corresponde ao filtro de Kalman descrito pelas equações (3.28a) a (3.28d) do capítulo 3.

#### 6.3.2.3.2 Método de mínimos quadrados recursivo

Atendendo ao facto de se verificar a igualdade dada por (6.71), porque as estruturas de modelos para estimação dos parâmetros do estator são regressões lineares e considerando a predição do sinal de saída como em (6.76), a aplicação do algoritmo de mínimos quadrados recursivo consiste em fazer  $R_s(k) = 0$  e  $R_m(k) = 1$  no algoritmo da figura 6.2.

Para introduzir um factor de esquecimento  $\lambda(k)$ , basta considerar  $R_s(k) = 0$  e  $R_m(k) = \lambda(k)$ , no algoritmo da figura 6.2, e substituir o cálculo da matriz de covariância,  $P(k)$ , por:

$$P(k) = \frac{1}{\lambda(k)} \left[ I - L(k)\varphi^T(k) \right] P(k-1). \quad (6.77)$$

O algoritmo da figura 6.2, corresponde, deste modo, ao método de mínimos quadrados recursivo com factor de esquecimento  $\lambda(k)$ , descrito no capítulo 3, pelas equações (3.12a) a (3.12d).

#### 6.3.2.3.3 Métodos de gradiente normalizado e não normalizado

O algoritmo de gradiente pode ser obtido a partir de (3.40a) a (3.40b) definindo  $R(k) = I$  que corresponde a escolher a direcção do gradiente ou, a partir do algoritmo da figura 6.2, fazendo  $Q(k) = \gamma I$  e considerando uma vez mais (6.71), pelo que:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma \varphi(k) \varepsilon(k), \quad (6.78a)$$

onde o ganho do algoritmo,  $\gamma$ , pode ser normalizado por:

$$\gamma = \frac{\gamma'}{|\varphi(k)|^2} I. \quad (6.78b)$$



### 6.3.3. Estimação conjunta de todos os parâmetros e do fluxo do rotor com algoritmos interligados

Nas últimas secções foi apresentado um conjunto de estruturas de modelos para estimação, em tempo real, dos parâmetros eléctricos do motor de indução e do fluxo do rotor, utilizando métodos de identificação paramétrica de natureza recursiva. A secção 6.3.1 apresenta uma estrutura de modelos para a estimação conjunta da constante de tempo do rotor, do coeficiente de indução mútua e das componentes  $dq$  do fasor do fluxo do rotor. Esta opção resulta do facto de se ter constatado, através de testes de simulação e experimentais, como veremos nos capítulos finais, que aqueles dois parâmetros são relativamente bem estimados mesmo em regime permanente e, por essa razão, a estimação conjunta destes parâmetros com o fluxo é oportuna, quando for necessário proceder à sua estimação.

Como veremos posteriormente, a validação dos algoritmos de estimação, no contexto da presente dissertação, assenta essencialmente, na comparação entre as componentes  $dq$  da corrente medida do estator e as mesmas componentes simuladas utilizando o modelo do motor com o conjunto dos parâmetros estimados. Pode adiantar-se, desde já, que a sensibilidade da corrente do estator em relação aos parâmetros do estator ( $R_s$  e  $L'_s$ ) é reduzida em determinadas zonas de funcionamento do motor. Assim, a estimação destes parâmetros pode produzir erros significativos aquando da estimação simultânea de todos os parâmetros se não for considerado o ponto de funcionamento do motor.

Da leitura dos capítulos seguintes constata-se que diferentes parâmetros requerem diferentes condições de funcionamento do motor, para poderem ser convenientemente excitados e, portanto, correctamente estimados. A partir do conhecimento deste facto, torna-se evidente e pertinente considerar a hipótese de estimar separada e autonomamente os diferentes parâmetros. Deste modo, justifica-se uma metodologia de algoritmos interligados controlados por um “algoritmo supervisor” que possa inibir ou habilitar a estimação dos parâmetros mediante determinadas condições de funcionamento dinâmico do motor.

A figura 6.3 ilustra a interligação do algoritmo do EKF para estimação conjunta dos parâmetros e fluxo do rotor, no referencial do rotor, utilizando a estrutura de modelos da secção 6.3.1 e de um algoritmo recursivo baseado na minimização do erro de predição para estimação dos parâmetros do estator utilizando a estrutura de modelos da secção 6.3.2.1. Na figura 6.3(a) está representada a estimação separada entre estados e alguns parâmetros, enquanto que a figura 6.3(b) apresenta o esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF e estimação dos parâmetros do estator, também no referencial do rotor, utilizando métodos recursivos de erro de predição. A mesma ideia está presente na figura 6.3(c) mas com estimação individual dos parâmetros do estator.

Adoptando a estrutura de modelos da secção 6.3.2.2 para a estimação dos parâmetros do estator, a qual é realizada no referencial do estator, então a metodologia de identificação é a ilustrada, em termos gerais, na figura 6.4(a). O esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e dos parâmetros do estator, no referencial do estator, através de algoritmos recursivos de erro de predição está representado nas figuras 6.4(b) e 6.4(c), quando se pretende estimar os parâmetros do estator em conjunto ou de modo separado, respectivamente.

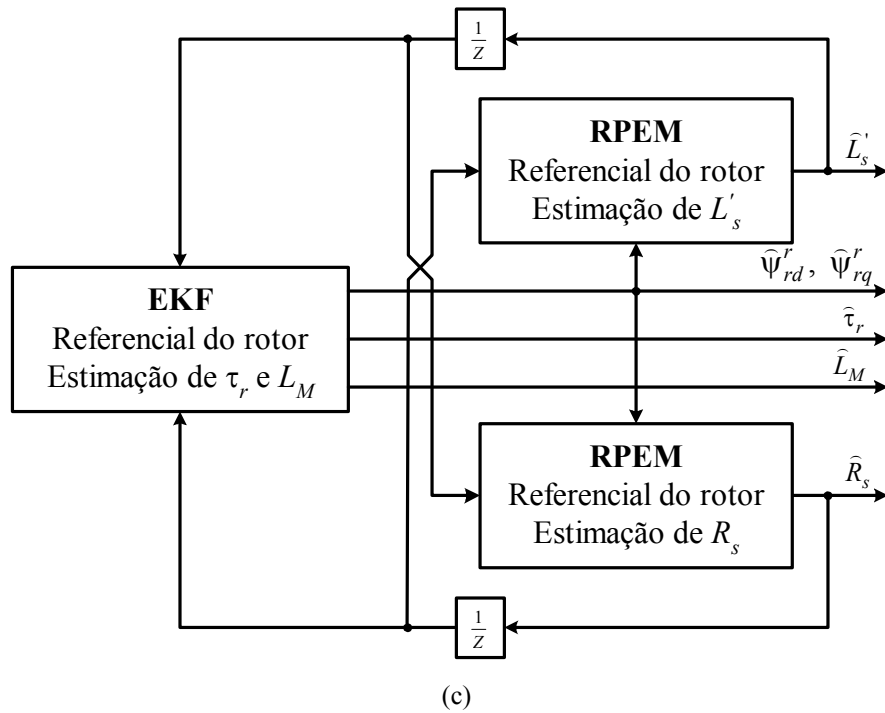
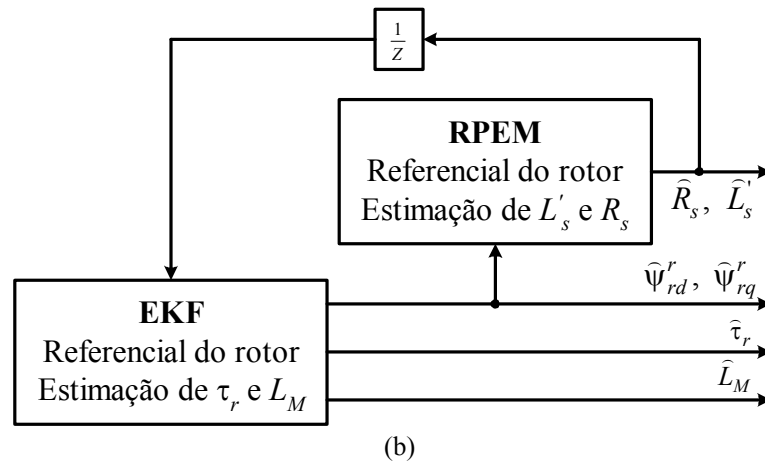
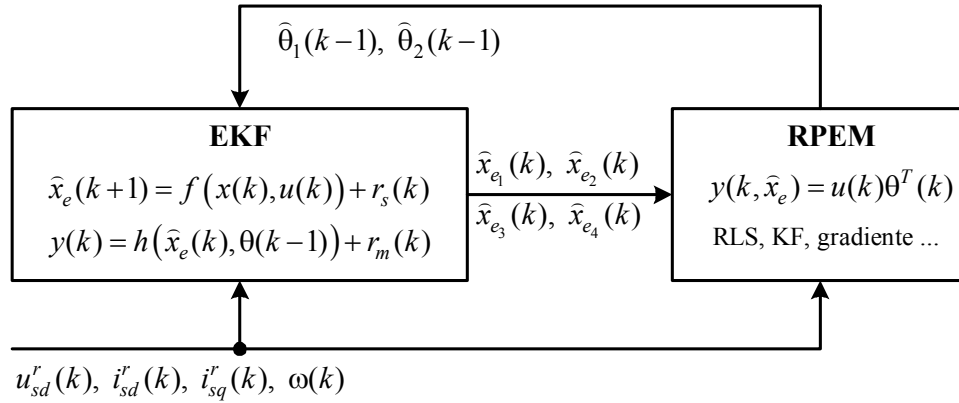


Figura 6.3: Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor com algoritmos interligados no referencial do rotor. (a) Ilustração geral da estimação autônoma entre estados e alguns parâmetros; (b) Esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor utilizando o filtro de Kalman estendido e estimação dos parâmetros do estator através de métodos recursivos de erro de predição; (c) O mesmo que em (b) com estimação individual dos parâmetros do estator.

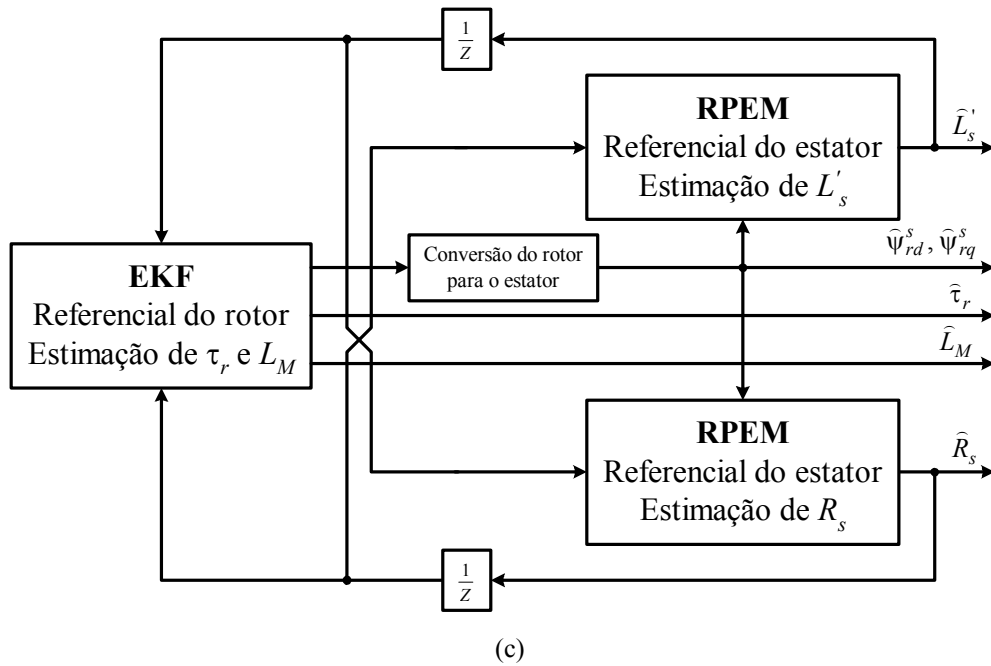
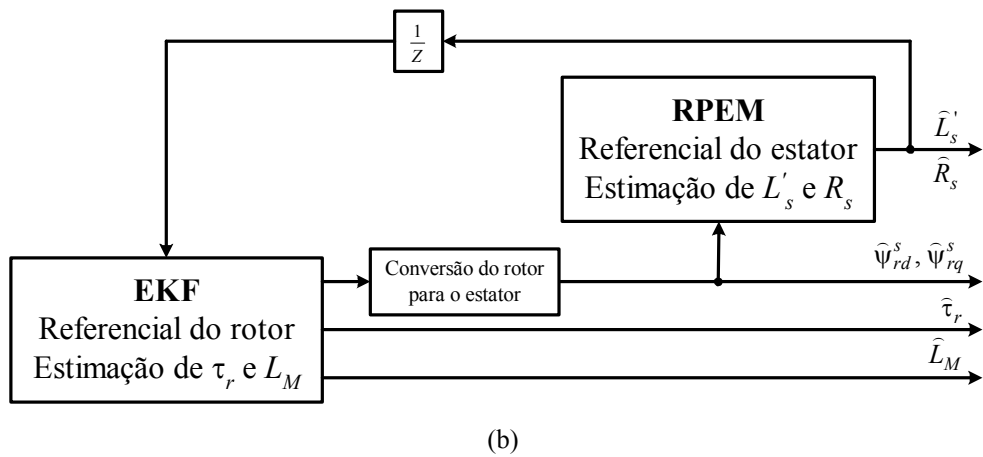
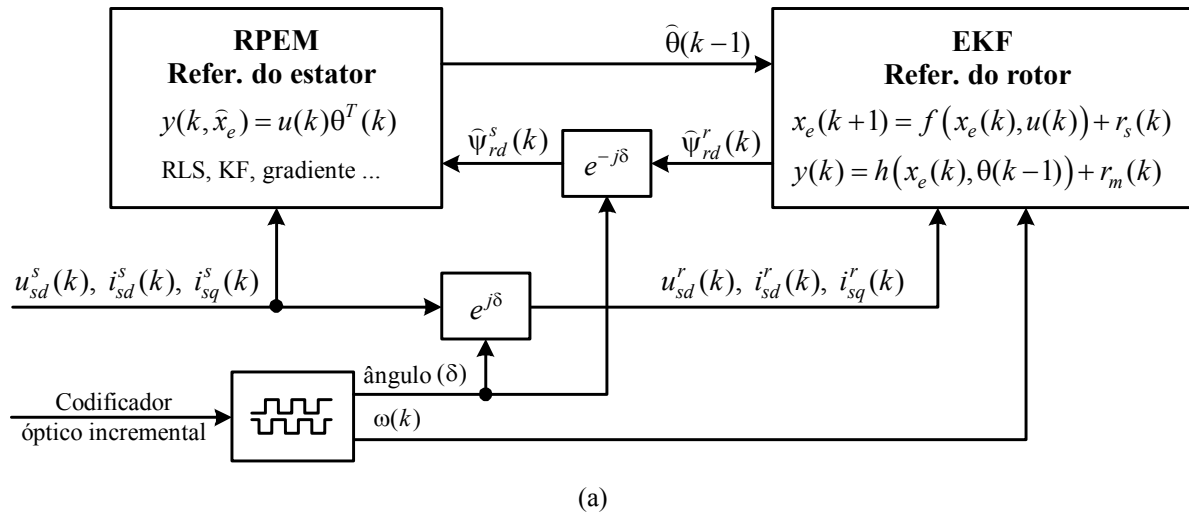


Figura 6.4: Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor com algoritmos interligados. (a) Ilustração geral da estimação autônoma entre estados e alguns parâmetros; (b) Esquema para estimação do fluxo e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, utilizando o filtro de Kalman estendido e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, utilizando métodos recursivos de erro de predição; (c) O mesmo que em (b) com estimação individual dos parâmetros do estator.

A ideia aqui desenvolvida tem as suas raízes na estimação de estado adaptativa e foi introduzida na secção 3.9 do capítulo 3. Para usufruir das vantagens então referidas podemos generalizar completamente esta metodologia estimando, por um lado, os estados (neste caso os fluxos) utilizando o algoritmo do filtro de Kalman e a estrutura de modelos lineares e variantes no tempo da secção 6.2.1, ou a sua correspondente no referencial do rotor e, por outro lado, estimando um ou mais parâmetros com um dado interesse específico, utilizando métodos de erro de predição e estruturas de modelos como as descritas nas secções 6.3.2.1 e 6.3.2.2. A metodologia que se acaba de propor corresponde à adopção de estimadores de estado ou filtros adaptativos como representado na figura 6.5.

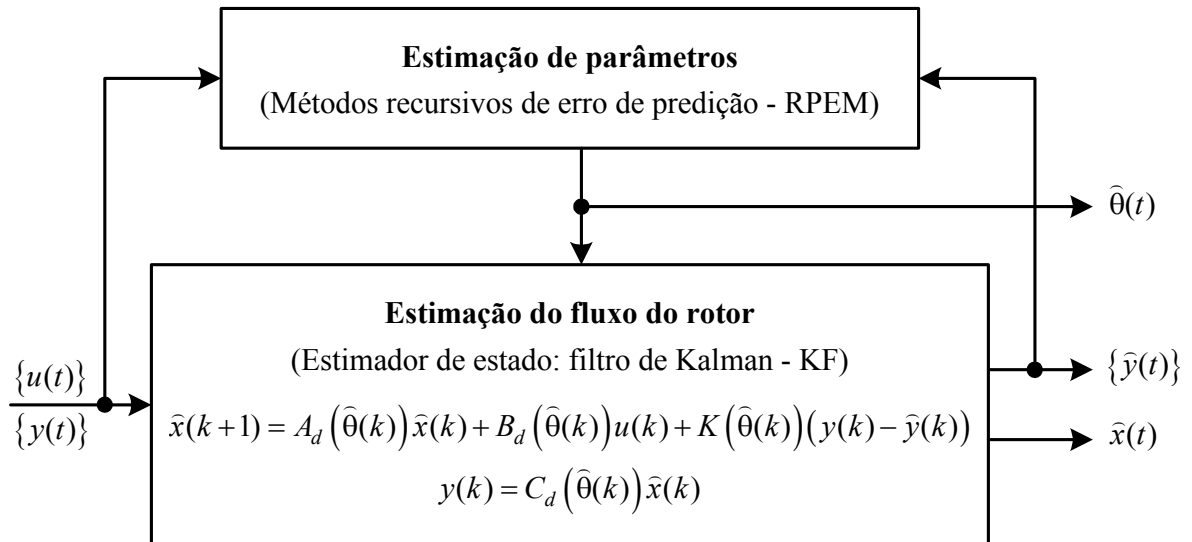


Figura 6.5: Estimador adaptativo para estimação do fluxo via KF e parâmetros via RPEM.

A motivação para a metodologia de identificação descrita anteriormente resulta, fundamentalmente, da constatação dos seguintes factos:

- O sucesso dos procedimentos de identificação é fortemente dependente da persistência dos sinais que, por sua vez, depende do ponto de funcionamento dinâmico do motor de indução;
- Os sinais adquiridos em funcionamento normal não são suficientemente informativos para a estimação simultânea de todos os parâmetros em certas zonas de funcionamento;
- Diferentes parâmetros requerem diferentes condições dinâmicas durante o funcionamento normal;
- O modelo estimado pode não ser único, isto é, os valores dos vários parâmetros, quando estimados simultaneamente, podem ajustar-se entre si, de modo a produzir uma boa predição da corrente do estator;
- A sensibilidade das estruturas de modelos em relação a diferentes parâmetros pode ser significativamente diferente, particularmente em certas zonas de funcionamento;
- Pode não ser absolutamente necessário, ou conveniente, estimar em tempo real todos os parâmetros, sendo suficiente a sua actualização periódica, devido, por exemplo, à própria dinâmica dos parâmetros.

A metodologia de identificação, descrita na presente secção, quando gerida por um “algoritmo supervisor”, apresenta-se como uma estratégia capaz de introduzir toda a flexibilidade necessária para:

- Utilizar estruturas de modelos específicas, juntamente com algoritmos adequados, para estimação de estados e/ou parâmetros em situações específicas;
- Ajustar os algoritmos de estimação à dinâmica do motor;
- Adaptar a estimação às condições de regime permanente e transitório, de modo a explorar ao máximo a informação contida nos sinais da tensão e da corrente do estator;
- Ter em conta o ponto de funcionamento do motor, designadamente:
  - as condições de carga
  - e o valor actual da velocidade de rotação.

Na prática, os procedimentos de estimação adoptados devem ser orientados à aplicação em causa, incluindo os requisitos e o princípio da lei de controlo. A presente metodologia constitui uma base suficientemente genérica, flexível e configurável, para estimação de diferentes variáveis associadas ao controlo do motor de indução, em sistemas electrónicos de controlo vectorial do motor de indução em aplicações de elevado desempenho.

## 6.4. Resumo

No presente capítulo foram desenvolvidas novas classes de estruturas de modelos e detalhada a aplicação de algoritmos EKF e RPEM, para a estimação das componentes do fluxo do rotor e da velocidade ou, das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução.

Na secção 6.2.1 foi desenvolvida uma estrutura de modelos, no referencial do estator, para estimação do fluxo do rotor, a qual foi estendida à estimação da velocidade de rotação na secção 6.2.2. A estrutura de modelos resultante consiste numa representação de espaço de estados, na qual o vector de estado é composto por  $x_e = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r & \psi_{rd}^r & \omega \end{bmatrix}^T$ . Trata-se, portanto, de uma estrutura de ordem reduzida com vista à estimação da velocidade através do EKF, procurando atenuar significativamente duas dificuldades, nomeadamente, o tempo de cálculo exigido pelo EKF e a dificuldade na sua calibração inicial. Nestas secções foi introduzida uma metodologia inovadora no processo de discretização das estruturas de modelos de espaço de estados no tempo contínuo. Ao contrário do que é habitual neste contexto, antes de discretizar a estrutura de modelos de ordem completa e depois reduzir a sua ordem, neste caso partiu-se directamente duma estrutura de espaço de estados de ordem reduzida no tempo contínuo e a discretização das novas equações de estado e de saída foi tratada separadamente. Assim, consegue-se, por um lado, simplificar significativamente a discretização da equação de estado, que é agora de ordem reduzida, podendo utilizar-se facilmente aproximações de ordem mais elevada e, por outro, utilizar o método directo na equação de saída com o cálculo das derivadas das componentes da corrente do estator com muito melhor aproximação do que a fórmula de Euler, utilizando para o efeito os filtros introduzidos no capítulo anterior, descritos através de (5.11). De realçar ainda que esta estratégia, além de permitir utilizar

aproximações de ordem diferente e de modo independente na discretização das equações de estado e de saída, continua a garantir a aplicação directa do algoritmo do EKF sem qualquer modificação adicional.

A aplicação do EKF na estimação das componentes do fluxo do rotor utilizando a estrutura de modelos da secção 6.2.1, estendida à estimação dos parâmetros eléctricos do motor de indução, é detalhada na secção 6.2.3. De realçar, a adopção do referencial do rotor e a simplificação que daí resultou por serem nulos os termos do circuito do rotor correspondentes à força contra electromotriz.

Na secção 6.3 foi detalhado um conjunto de novas metodologias para a estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, através de algoritmos interligados com base no princípio de estimadores de estado adaptativos, como referido no capítulo 3. Ao longo das secções 6.3.1 e 6.3.2, foram desenvolvidas as estruturas de modelos com vista à sua utilização em algoritmos RPEM e no algoritmo EKF, os quais foram interligados, na secção 6.3.3, para estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF, e dos parâmetros do estator através de RPEM, como detalhado nas secções 6.3.1 e 6.3.2, respectivamente. Na secção 6.3.2, foram propostas novas estruturas de modelos que consistem em regressões lineares muito simples para a estimação dos parâmetros do estator, quer no referencial do rotor, quer no referencial do estator, como ilustrado nas secções 6.3.2.1 e 6.3.2.2, respectivamente. A sua utilização, em algoritmos baseados nos RPEM, foi detalhada na secção 6.3.2.3, nomeadamente, os algoritmos do gradiente, RLS e KF.

Por fim, na secção 6.3.3, estes algoritmos foram interligados com o algoritmo do EKF para a estimação conjunta, mas autónoma, dos parâmetros do estator, por um lado, e das componentes do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, por outro, entre outras configurações possíveis. Entre elas deve salientar-se a utilização conjunta da estrutura de modelos da secção 6.3.1 para estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF e das estruturas lineares da secção 6.3.2.2 para estimação dos parâmetros do estator via RPEM. Com esta metodologia, ilustrada na figura 6.4, a equação de estado utilizada no EKF para a estimação dos parâmetros do rotor não depende nem da velocidade nem dos parâmetros do estator e as regressões lineares utilizadas para a estimação dos parâmetros do estator não dependem da velocidade nem dos parâmetros do rotor. Contudo, em ambos os casos, é utilizado o fluxo estimado do rotor e mantém-se a necessidade do transdutor de velocidade ou posição para as mudanças de referencial envolvidas. Ao concluir a secção 6.3.3 foram sintetizadas as motivações e as potenciais vantagens da utilização das metodologias de identificação propostas neste capítulo.

O desempenho destas metodologias e respectivas estruturas de modelos será investigado através de testes de simulação e experimentais, nos capítulos 7 e 8, respectivamente.



# Parte III

Aplicação de novas  
metodologias de  
identificação ao motor  
de indução trifásico





# Capítulo 7

Estimação de fluxos,  
parâmetros e velocidade

# Índice

<b>7. Estimação de fluxos, parâmetros e velocidade.....</b>	<b>239</b>
<b>7.1. Introdução .....</b>	<b>239</b>
<b>7.2. Simulação e controlo do motor de indução .....</b>	<b>240</b>
7.2.1. Modelo de simulação .....	240
7.2.2. Esquema de controlo .....	242
<b>7.3. Metodologia de validação dos modelos estimados .....</b>	<b>245</b>
<b>7.4. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros .....</b>	<b>247</b>
7.4.1. Estimação das componentes do fluxo do rotor .....	247
7.4.1.1. Sensibilidade relativamente à dimensão do vector de saídas .....	247
7.4.1.2. Sensibilidade relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros .....	250
7.4.2. Estimação de todos os parâmetros e fluxo do rotor via EKF .....	252
7.4.2.1. Estimação em regime permanente .....	253
7.4.2.2. Estimação em regime dinâmico .....	256
7.4.3. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor, conhecidos os parâmetros do estator .....	262
<b>7.5. Aplicação de novas metodologias de identificação .....</b>	<b>265</b>
7.5.1. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator .....	265
7.5.2. Estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator .....	268
7.5.3. Súmula .....	272
<b>7.6. Estimação da velocidade de rotação e do fluxo do rotor.....</b>	<b>273</b>
7.6.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros .....	273
7.6.2. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico ....	275
<b>7.7. Resumo.....</b>	<b>276</b>
<b>7.8. Anexo: características nominais e parâmetros do motor.....</b>	<b>281</b>

## 7. Estimação de fluxos, parâmetros e velocidade

### 7.1. Introdução

A identificação do motor de indução trifásico, utilizando as metodologias desenvolvidas no capítulo anterior para a estimação das componentes do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade de rotação, será investigada e analisada no presente capítulo através de um conjunto de testes de simulação, que constitui uma fase prévia e imprescindível, relativamente ao capítulo seguinte.

Na secção 7.2 é apresentado o modelo de simulação do motor de indução baseado nos quatro parâmetros do esquema equivalente por fase da figura 4.6(a). É ainda apresentado, sumariamente, o esquema de controlo vectorial utilizado para gerar os sinais utilizados pelos diferentes procedimentos de identificação, cuja abordagem foi iniciada no capítulo 4.

O modelo de simulação do motor de indução é readaptado na secção 7.3 de modo a poder ser utilizado no procedimento de validação dos parâmetros estimados e das componentes estimadas do fluxo do rotor.

A secção 7.4 é dedicada à estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução através do EKF e das estruturas de modelos de espaço de estados de ordem reduzida e discretizadas como proposto no capítulo anterior. Neste contexto, a estimação dos quatro parâmetros e a estimação apenas dos parâmetros do rotor, conhecidos os parâmetros do estator, é investigada nas secções 7.4.2 e 7.4.3, respectivamente. Em ambos os casos, o fluxo do rotor é estimado conjuntamente com os parâmetros. Assim, na secção 7.4.1 a estimação das componentes do fluxo do rotor é analisada no que diz respeito à utilização de uma ou duas equações de saída e à influência da incerteza dos parâmetros eléctricos.

A nova metodologia de identificação proposta na secção 6.3 do capítulo anterior, para a estimação dos parâmetros e fluxo do rotor, é aplicada na secção 7.5 do presente capítulo. Na secção 7.5.1 é realizada a estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e estimação dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator e a estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, é realizada na secção 7.5.2. As principais conclusões são sumariadas na secção 7.5.3.

A secção 7.6 é dedicada à estimação da velocidade de rotação conjuntamente com o fluxo do rotor através do EKF e da estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida e discretizada como proposto no capítulo anterior. Na secção 7.6.1 são apresentados os principais resultados do estudo realizado sobre a influência da incerteza nos valores dos parâmetros na estimação da velocidade e na secção 7.6.2 é investigado o desempenho do algoritmo do EKF na estimação da velocidade em regime dinâmico.

As características nominais e parâmetros do motor de indução trifásico de rotor em gaiola de esquilo, utilizado neste capítulo e no próximo, são apresentadas no anexo da secção 7.8.

## 7.2. Simulação e controlo do motor de indução

No contexto da presente dissertação a necessidade de realizar a simulação do motor de indução e respectivo controlo é imprescindível pelo facto de ser necessário analisar, por vezes exaustivamente, um conjunto de factores directa ou indirectamente relacionados com os algoritmos de estimação, não só com dados de simulação mas também com dados reais, na estimação em tempo diferido. O arranque dos algoritmos para diferentes inicializações do vector de estado e das matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida, a análise do seu desempenho em relação ao escalonamento das variáveis de estado e à robustez em diferentes pontos de funcionamento, o estudo de sensibilidade e o procedimento de validação do fluxo e parâmetros estimados, são alguns exemplos que obrigam a uma fase prévia de investigação dos procedimentos de identificação em ambiente de simulação.

### 7.2.1. Modelo de simulação

Para obter o modelo de simulação do motor de indução vamos retomar o sistema de equações (5.1). Para o eixo directo temos as seguintes equações:

$$\psi_{rd}^s = \frac{1}{s} \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^s - \omega \psi_{rq}^s \right), \quad (7.1a)$$

$$i_{sd}^s = \frac{1}{s L_s'} \left[ u_{sd}^s - R_s i_{sd}^s - \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sd}^s - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rd}^s - \omega \psi_{rq}^s \right) \right]. \quad (7.1b)$$

As equações (7.1), relativas ao eixo directo, podem ser simuladas utilizando o esquema correspondente, representado na figura 7.1.

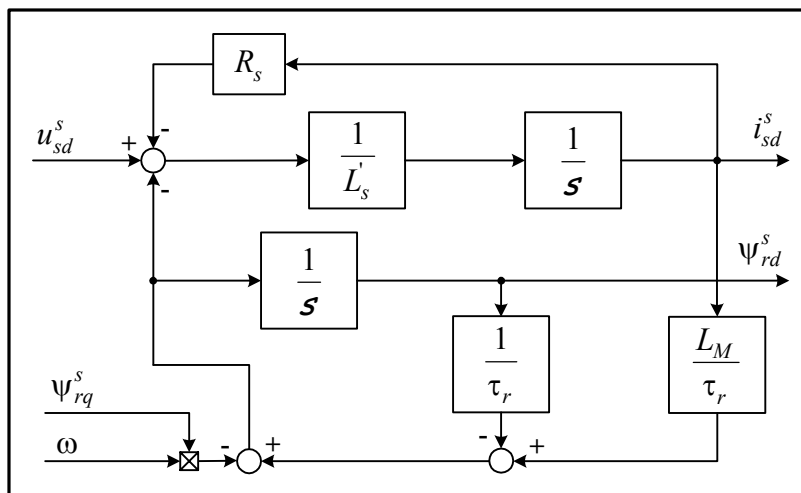


Figura 7.1: Esquema de simulação do eixo directo, do modelo dinâmico do motor de indução.

Do mesmo modo, para o eixo em quadratura temos as seguintes equações:

$$\psi_{rq}^s = \frac{1}{s} \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sq}^s + \omega \psi_{rd}^s - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rq}^s \right), \quad (7.2a)$$

$$i_{sq}^s = \frac{1}{s L_s'} \left[ u_{sq}^s - R_s i_{sq}^s - \left( \frac{L_M}{\tau_r} i_{sq}^s + \omega \psi_{rd}^s - \frac{1}{\tau_r} \psi_{rq}^s \right) \right]. \quad (7.2b)$$

Às equações relativas ao eixo em quadratura corresponde o esquema da figura 7.2.

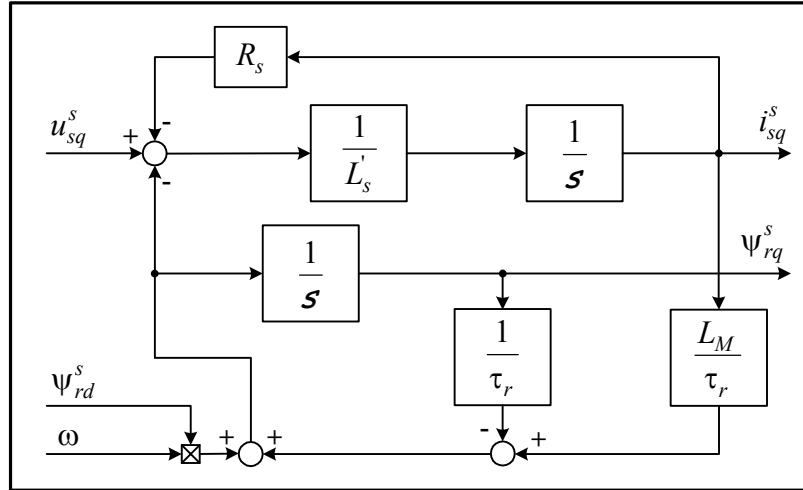


Figura 7.2: Esquema de simulação do eixo em quadratura, do modelo dinâmico do motor de indução.

A equação do binário electromagnético (4.16b) pode escrever-se do seguinte modo:

$$T_{em} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} (\phi_{rd}^s i_{sq}^s - \phi_{rq}^s i_{sd}^s) = \frac{3}{2} p (\psi_{rd}^s i_{sq}^s - \psi_{rq}^s i_{sd}^s). \quad (7.3)$$

A partir da equação (4.17) podemos escrever a equação mecânica como se segue:

$$\omega_m = \frac{1}{sJ + B} (T_{em} - T_c). \quad (7.4)$$

Entrando com (7.3) resulta:

$$\omega_m = \frac{1}{sJ + B} \left( \frac{3}{2} p (\psi_{rd}^s i_{sq}^s - \psi_{rq}^s i_{sd}^s) - T_c \right). \quad (7.5)$$

A equação mecânica (7.5) é simulada através do esquema ilustrado na figura 7.3.

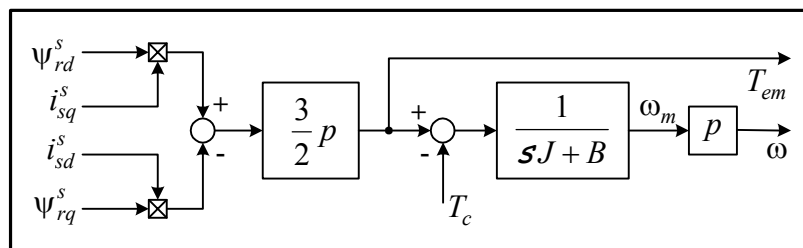


Figura 7.3: Esquema de simulação da equação mecânica, do modelo dinâmico do motor de indução.

O modelo completo de simulação do motor de indução trifásico, no referencial do estator, utilizando os quatro parâmetros do esquema equivalente for fase da secção 4.6 está representado na figura 7.4.

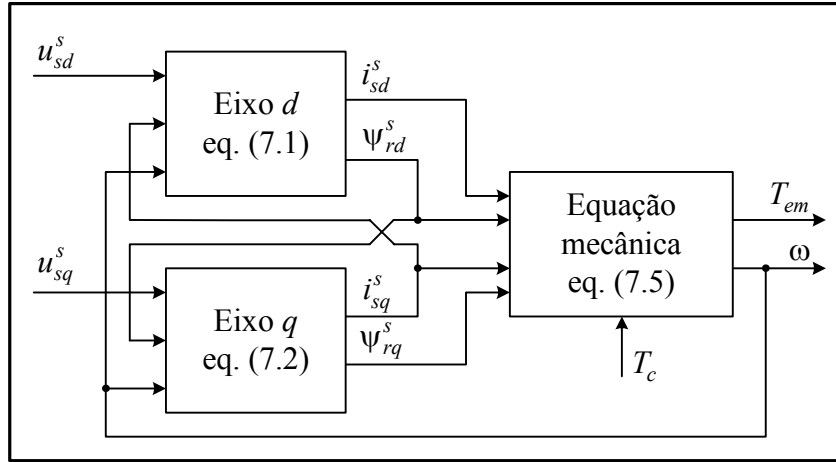


Figura 7.4: Modelo completo de simulação do motor de indução trifásico.

### 7.2.2. Esquema de controlo

Não sendo o desenvolvimento ou a análise de leis de controlo do motor de indução um objectivo da presente dissertação, apenas se apresenta, na figura 7.5, o esquema de controlo por orientação do campo, introduzido no capítulo 4 e ilustrado na figura 4.7, o qual foi utilizado para gerar os sinais do motor utilizados pelos algoritmos de identificação investigados na presente dissertação.

Passamos agora a apresentar, sumariamente, os diferentes blocos do esquema de controlo por orientação do campo, representado na figura 7.5. Assim, a transformação  $dq \leftarrow abc$  é implementada através da aplicação sucessiva dos diagramas das figuras 7.6 e 7.8. Por outro lado, a transformação  $dq \rightarrow abc$  consiste na aplicação sucessiva dos diagramas das figuras 7.7 e 7.8 mas, neste caso, o ângulo  $\theta_{\phi_r}$  deve ser multiplicado por -1. Repare-se que os diagramas das figuras 7.6 e 7.7 correspondem, respectivamente, à implementação compacta da transformada do número de fases  $T_1$  e sua inversa  $T_1^{-1}$ , definida pela equação (4.4) do capítulo 4, enquanto que os diagramas da figura 7.8 correspondem à implementação da transformada eixos móveis/eixos fixos  $T_2$  definida pela equação (4.5). Neste caso, a transformada inversa  $T_2^{-1}$  obtém-se multiplicado o ângulo  $\theta_{\phi_r}$  por -1 como referido anteriormente. Na figura 7.8(a) está representada de forma compacta a rotação do fasor  $\bar{i}_s^s$  do referencial fixo  $\alpha\beta$  para o referencial  $dq$  que roda à velocidade do fasor do fluxo do rotor,  $\omega_{\phi_r}$ , enquanto que na figura 7.8(b) está ilustrada a sua implementação. Este conceito foi apresentado na secção 4.3.2 do capítulo 4.

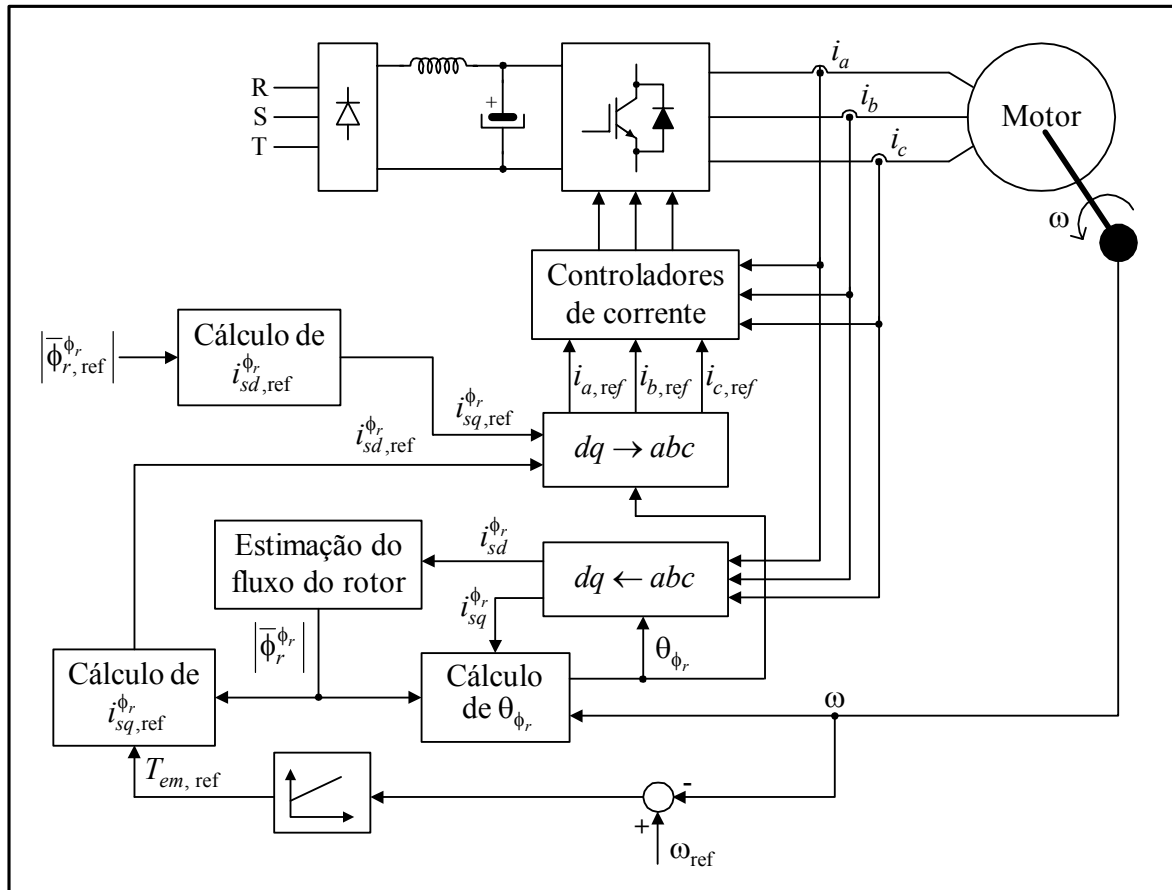


Figura 7.5: Controle por orientação do campo.

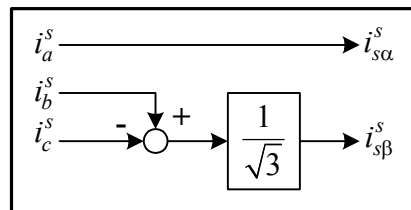


Figura 7.6: Transformada do número de fases.

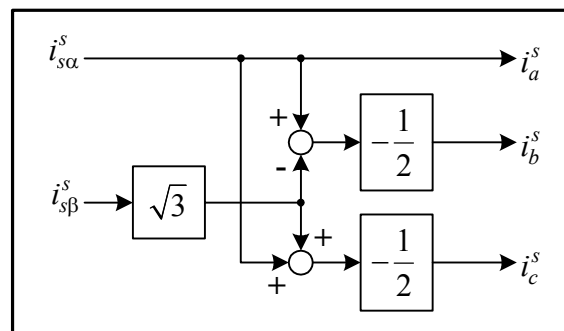


Figura 7.7: Transformada inversa do número de fases.



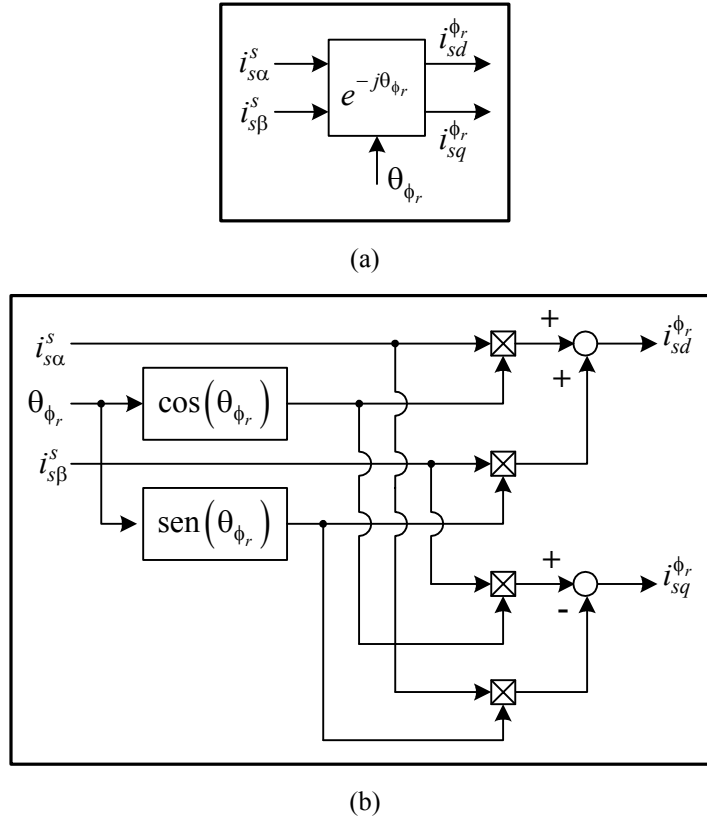


Figura 7.8: Transformada eixos móveis/eixos fixos. (a) Ilustração compacta e (b) implementação.

Os diagramas dos principais blocos da figura 7.5, estão ilustrados nas figuras 7.9 a 7.12.

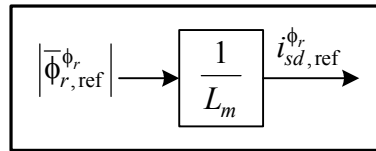


Figura 7.9: Cálculo de  $i_{sd,ref}^{\phi_r}$ .

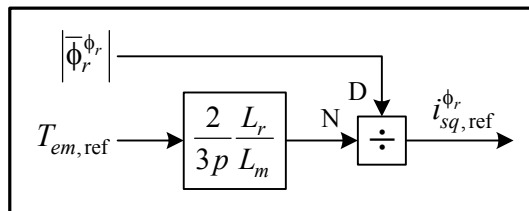


Figura 7.10: Cálculo de  $i_{sq,ref}^{\phi_r}$ .

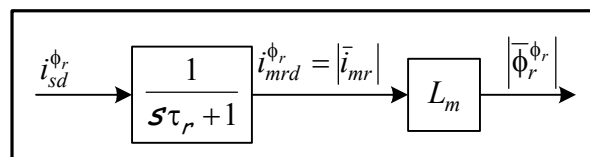
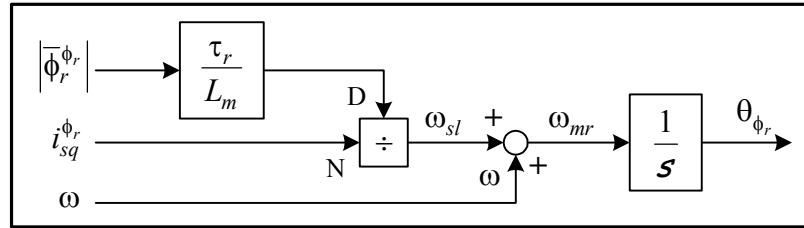


Figura 7.11: Estimação do fluxo do rotor  $|\bar{\phi}_r^{\phi_r}|$ .

Figura 7.12: Cálculo do ângulo  $\theta_{\phi_r}$ .

Para mais detalhes relativamente ao esquema de controlo veja-se, por exemplo, [Novotny 00] e sobre a simulação e implementação no programa *simulink* pode consultar-se [Ong 98] e [Sybille 00].

### 7.3. Metodologia de validação dos modelos estimados

Um dos procedimentos de identificação mais importantes, referidos no capítulo 2 e ilustrados na figura 2.1, consiste na validação do modelo estimado. Reside aqui uma das dificuldades da estimação das diversas variáveis do motor de indução, como referido na secção 5.3 do capítulo 5. A dificuldade advém, fundamentalmente, da impossibilidade de medir o fluxo num motor convencional mas também da impossibilidade de conhecer com precisão os valores reais dos parâmetros. Assim, tendo em conta o modelo do motor da secção 7.2.1, os sinais de entrada são, à partida, as componentes directa e em quadratura do fasor da tensão do estator, enquanto que os sinais da saída são as componentes directa e em quadratura do fasor da corrente do estator, a velocidade e o binário electromagnético, se existir um transdutor de binário adequado que permita a medida em regime dinâmico.

Considerando a velocidade de rotação como um sinal de saída, com o objectivo de comparar o sinal de velocidade medido com a velocidade estimada a partir dos estados e parâmetros estimados, torna-se necessário conhecer ou estimar os parâmetros da equação mecânica do motor (7.5), nomeadamente, o momento de inércia e o coeficiente de viscosidade, para além da necessidade de conhecer o binário de carga. A necessidade de conhecer estes parâmetros e a imprecisão nos seus valores é absolutamente indesejável para efeitos de validação dos valores estimados de estados e parâmetros eléctricos do motor. De facto o erro na velocidade seria muito mais dependente do erro nos parâmetros mecânicos e da medida de binário do que dos estados e parâmetros eléctricos. De notar, ainda, que a constante de tempo mecânica é, em geral, muito mais lenta do que as constantes de tempo eléctricas associadas ao modelo eléctrico do motor as quais se relacionam com os parâmetros eléctricos. Outra dificuldade de ordem prática, relacionada com a estimação dos parâmetros mecânicos, prende-se com o facto dos métodos utilizados na estimação destes parâmetros, particularmente o momento de inércia, serem realizados em tempo diferido, como descrito em [Vas 93], com necessidade de recorrer a uma das seguintes estratégias, as quais utilizam, para além da medida da velocidade:

- um disco auxiliar com momento de inércia de valor conhecido;
- as componentes directa e em quadratura dos fasores da tensão e corrente do estator e alguns parâmetros eléctricos para estimação do binário electromagnético;
- um transdutor de binário.

Pelo que se acabou de referir é conveniente desenvolver uma metodologia de validação que transforme a velocidade de rotação também num sinal de entrada. Deste modo, deixa de ser necessário utilizar a equação mecânica (7.5) que, por sua vez, requer os parâmetros mecânicos. Naturalmente, esta forma de validação do modelo estimado será, de facto, pertinente aquando da realização dos testes experimentais do próximo capítulo, uma vez que em testes de simulação tudo é conhecido à partida, incluindo os parâmetros mecânicos.

Na presente dissertação é utilizada uma metodologia de validação baseada no modelo do motor de indução da secção 7.2.1 sem utilizar a equação mecânica, considerando, para isso, que a velocidade de rotação é um sinal de entrada ou, por outras palavras, o valor medido da velocidade é injectado directamente nos diagramas de simulação dos eixos  $d$  e  $q$  ilustrados nas figuras 7.1 e 7.2, respectivamente. Deste modo, o conjunto de dados de entrada consiste nos valores das seguintes variáveis:

$$\{u_{sd}^s(k), u_{sq}^s(k), \omega(k), \hat{\theta}(k)\} \quad (7.6)$$

e os dados de saída reais consistem nas componentes do fasor da corrente do estator e no binário caso exista um transdutor de binário dinâmico, ou seja:

$$\{i_{sd}^s(k), i_{sq}^s(k), T_{em}(k)\}. \quad (7.7)$$

Os dados (7.6) são injectados no esquema da figura 7.13 de modo a gerar os mesmos sinais de (7.7), utilizando o vector de parâmetros estimados, isto é:

$$\{i_{sd}^s(\hat{\theta}(k)), i_{sq}^s(\hat{\theta}(k)), T_{em}(\hat{\theta}(k))\}. \quad (7.8)$$

Deste modo, é possível comparar os sinais medidos das correntes e binário (7.6) com os mesmos sinais, em (7.8), simulados através do diagrama da figura 7.13. Adicionalmente, também é possível comparar as componentes do fasor do fluxo estimadas através dos algoritmos de identificação referidos nos capítulos anteriores, com as mesmas componentes geradas pelo diagrama da figura 7.13 o qual utiliza os parâmetros estimados nos respectivos algoritmos.

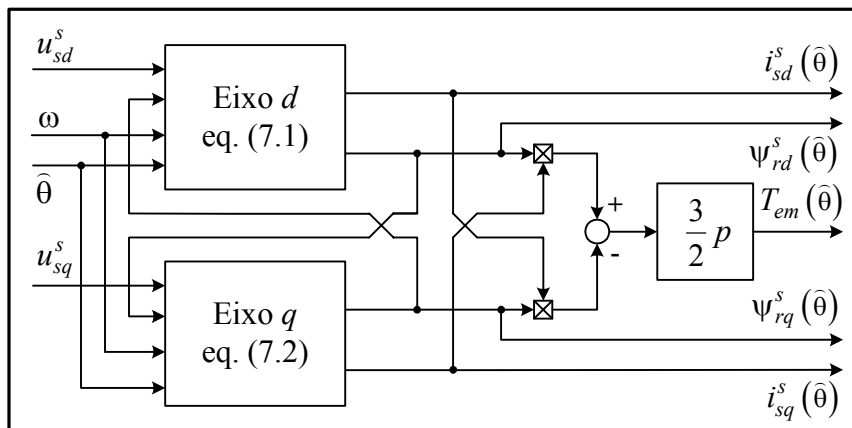


Figura 7.13: Diagrama utilizado na validação dos modelos estimados.

## 7.4. Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros

Na presente secção e em resultado do trabalho de modelação realizado no capítulo anterior, as estruturas de modelos são referidas ao referencial do rotor. Deste modo, a equação de estado resultante é muito mais simples, sendo independente da velocidade e dos parâmetros do estator. Por outro lado, a dinâmica dos sinais passa a ser da ordem de grandeza do deslizamento, pelo que a frequência dos mesmos, em regime permanente, será de alguns Hz, no máximo.

### 7.4.1. Estimação das componentes do fluxo do rotor

Para se obterem estruturas de modelos destinadas à estimação dos parâmetros, sem restrições no domínio de validade das mesmas, é necessário estimar conjuntamente algumas variáveis, como por exemplo a corrente do rotor, ou o fluxo do rotor. Quaisquer destas variáveis podem ser importantes do ponto de vista do controlo, mas para efeitos de identificação através de estruturas de espaço de estados, a estimação das componentes do fluxo do rotor é preferível face às restantes variáveis uma vez que, como veremos na secção 7.4.2, é importante que as variáveis de estado sejam, tanto quanto possível, da mesma ordem de grandeza. Neste contexto, a estimação do fluxo é mais adequada porque a sua dinâmica, nomeadamente em termos de amplitude, é muito mais constante do que a corrente do rotor.

#### 7.4.1.1. Sensibilidade relativamente à dimensão do vector de saídas

A estrutura de modelos que vamos utilizar nesta secção, para a estimação do fluxo do rotor, via EKF, é similar à obtida na secção 6.2.1 do capítulo 6, mas em vez de se utilizar o referencial do estator, a estimação do fluxo será realizada utilizando a estrutura de modelos, no referencial do rotor, correspondente à definida pela equação de estado (6.8) e de saída (6.7), obtida para o referencial do estator.

Na presente secção pretende-se ilustrar a sensibilidade da estimação do fluxo do rotor relativamente à dimensão do vector de saídas. Por outras palavras, vamos analisar a diferença que resulta da utilização de ambas ou apenas uma das equações de (6.7), como equação de saída mas, neste caso, no referencial do rotor.

Pode referir-se, desde já, que o resultado não depende do referencial pelo que se opta pela utilização do referencial do rotor uma vez que é este o utilizado na estimação simultânea do fluxo do rotor e parâmetros eléctricos do motor de indução, usando o EKF.

O vector de estado é então definido pelas componentes directa e em quadratura do fasor do fluxo do rotor, no referencial do rotor, isto é:

$$x(k) = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) & \psi_{rq}^r(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) \end{bmatrix}^T. \quad (7.9)$$

No estudo realizado o conjunto de dados,

$$Z^N(k) = \begin{bmatrix} u_{sd}^r(1) & u_{sq}^r(1) & i_{sd}^r(1) & i_{sq}^r(1) & \psi_{rd}^r(1) & \psi_{rq}^r(1) & \omega(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{sd}^r(N) & u_{sq}^r(N) & i_{sd}^r(N) & i_{sq}^r(N) & \psi_{rd}^r(N) & \psi_{rq}^r(N) & \omega(N) \end{bmatrix}, \quad (7.10)$$

utilizado no algoritmo de estimação foi obtido utilizando o esquema de controlo da figura 7.5, o qual foi compilado utilizando a ferramenta do MATLAB - *Real-Time Workshop*, que por sua vez gera um ficheiro executável que permite guardar em ficheiro os dados (7.10). Esta estratégia resultou da conjugação de dois factores, nomeadamente, do elevado tempo de computação e da necessidade de utilização sistemática dos mesmos dados em muitos testes de identificação.

Os sinais contidos no conjunto de dados (7.10) foram gerados com um passo de simulação de  $2\mu s$ , filtrados com um filtro *anti-aliasing* elíptico de 5ª ordem com frequência de corte  $f_c = 500\text{Hz}$  e registados com uma frequência de amostragem de  $f_s = 5\text{kHz}$ . Estes requisitos correspondem aos utilizados nos testes experimentais e manter-se-ão até ao final da presente dissertação, salvo informação em contrário.

No que diz respeito à inicialização do algoritmo do EKF, os valores utilizados foram os seguintes:

- ♦ vector de estado inicial:  $x(0) = [0 \ 0]^T$ ;
- ♦ matriz de covariância do erro de predição:

$$P(0) = \text{diag}([1e-8 \ 1e-8], 0) = \begin{bmatrix} 1e-8 & 0 \\ 0 & 1e-8 \end{bmatrix};$$

- ♦ matriz de covariância do erro de sistema:

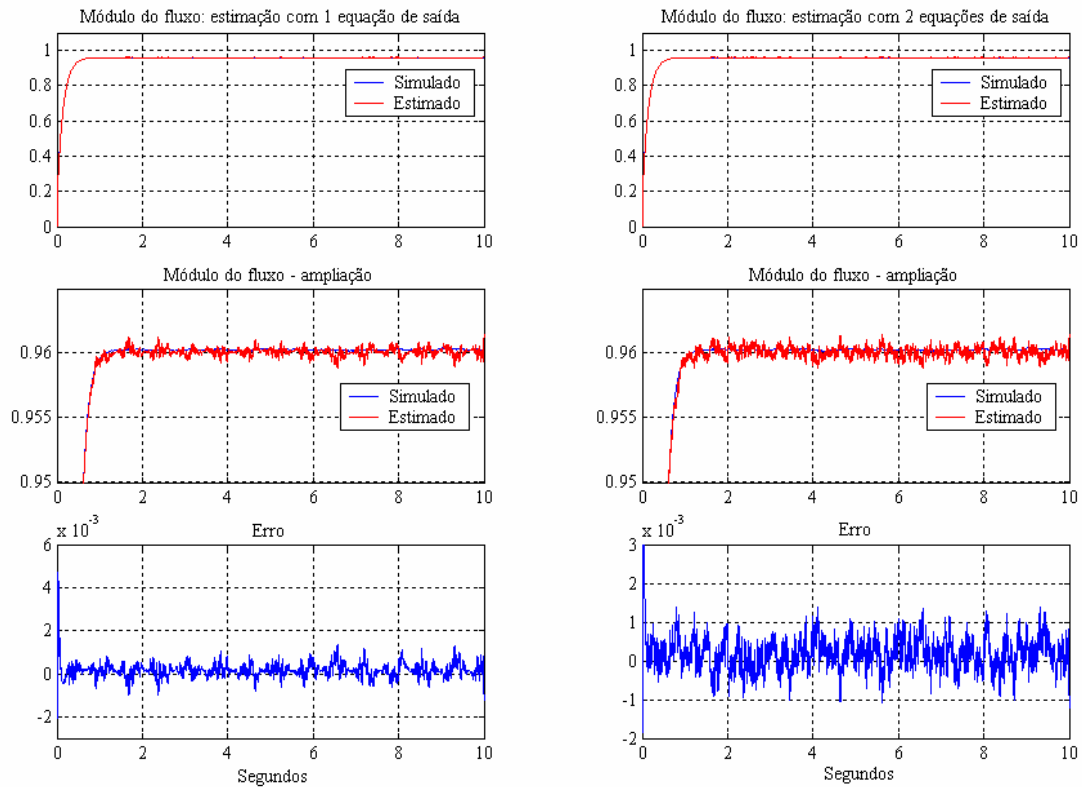
$$Q = Q(0) = \text{diag}([1e-9 \ 1e-9], 0) = \begin{bmatrix} 1e-9 & 0 \\ 0 & 1e-9 \end{bmatrix};$$

- ♦ matriz de covariância do erro de medida:

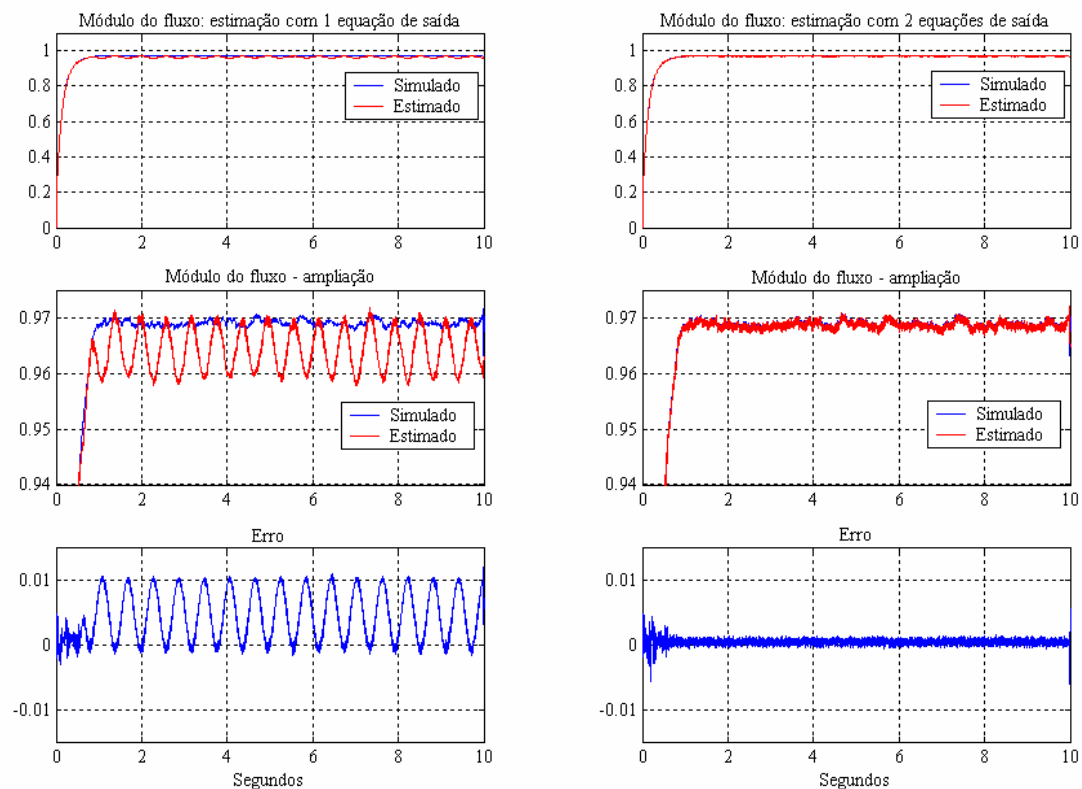
$$R_m = R_m(0) = \text{diag}([1e-2 \ 1e-2], 0) = \begin{bmatrix} 1e-2 & 0 \\ 0 & 1e-2 \end{bmatrix}.$$

Para não haver qualquer confusão com a resistência do estator, a matriz de covariância do erro de sistema passa a representar-se por  $Q$  e não por  $R_s$  como até aqui.

A estimação das componentes  $dq$  do fasor do fluxo do rotor foi realizada num conjunto muito diversificado de pontos de funcionamento do motor, tendo em conta a gama de velocidade e de binário de carga. Na figura 7.14 é apresentada a comparação entre a amplitude do fasor do fluxo do rotor, simulado e estimado, para dois pontos de funcionamento distintos no que diz respeito à velocidade de rotação, quando são utilizadas duas equações de saída, na coluna da direita, ou apenas uma equação, na coluna da esquerda. A figura 7.14(a) corresponde a um arranque para as 100rpm e a figura 7.14(b) a um arranque para as 1500rpm, com um binário de carga igual a 8Nm (pouco mais de metade do binário nominal) em ambos os casos. Os dois gráficos, na parte inferior das figuras, correspondem ao erro absoluto entre o fluxo simulado e o estimado.



(a)



(b)

Figura 7.14: Comparação entre o módulo do fasor do fluxo do rotor, simulado e estimado, num arranque com binário de carga 8Nm, utilizando 1 equação de saída (coluna da esquerda) e 2 equações de saída (coluna da direita). (a) arranque para as 100rpm e (b) arranque para as 1500rpm.

Conclui-se da figura 7.14 e do estudo realizado para outros pontos de funcionamento que para velocidades não muito elevadas (várias centenas de rpm) é indiferente utilizar 1 ou 2 equações, contudo, para velocidades muito elevadas a utilização de apenas uma equação leva à estimação do fluxo com um erro maior (embora pequeno, inferior a 1.5%) e pulsatório cuja frequência depende do binário de carga sendo tanto maior quanto maior o valor deste. Foi ainda possível verificar que estas conclusões se aplicam também ao fluxo estimado no referencial do estator.

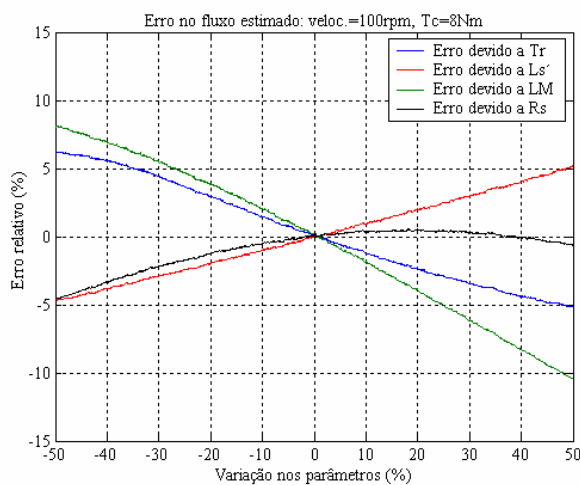
#### 7.4.1.2. Sensibilidade relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros

Nesta secção é apresentado um conjunto de resultados que permite ilustrar a sensibilidade de da estimação do fluxo do rotor relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros eléctricos do motor. Tendo em conta que o número de pontos de funcionamento é extremamente diversificado, atendendo à gama de variação de velocidade de rotação do motor e de binário de carga, na figura 7.15 é ilustrado o erro relativo no módulo do fluxo do rotor estimado, em regime permanente, para um conjunto de pontos de funcionamento suficientemente representativo, quando os parâmetros variam, um de cada vez, de  $-50\%$  a  $+50\%$ .

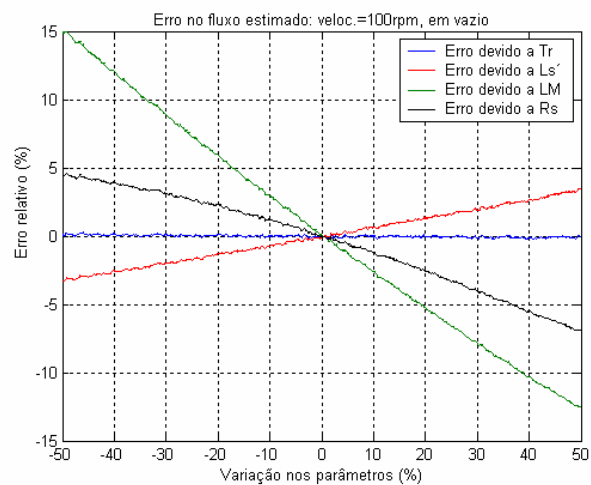
O desempenho do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor, relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros do motor, em vários pontos de funcionamento, está ilustrado na figura 7.15. Da sua análise, podemos concluir que o parâmetro que, em geral, mais interfere negativamente na estimação do fluxo do rotor é o coeficiente de fugas,  $L'_s$ , para a estrutura de modelos definida pelas equações (6.7) e (6.8), mas no referencial do rotor.

Na situação inversa, admitindo que era possível medir fisicamente o fluxo do rotor, o parâmetro que melhor seria estimado era o coeficiente de fugas, enquanto que outros parâmetros seriam dificilmente estimados de forma correcta, como por exemplo a resistência do estator,  $R_s$ , em vazio e para velocidades elevadas, ou a constante de tempo do rotor em vazio.

Podemos também verificar que, para baixas velocidades de rotação e binário de carga da ordem do valor nominal, a sensibilidade do fluxo é equilibrada relativamente ao valor dos parâmetros, como se pode ver na figura 7.15(h), o que corresponderia a uma situação óptima do ponto de vista de estimação dos parâmetros.



(a)



(b)

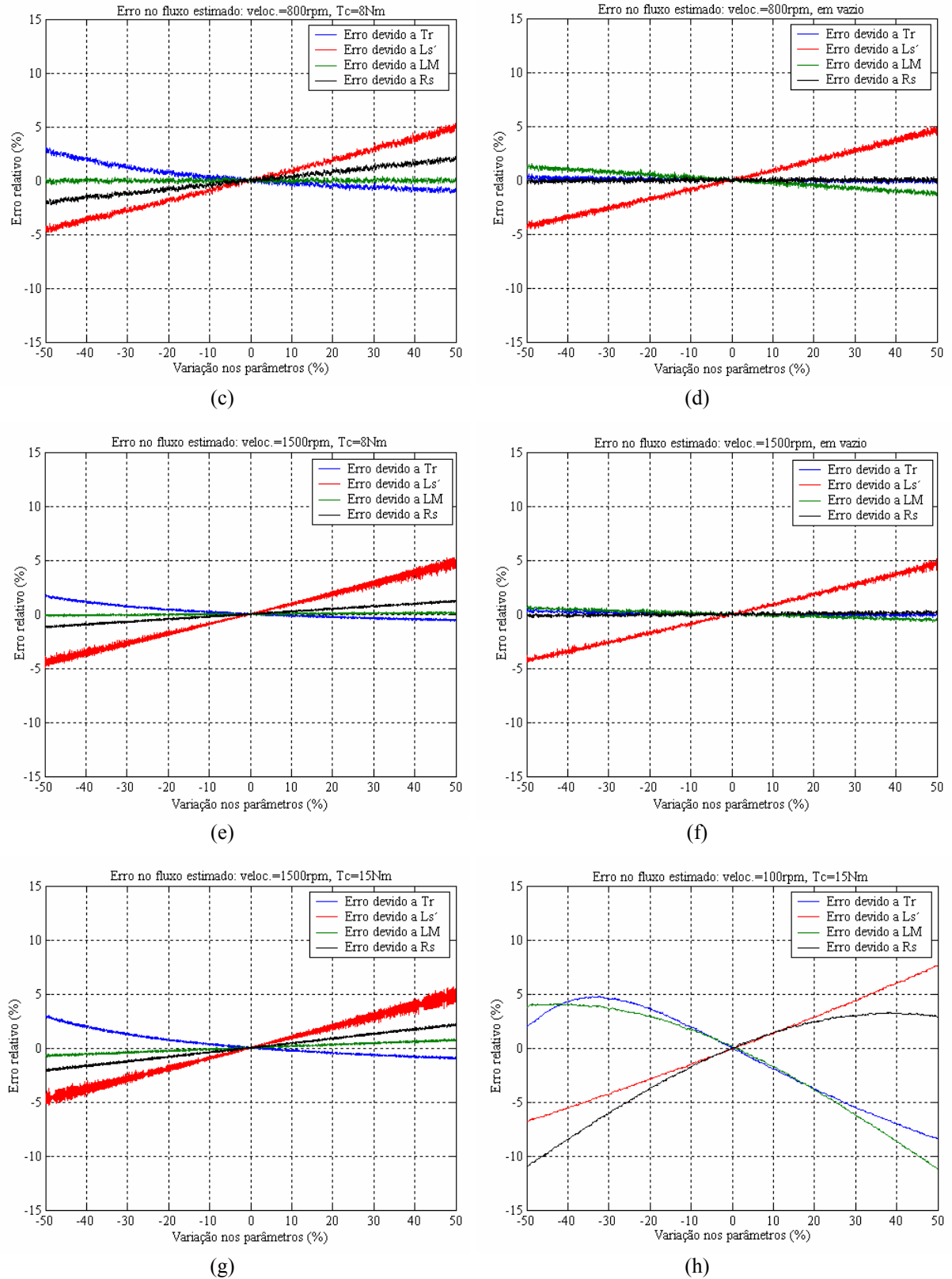


Figura 7.15: Desempenho do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor, no referencial do rotor, relativamente à incerteza nos valores dos parâmetros do motor para vários pontos de funcionamento. (a) Erro no fluxo do rotor para  $\omega = 100 \text{ rpm}$  e  $T_c = 8 \text{ Nm}$ ; (b)  $\omega = 100 \text{ rpm}$ , em vazio; (c)  $\omega = 800 \text{ rpm}$  e  $T_c = 8 \text{ Nm}$ ; (d)  $\omega = 800 \text{ rpm}$ , em vazio; (e)  $\omega = 1500 \text{ rpm}$  e  $T_c = 8 \text{ Nm}$ ; (f)  $\omega = 1500 \text{ rpm}$ , em vazio; (g)  $\omega = 1500 \text{ rpm}$  e  $T_c = 15 \text{ Nm}$ ; (h)  $\omega = 100 \text{ rpm}$  e  $T_c = 15 \text{ Nm}$ .



#### 7.4.2. Estimação de todos os parâmetros e fluxo do rotor via EKF

Depois de analisada a estimação do fluxo do rotor, no referencial do rotor, relativamente à equação de saída, por razões de ordem computacional, e à incerteza nos valores dos parâmetros, essencialmente por razões de identificabilidade em diferentes pontos de funcionamento, pretende-se analisar, nesta secção, os resultados da estimação simultânea dos parâmetros eléctricos e das componentes do fluxo do rotor, através do EKF.

A estrutura de modelos, utilizada para o efeito, é a que foi obtida na secção 6.2.3 do capítulo 6, e descrita pelas equações (6.24) e (6.26), que são, respectivamente, a equação de estado e de saída, sendo utilizadas, portanto, como saídas ambas as componentes da tensão do estator.

O vector de estado (7.9) é então estendido ao vector de parâmetros de acordo com (6.27), isto é:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r(k) & \psi_{rq}^r(k) & \frac{1}{\tau_r}(k) & L_s'(k) & L_M(k) & R_s(k) \end{bmatrix}^T. \quad (7.11)$$

Devido à grande disparidade da ordem de grandeza dos valores reais das variáveis de estado, contidas no vector de estado (7.11), há necessidade de efectuar um escalonamento adequado destas variáveis, de modo a garantir tanto quanto possível que todas elas tenham uma amplitude da mesma ordem de grandeza. Tal necessidade deve-se, essencialmente, a dois factores decisivos:

- a razões de ordem computacional, para evitar que as matrizes se tornem singulares ou se aproximem de matrizes singulares;
- a erros significativos que ocorrem nos parâmetros com uma importância relativa muito menor, como é o caso do coeficiente de fugas.

Deste modo, o vector de estado (7.11) passa a escrever-se:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) & x_{e_2}(k) & x_{e_3}(k) & x_{e_4}(k) & x_{e_5}(k) & x_{e_6}(k) \end{bmatrix}^T, \quad (7.12)$$

em que:

$$\begin{aligned} x_{e_1}(k) &= K_1 \psi_{rd}^r(k), \quad \rightarrow \quad \psi_{rd}^r(k) = \frac{x_{e_1}(k)}{K_1}, \\ x_{e_2}(k) &= K_2 \psi_{rq}^r(k), \quad \rightarrow \quad \psi_{rq}^r(k) = \frac{x_{e_2}(k)}{K_2}, \\ x_{e_3}(k) &= K_3 \frac{1}{\tau_r}(k), \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\tau_r}(k) = \frac{x_{e_3}(k)}{K_3}, \\ x_{e_4}(k) &= K_4 L_s'(k), \quad \rightarrow \quad L_s'(k) = \frac{x_{e_4}(k)}{K_4}, \\ x_{e_5}(k) &= K_5 L_M(k), \quad \rightarrow \quad L_M(k) = \frac{x_{e_5}(k)}{K_5}, \\ x_{e_6}(k) &= K_6 R_s(k), \quad \rightarrow \quad R_s(k) = \frac{x_{e_6}(k)}{K_6}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Do anexo apresentado na secção 7.8 resultam os seguintes valores, para os parâmetros eléctricos:

$$\begin{aligned}\tau_r^{-1} &= 7.07 \text{ (ms)}^{-1} \\ L_s' &= 20.2 \text{ mH} \\ L_M &= 220.1 \text{ mH} \\ R_s &= 2.34 \Omega\end{aligned}\quad (7.14)$$

Por outro lado, é um facto que a amplitude do fluxo é da ordem da unidade pelo que se adoptou a estratégia de escalar as variáveis de estado para a ordem de grandeza da amplitude do fluxo do rotor. Deste modo, as constantes de escalonamento escolhidas,  $K_i$ , foram as seguintes:

$$K_1 = 1, \quad K_2 = 1, \quad K_3 = 0.2, \quad K_4 = 50, \quad K_5 = 5, \quad K_6 = 0.5, \quad (7.15)$$

pelo que os verdadeiros valores das variáveis de estado correspondentes aos parâmetros escalados são:

$$x_{e_3} = 1.41 \text{ s}^{-1}, \quad x_{e_4} = 1.01 \text{ H}, \quad x_{e_5} = 1.1 \text{ H}, \quad x_{e_6} = 1.17 \Omega. \quad (7.16)$$

Naturalmente, foi necessário reescrever a estrutura de modelos descrita pelas equações (6.24) e (6.26), substituindo as variáveis de estado originais pelas respectivas expressões em (7.13), manipulando convenientemente as equações.

#### 7.4.2.1. Estimação em regime permanente

Na presente secção vamos analisar o desempenho do EKF na estimação dos parâmetros e componentes do fluxo do rotor em regime permanente. Consideremos então a situação de um arranque do motor seguido de regime permanente com o motor a rodar a velocidade constante e estimemos os parâmetros eléctricos do motor para os seguintes vectores de estado iniciais:

$$\begin{aligned}x_e(0)_1 &= [0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]^T \\ x_e(0)_2 &= [0 \quad 0 \quad 0.6 \quad 0.6 \quad 0.6 \quad 0.6]^T \\ x_e(0)_3 &= [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T \\ x_e(0)_4 &= [0 \quad 0 \quad 1.5 \quad 1.5 \quad 1.5 \quad 1.5]^T \\ x_e(0)_5 &= [0 \quad 0 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2]^T\end{aligned}\quad (7.17)$$

o que corresponde a admitir erros nos valores iniciais da ordem de  $\pm 100\%$  relativamente aos valores reais (7.16).

Relativamente à inicialização das matrizes do algoritmo do EKF, os valores utilizados foram os seguintes:

- matriz de covariância do erro de predição:

$$P(0) = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0);$$

- matriz de covariância do erro de sistema:

$$Q = Q(0) = \text{diag}([1e-8 \quad 1e-8 \quad 1e-7 \quad 1e-8 \quad 1e-7 \quad 1e-8], 0);$$

- ♦ matriz de covariância do erro de medida:  $R_m = R_m(0) = \text{diag}([1 \ 1], 0)$ .

A figura 7.16 mostra o desempenho do EKF perante os diferentes valores iniciais das variáveis de estado (7.17). Aos vectores de estado  $x_e(0)_1$  a  $x_e(0)_5$  correspondem os parâmetros estimados com as cores vermelho, cinzento, preto, verde e castanho, respectivamente, sendo a linha azul o valor real do parâmetro.

Da análise figura 7.16 podemos concluir, de imediato, que o conjunto de dados não é suficientemente informativo uma vez que o algoritmo converge para valores estimados diferentes, perante diferentes valores iniciais das variáveis de estado.

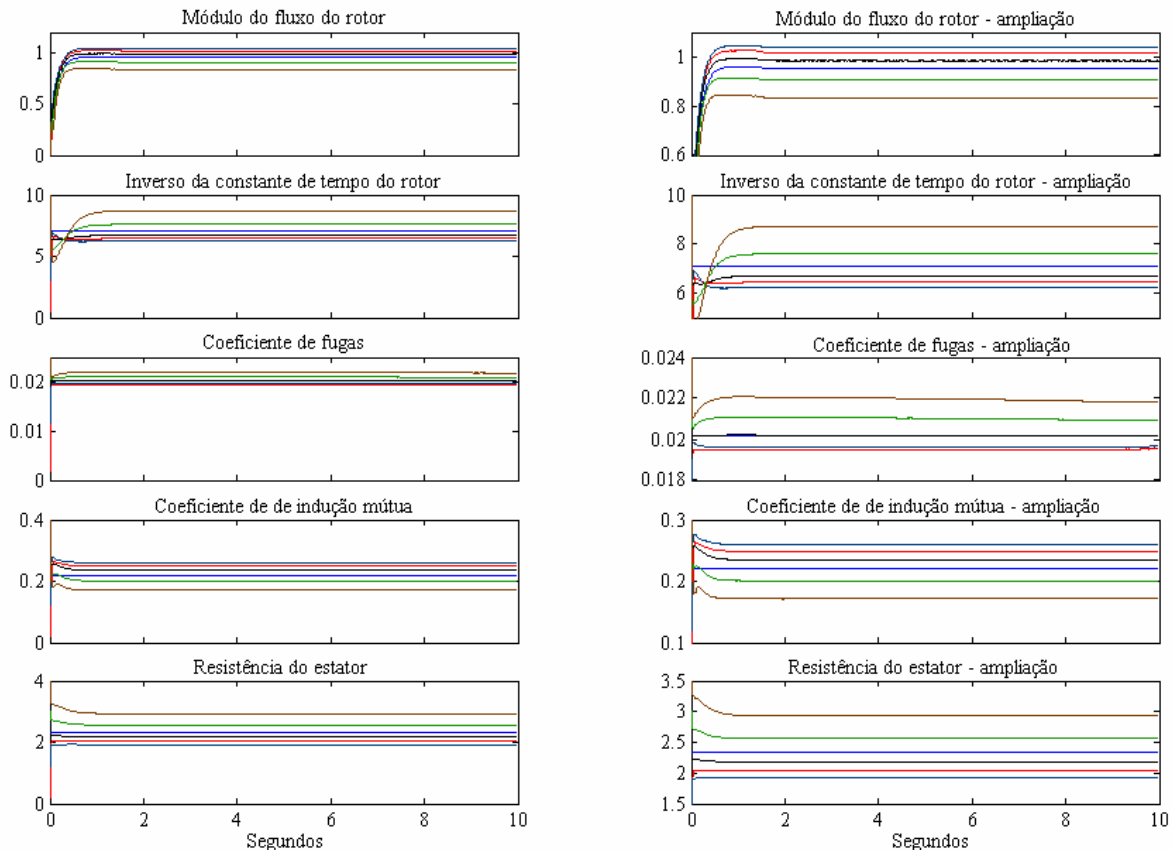
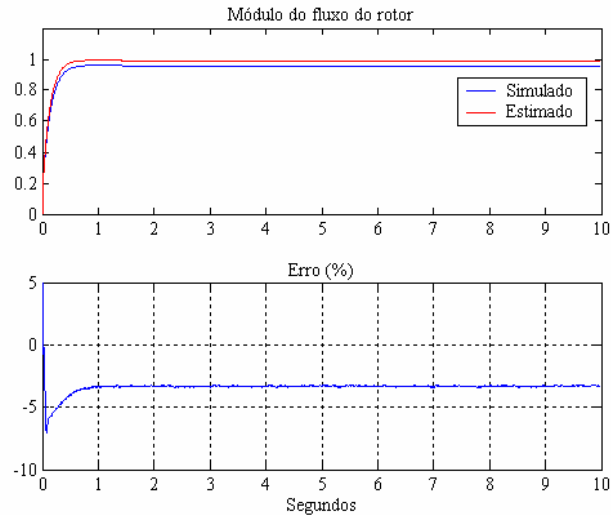


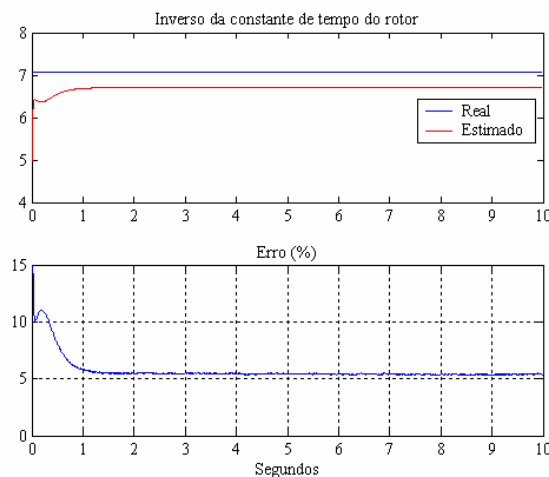
Figura 7.16: Desempenho do algoritmo do EKF para um arranque do motor seguido de regime permanente para diferentes valores iniciais do vector de estado. Na coluna da esquerda encontram-se o módulo do fluxo estimado e os valores estimados dos parâmetros. Na da coluna à direita é apresentada uma ampliação dos respectivos gráficos da coluna da esquerda.

Acresce ainda o facto de se poder constatar, facilmente, que não obstante os valores dos parâmetros estimados não convergirem para os verdadeiros valores, tal não será detectado pelo procedimento de validação que é possível de aplicar experimentalmente e que foi descrito na secção 7.2.1. De facto, a figura (7.17) mostra que, quer o módulo do fluxo do rotor estimado, quer os parâmetros estimados, convergem para valores errados, figuras (7.17)(a) a (7.17)(e), mas a comparação entre as componentes reais do fluxo do rotor e da corrente do estator e as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação com os parâmetros incorrectamente estimados, resulta perfeita como se pode ver nas figuras (7.17)(f) e (7.17)(g). Deste modo fica demonstrada a não unicidade do modelo ou, por outras palavras, a falta de persistência dos sinais para a estimação simultânea de todos os parâmetros em regime permanente.

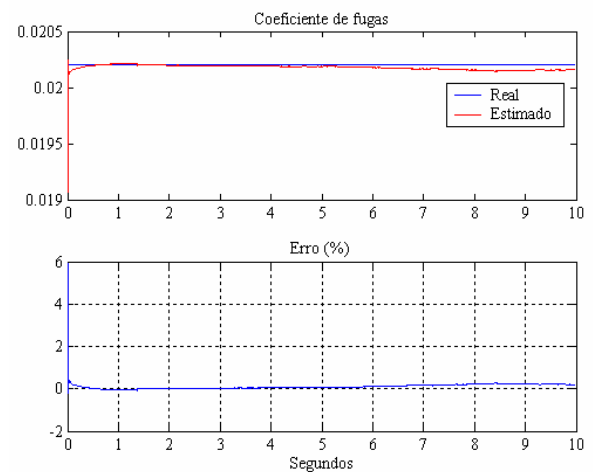
Esta realidade é deveras difícil de controlar do ponto de vista experimental uma vez que os verdadeiros valores dos parâmetros não são conhecidos, sendo apenas conhecidas as suas estimativas, ao contrário da estimação utilizando resultados de simulação. Por outro lado, também as componentes reais do fluxo não poderão ser medidas experimentalmente pelo que a sua comparação com as respectivas componentes estimadas não é possível.



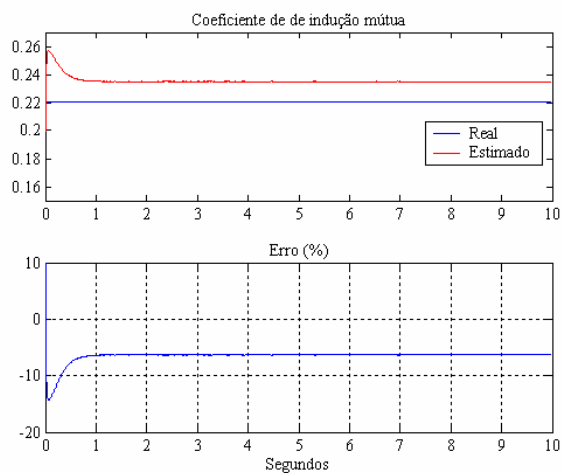
(a)



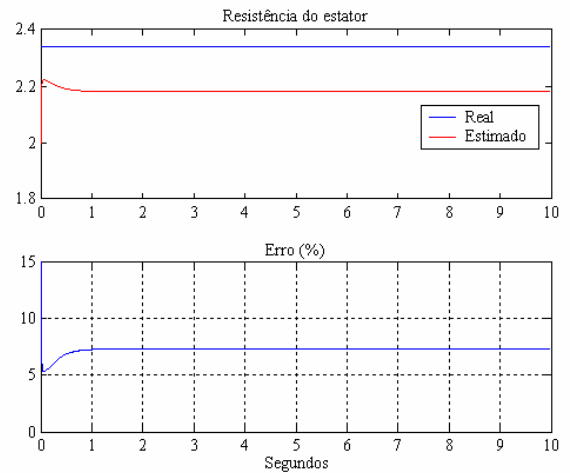
(b)



(c)



(d)



(e)

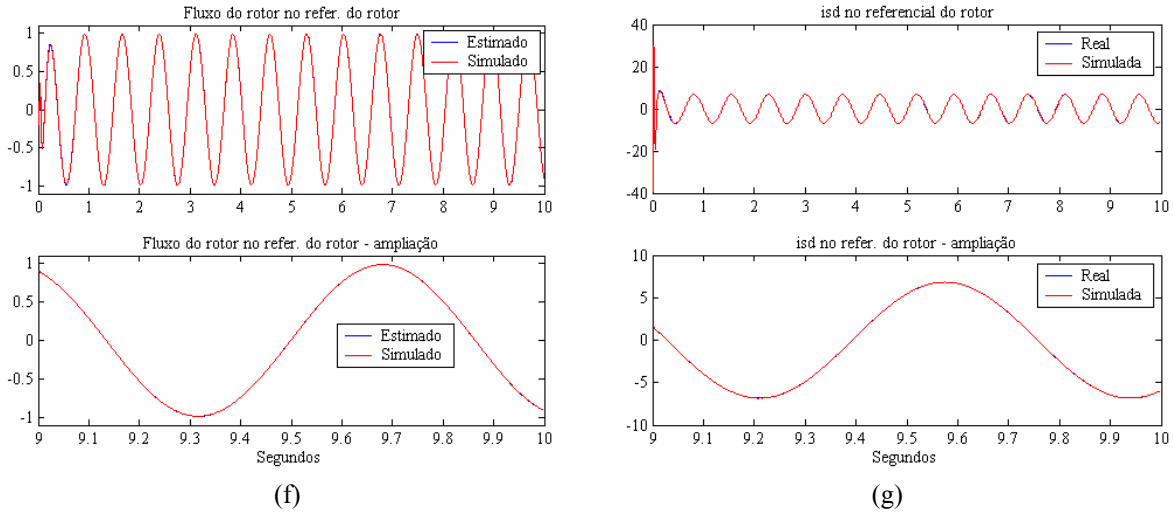


Figura 7.17: Ilustração da não unicidade do modelo estimado: coincidência perfeita entre as verdadeiras componentes do fluxo do rotor e da corrente do estator e os respectivos sinais obtidos por simulação utilizando o modelo de validação com um conjunto de parâmetros incorrectamente estimados.

#### 7.4.2.2. Estimação em regime dinâmico

Consideremos as mesmas condições de teste da secção anterior, relativamente à inicialização das matrizes de covariância e os valores iniciais do vector de estado,

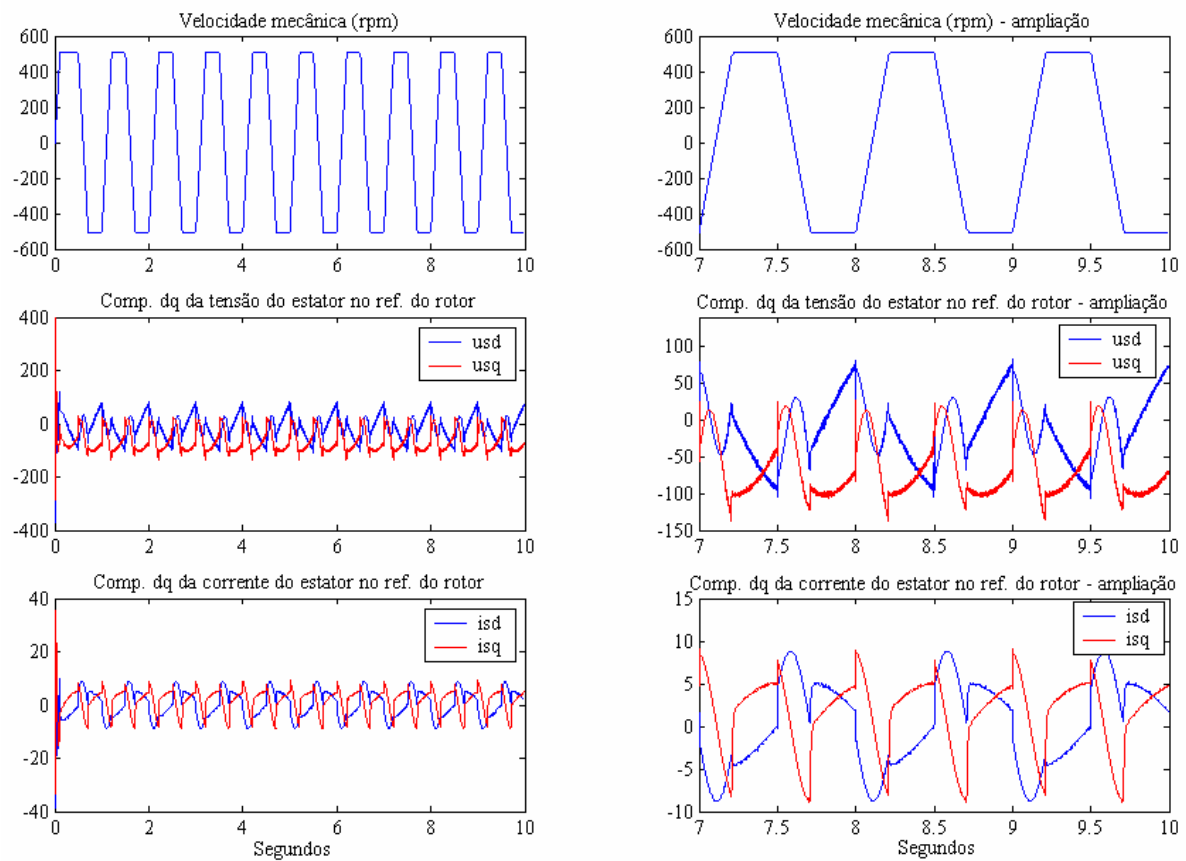
$$x_e(0) = [0 \ 0 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T, \quad (7.18)$$

o que equivale a admitir que se desconhecem de todo os seus valores reais. Contudo será sempre conveniente ter uma ideia da ordem de grandeza relativa dos parâmetros para efeitos de escalonamento o que constitui um dificuldade facilmente ultrapassável, visto ser possível obter estimativas dos valores dos parâmetros a partir das características nominais do motor [Leonhard 97], para além dos ensaios clássicos que requerem testes de laboratório, ou da informação que o fabricante pode fornecer.

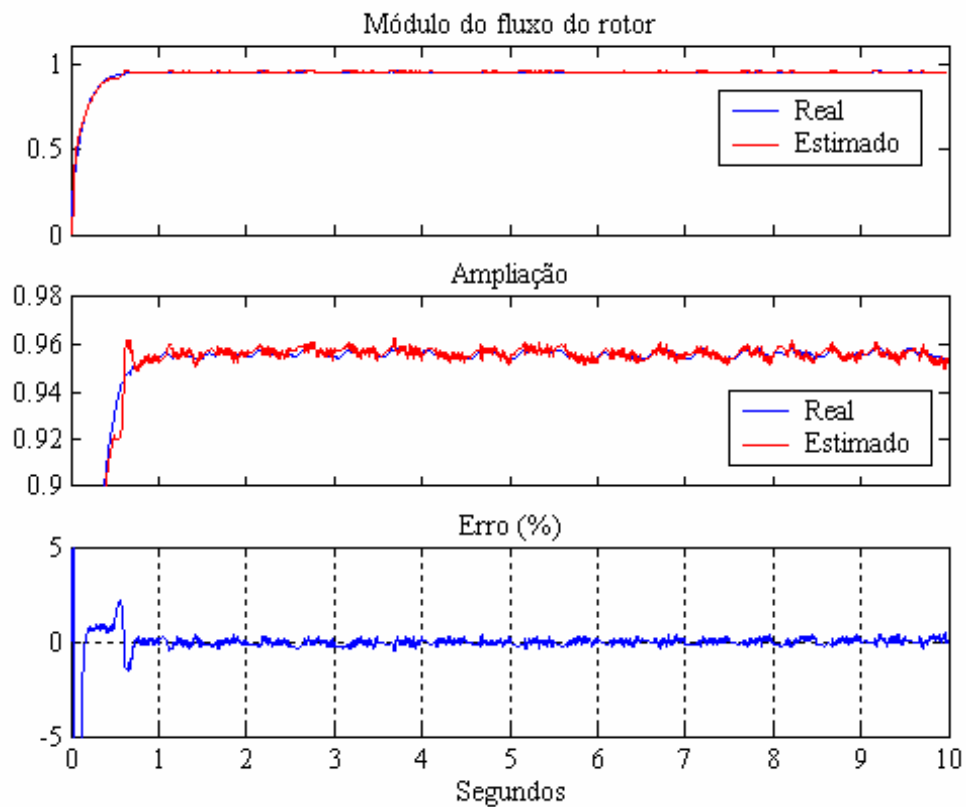
Ao contrário da secção anterior, vamos arrancar o motor e mantê-lo em regime dinâmico contínuo através de uma referência de velocidade sob a forma de onda quadrada que fará o motor inverter consecutivamente a sua velocidade entre  $\pm 500$  rpm, como se pode ver na figura 7.18(a) na qual são também ilustradas as componentes  $dq$  dos fasores da tensão e corrente do estator. Nesta situação, podemos verificar que quer o fluxo, figura 7.18(b), quer os parâmetros, figuras 7.18(c) a 7.18(f), são estimados correctamente.

Na figura 7.19 é ilustrado o comportamento do algoritmo do EKF perante diferentes valores iniciais das variáveis de estado. Mantendo o motor com inversões entre  $\pm 500$  rpm e binário de carga de 8Nm, podemos comparar a evolução dos parâmetros para os seguintes vectores de estado iniciais:

$$\begin{aligned} x_e(0)_1 &= [0 \ 0 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T, \\ x_e(0)_2 &= [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T, \\ x_e(0)_3 &= [0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]^T. \end{aligned} \quad (7.19)$$



(a)



(b)

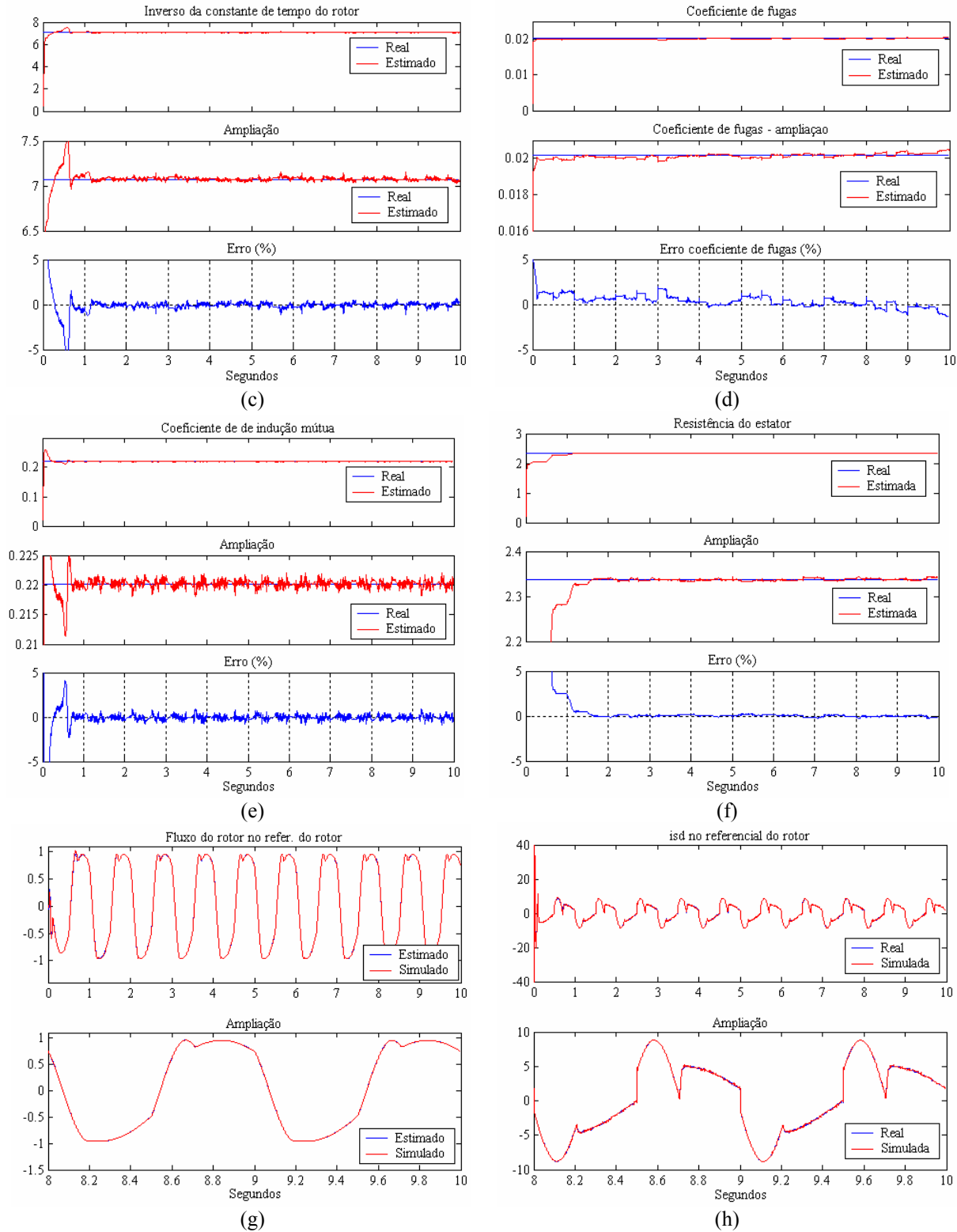


Figura 7.18: Desempenho do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor e todos os parâmetros, no referencial do rotor, em regime de funcionamento dinâmico contínuo, com inversões de velocidade entre  $\pm 500$  rpm e binário de carga de 8Nm. (a) Sinais utilizados pelo algoritmo de identificação: na coluna da esquerda são apresentados os sinais de velocidade e as componentes  $dq$  da tensão e corrente do estator e na coluna da direita uma ampliação dos mesmos sinais; (b) módulo do fluxo do rotor; (c) inverso da constante de tempo do rotor; (d) coeficiente de fugas; (e) coeficiente de indução mútua; (f) resistência do estator; (g) comparação entre a componente directa real e simulada (utilizando o modelo de validação com os parâmetros estimados) do fluxo do rotor e (h) a mesma comparação de (g) para a componente directa da corrente do estator.

Podemos constatar, da observação da figura 7.19, que ao fim de cerca de 2 segundos os valores estimados convergem para os valores reais. Aos vectores de estado iniciais  $x_e(0)_1$  a  $x_e(0)_3$  correspondem os parâmetros estimados com as cores preto, vermelho e verde, respectivamente, sendo a linha azul o valor real. Repare-se que os valores iniciais de  $x_e(0)_1$  e  $x_e(0)_3$  equivalem a admitir erros da ordem de  $\pm 100\%$  relativamente aos valores reais.

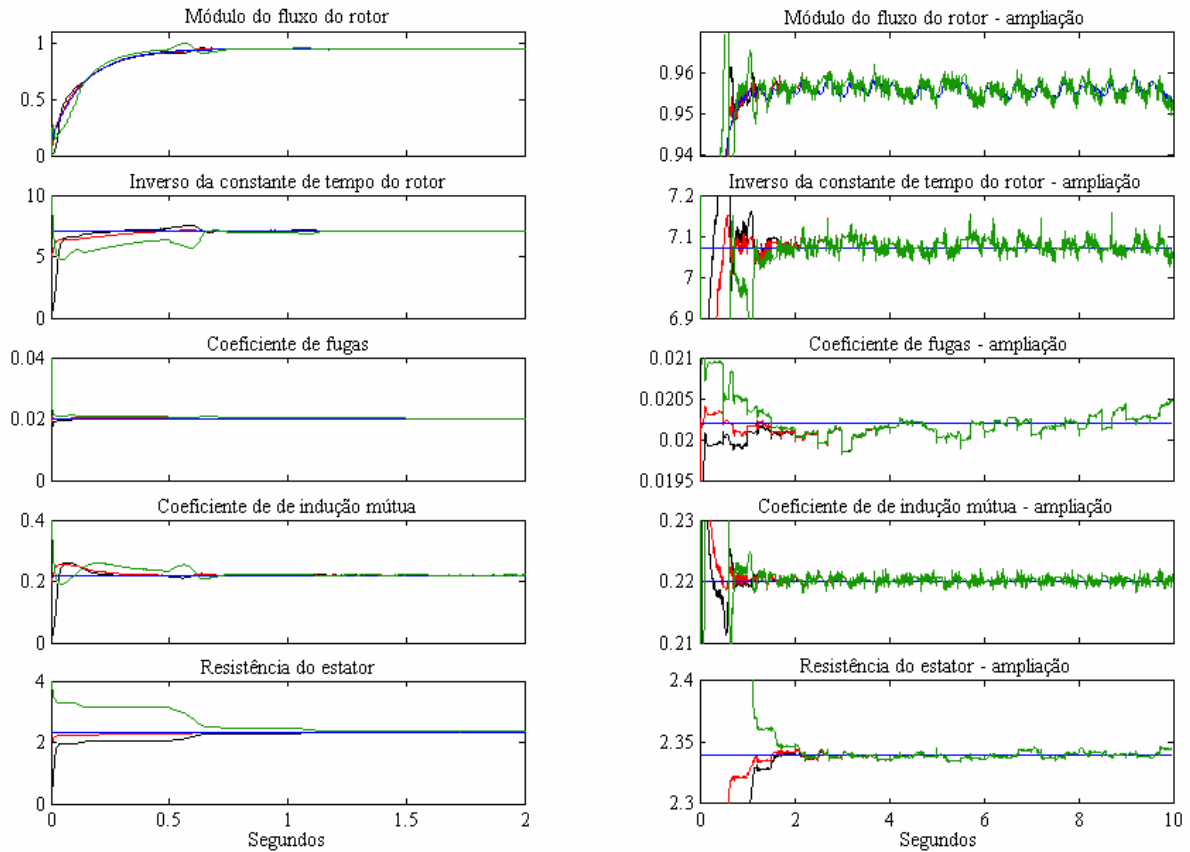


Figura 7.19: Teste de robustez do algoritmo do EKF na estimação do fluxo do rotor e todos os parâmetros, no referencial do rotor, em regime de funcionamento dinâmico contínuo, para diferentes valores iniciais das variáveis de estado. Os gráficos da coluna à direita são uma ampliação dos respectivos gráficos da coluna da esquerda.

Na secção 3.8.1.4 do capítulo 3, pudemos constatar que quanto maior for o ganho mais dinâmico será o comportamento do filtro, isto é, mais rapidamente a estimação do estado será modificada de modo a ter em conta novas medidas. Este comportamento expressa a falta de confiança na predição do estado estimado e pode ser ajustado aumentando os valores da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema,  $Q$  ( $R_s$  nas capítulos 1 a 6). Por outro lado, quanto maior for a covariância do ruído de medida, menor será o ganho, pelo que menos importância será dada a novas medidas na actualização da estimação do vector de estado o que expressa a falta de confiança nas novas medidas.

Deste modo, é possível ajustar individualmente e de modo diferenciado, os elementos das matrizes de covariância para aumentar ou diminuir a dinâmica do filtro relativamente ao acompanhamento de uma dada variável de estado e manter ou variar a sua dinâmica em relação às restantes variáveis de estado, conforme a informação disponível à partida sobre a dinâmica do vector de estado. Esta flexibilidade é importante quando o conteúdo informativo



dos sinais e a relação sinal-ruído variam ao longo do tempo, mas pode ser igualmente aproveitada durante o período inicial da estimação para reduzir o tempo de convergência.

Para ajustar a dinâmica do filtro simultaneamente e do mesmo modo para todas as variáveis de estado, podem ajustar-se os valores da diagonal da matriz de covariância do ruído de medida,  $R_m$ , enquanto que para ajustar individualmente e de modo diferenciado a dinâmica do filtro relativamente a cada variável de estado deve alterar-se o respectivo elemento da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema,  $Q$ , do modo anteriormente referido.

A figura 7.20 apresenta o comportamento do EKF para os seguintes casos da matriz de covariância do erro de medida:

1. estimação com  $R_m(k) = \text{diag}([1 \ 1], 0)$ ;
2. estimação com  $R_m(k) = \text{diag}([10 \ 10], 0)$ ;
3. estimação com  $R_m(k) = \text{diag}\left(\left[1 + 9 \times \left(1 - 10^{-\frac{t_k}{5}}\right) \quad 1 + 9 \times \left(1 - 10^{-\frac{t_k}{5}}\right)\right], 0\right)$ .

O 1º caso, com linhas de cor preta, parece ser uma boa opção para garantir uma convergência mais rápida, em particular dos parâmetros do estator, mas o algoritmo fica muito sensível a novas medidas e também a eventuais perturbações que deverão ser ignoradas. O ruído nos parâmetros estimados é, portanto, considerável e o algoritmo fica menos estável. No 2º caso, com linhas de cor verde, acontece precisamente o contrário, ou seja, o tempo de convergência é maior mas o “ruído” dos valores estimados após o período de convergência é menor e, consequentemente, a sensibilidade do algoritmo a eventuais perturbações de ruído será também menor. No 3º caso, com linhas de cor vermelha, temos os valores da diagonal da matriz de covariância do erro de medida a aumentarem exponencialmente no tempo com valor inicial igual a 1 e valor final igual a 10. Podemos verificar que corresponde à integração das vantagens dos dois primeiros casos e é particularmente importante para os parâmetros do estator. De qualquer modo, os valores finais da diagonal desta matriz correspondem a um compromisso entre a capacidade de acompanhamento dos parâmetros variantes no tempo e o nível de alerta em relação ao conteúdo de novas medidas e a imunidade a perturbações de ruído. As linhas azuis correspondem aos valores reais das variáveis de estado.

Uma alternativa, para este caso, poderia ser a aplicação de uma evolução exponencial crescente, nos elementos da diagonal da matriz de covariância do erro de sistema, correspondentes à estimação dos parâmetros do rotor.

Esta forma de inicialização das matrizes de covariância, aqui introduzida, será utilizada posteriormente, incluindo o próximo capítulo que é dedicado à validação experimental dos algoritmos de estimação.

Outro aspecto importante a considerar é o facto do algoritmo do EKF não ser completamente indiferente ao instante em que é iniciada a estimação das variáveis de estado. Para garantir a convergência do algoritmo em poucos segundos, o instante em que se inicia a estimação deve coincidir com o início de uma aceleração. Caso contrário, os valores iniciais dos parâmetros deverão estar mais próximos daqueles que se admitem ser os valores reais.

Na figura 7.21 é ilustrado o desempenho do algoritmo do EKF quando inicializado em  $t = 2.25$  s. Este instante corresponde ao início de um período de velocidade constante, como se

pode ver na figura 7.21(a), tendo sido programada a seguinte inicialização do vector de estado:

$$x_e(0) = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T. \quad (7.20)$$

Assim, com a inicialização (7.20), os parâmetros estimados convergem rapidamente para os valores correctos mesmo com início num período de velocidade constante.

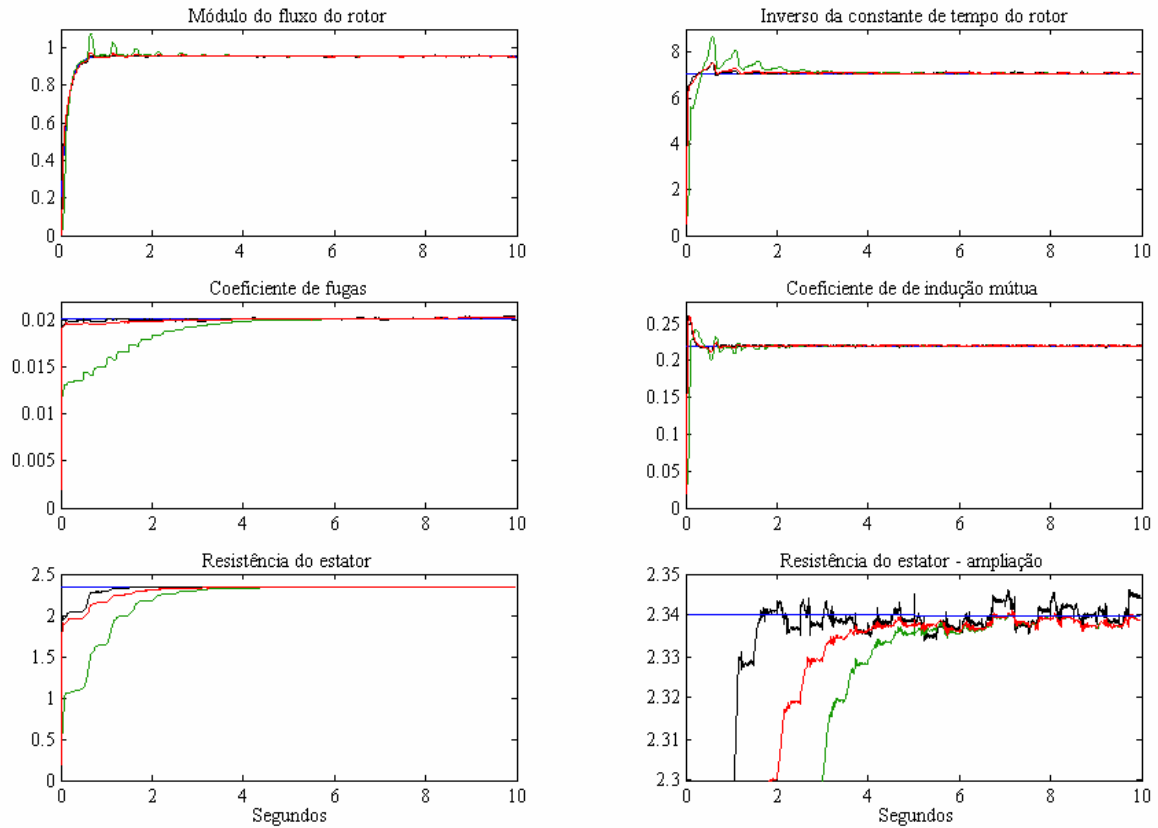
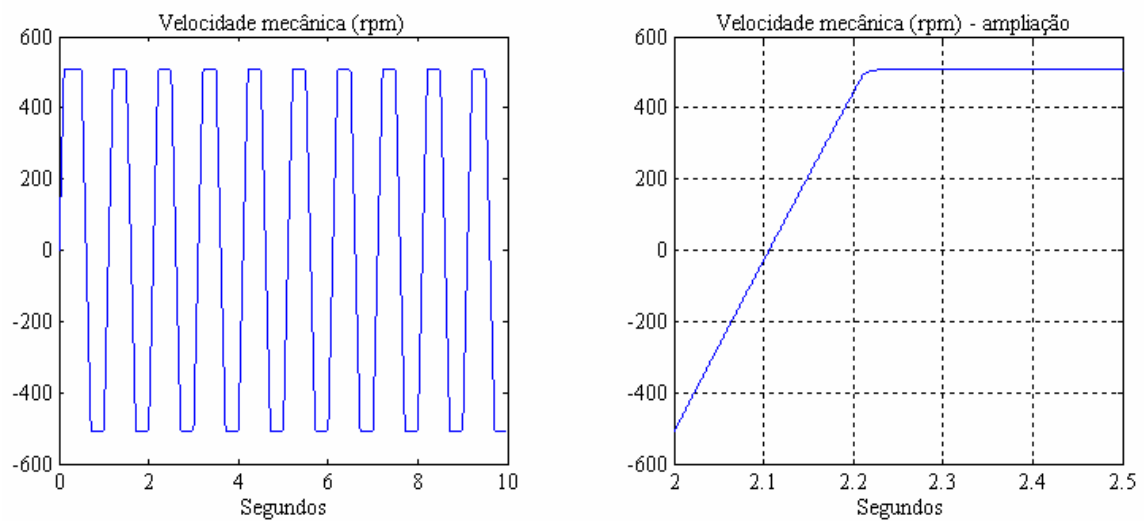
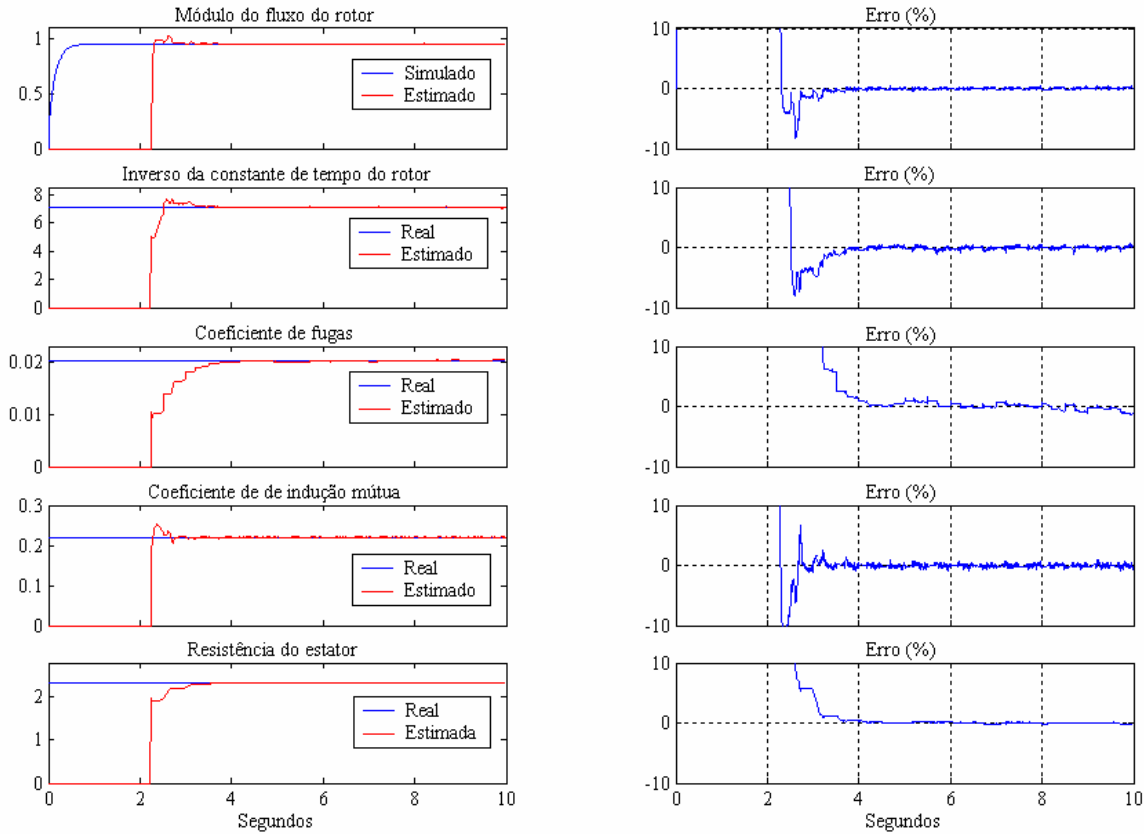


Figura 7.20: Desempenho do EKF para diferentes valores da matriz de covariância do erro de medida.



(a)



(b)

Figura 7.21: Desempenho do algoritmo do EKF quando inicializado em  $t = 2.25$  s, início de um período de velocidade constante. (a) Pormenor da velocidade no instante inicial da estimação e (b) módulo do fluxo e parâmetros estimados à esquerda e respectivos erros à direita.

#### 7.4.3. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor, conhecidos os parâmetros do estator

Do estudo realizado e dos resultados apresentados anteriormente, torna-se já evidente que há dificuldades consideráveis na estimação simultânea de todos os parâmetros, particularmente, na estimação dos parâmetros do estator, ou seja, o coeficiente de fugas,  $L'_s$ , e a resistência do estator,  $R_s$ . Foi possível constatar, na secção 7.4.2.1, que tal é mesmo impossível em regime permanente. Vejamos o que acontece relativamente à estimação do fluxo e parâmetros do rotor se admitirmos que os parâmetros do estator são conhecidos, o que não é difícil no caso da resistência do estator.

Admitindo que os parâmetros do estator são conhecidos, na figura 7.22 é apresentada uma situação de arranque para as 800rpm e binário de carga igual a 8Nm, com a estimação do fluxo e parâmetros do rotor, iniciada em instantes de tempo distintos:

- estimação com início em  $t=0$ s, que coincide com o período transitório de arranque;
- estimação com início em  $t=2$ s, quando o motor já se encontra numa zona de velocidade constante.

A inicialização foi feita como se segue:

$$x_e(0) = [0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.1]^T,$$

$$P(0) = \text{diag}([1e-6 \ 1e-6 \ 1e-6 \ 1e-6], 0),$$

$$Q = Q(0) = \text{diag}([1e-8 \ 1e-8 \ 1e-7 \ 1e-7], 0),$$

$$R_m = R_m(0) = \text{diag}([1 \ 1], 0).$$

Podemos concluir pela análise da figura 7.22 que o fluxo e parâmetros do rotor são correctamente estimados mesmo em regime permanente e com robustez considerável relativamente ao instante em que é iniciada a estimação.

O erro nos parâmetros estimados é inferior a 0.5% às 800rpm e inferior a 1.5% às 1500 rpm. O erro no fluxo estimado é praticamente nulo em ambos os casos.

Nesta situação, os erros no fluxo e parâmetros estimados do rotor são muito pequenos mas a dúvida coloca-se agora sobre a influência dos erros nos parâmetros conhecidos do estator sobre os valores estimados do fluxo e dos parâmetros do rotor. A figura 7.23 apresenta os erros no fluxo estimado do rotor e nos parâmetros estimados do rotor, relativamente a incertezas nos parâmetros do estator, quando estes variam  $\pm 50\%$ .

Como podemos verificar, da análise da figura 7.23, o erro nos parâmetros pode atingir os 10% se a incerteza nos parâmetros do estator for da ordem de  $\pm 50\%$ . Outra conclusão importante que se pode extrair da figura 7.23 é que quando são introduzidos erros nos parâmetros do estator, o fluxo estimado do rotor e os parâmetros estimados do rotor ajustam-se rapidamente de modo a anular o erro de predição e, como podemos ver no quarto gráfico das figuras 7.23(a) e 7.23(b), a corrente do estator simulada, utilizando os parâmetros estimados, é praticamente insensível às alterações verificadas no conjunto dos 4 parâmetros eléctricos do motor e coincidente com a corrente real. Este facto sugere que a adopção desta estratégia de estimação do fluxo e parâmetros do rotor deve ser complementada com outros algoritmos que permitam actualizar, periodicamente, os parâmetros do estator devido, por exemplo, à variação da resistência do estator com a temperatura.

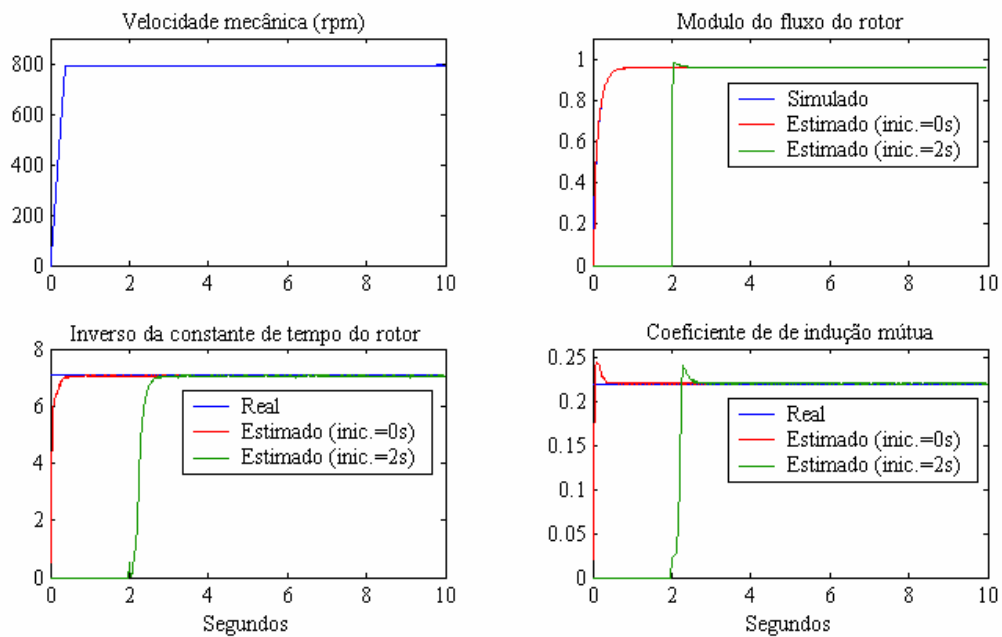


Figura 7.22: Desempenho do EKF na estimação do fluxo e parâmetros do rotor em regime permanente. Arranque para as 800rpm com binário de carga igual a 8Nm

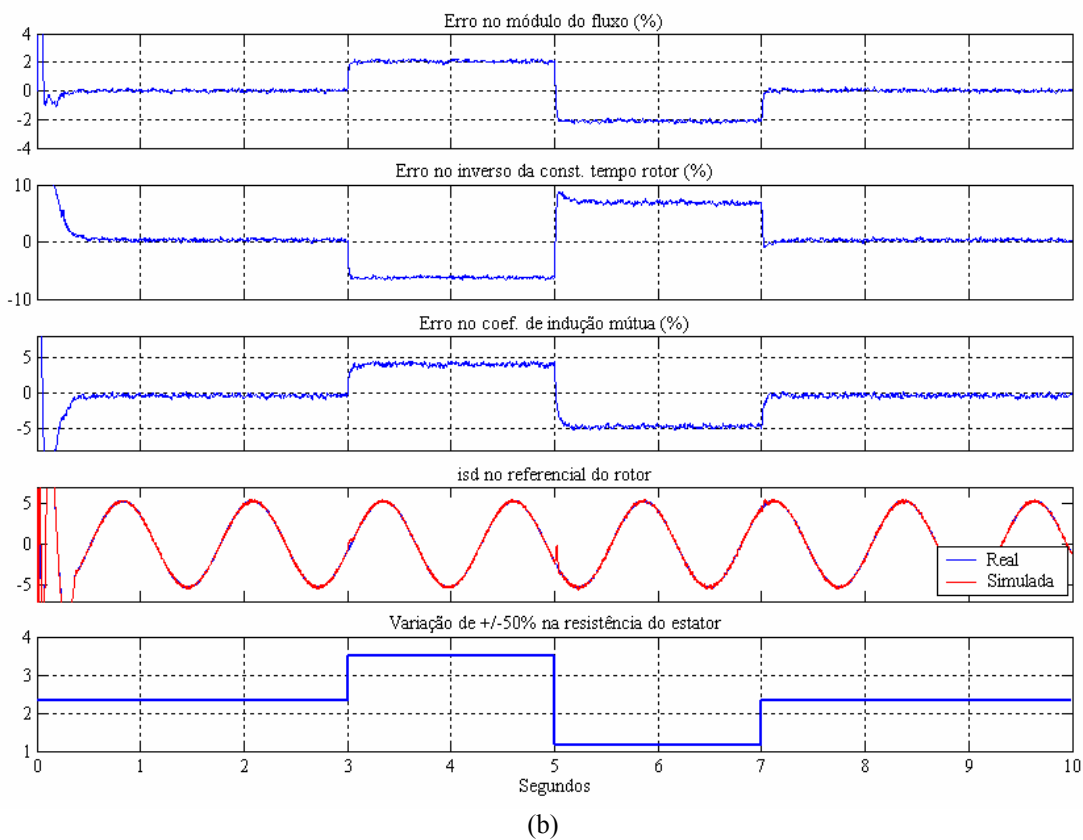
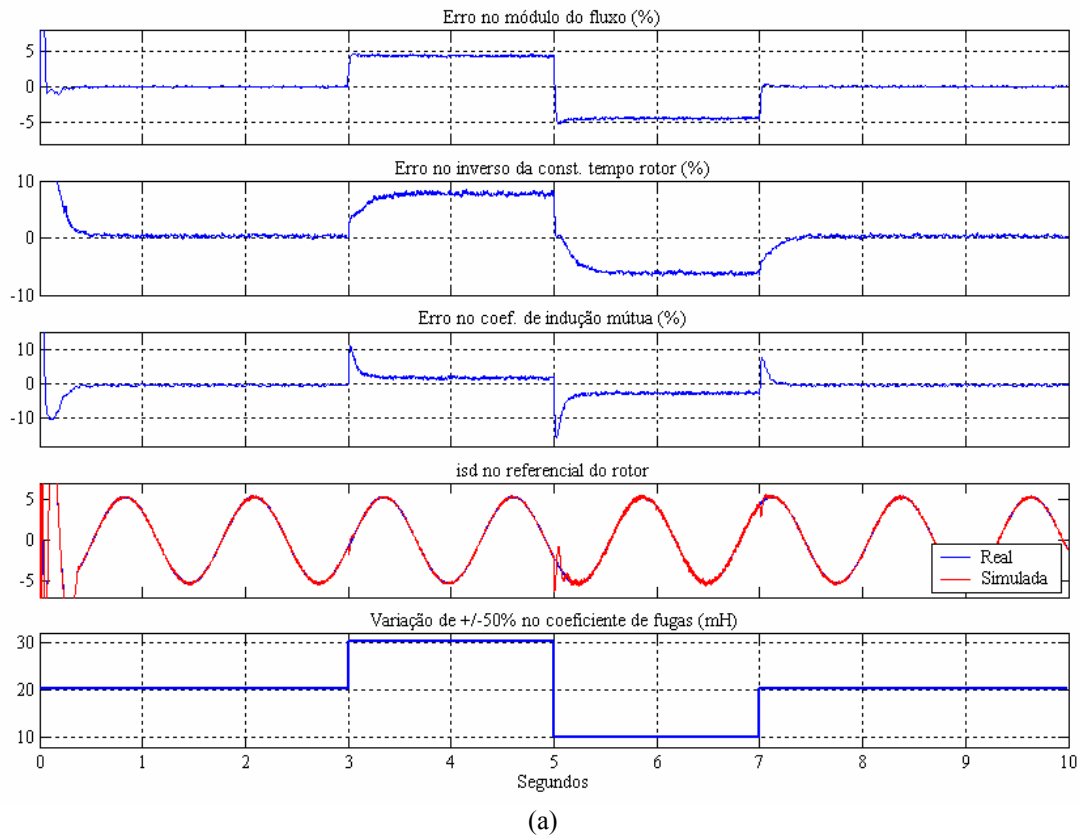


Figura 7.23: Erros no fluxo estimado do rotor e nos parâmetros estimados do rotor, relativamente a incertezas nos parâmetros do estator, quando estes variam  $\pm 50\%$ . (a) Variação de  $\pm 50\%$  no coeficiente de fugas e (b) variação de  $\pm 50\%$  na resistência do estator.

## 7.5. Aplicação de novas metodologias de identificação

A estimação conjunta do fluxo do rotor e de todos os parâmetros eléctricos do motor vai ser implementada nas próximas secções, de acordo com a nova metodologia de identificação descrita na secção 6.3 do capítulo 6.

### 7.5.1. Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator

Na presente secção vamos estimar o fluxo do rotor e os parâmetros do rotor,  $\tau_r$  e  $L_M$ , utilizando a estrutura de modelos descrita na secção 6.3.1. Tal foi já realizado na secção 7.4.3 acima, admitindo que os parâmetros do estator eram conhecidos. Na secção 6.3.2 foram obtidas estruturas de modelos lineares em ambos os referenciais, do rotor e do estator, para a estimação dos parâmetros do estator, utilizando métodos recursivos de erro de predição (RPEM), cuja aplicação foi detalhada na secção 6.3.2.3.

Na presente secção será demonstrada a utilização da estrutura de modelos da secção 6.3.2.2 que permite estimar os parâmetros do estator no referencial do estator, utilizando alguns RPEM. Por outro lado, a metodologia utilizada está ilustrada nas figuras 6.4(a) e 6.4(c), isto é, com estimação autónoma e independente entre os parâmetros do rotor e do estator e o mesmo entre estes dois últimos.

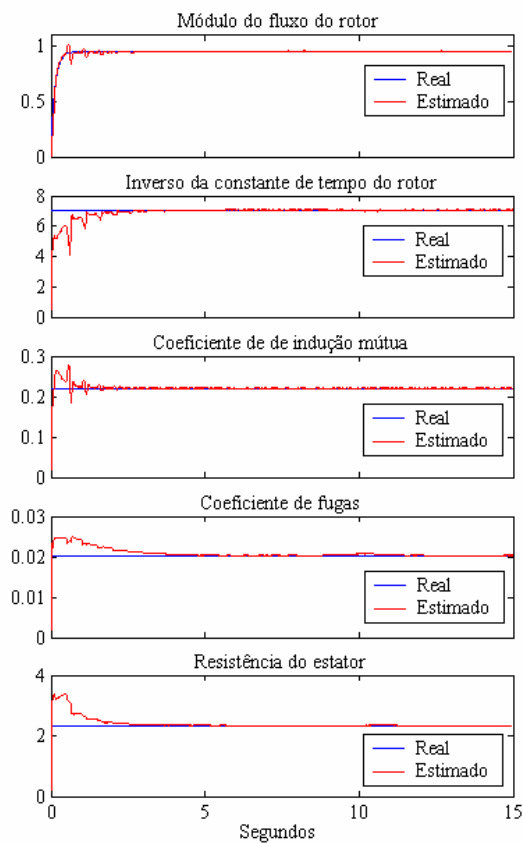
Na figura 7.24 são apresentados os resultados da estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, utilizando neste último caso três algoritmos recursivos diferentes, nomeadamente:

- ♦ algoritmo do filtro de Kalman (KF);
- ♦ método de mínimos quadrados recursivo com factor de esquecimento (RLS);
- ♦ método do gradiente não normalizado (Grad.).

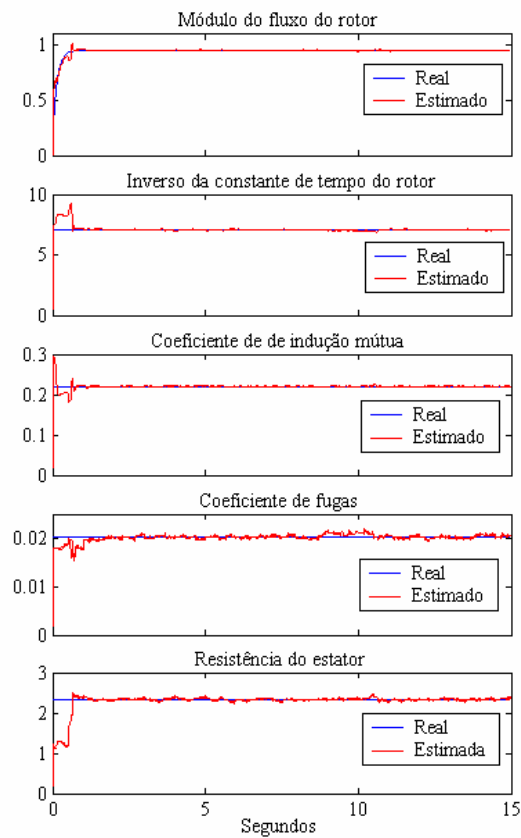
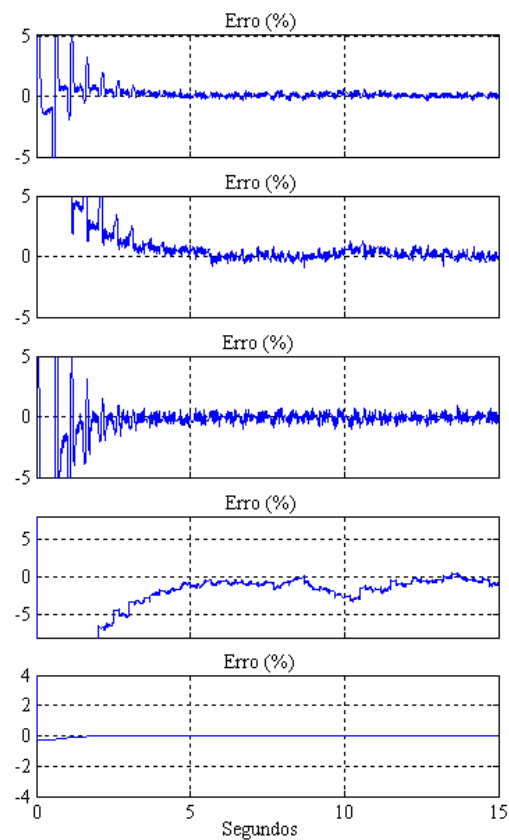
Os resultados da estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF e dos parâmetros do estator via RPEM, utilizando neste último caso o algoritmo do KF, estão apresentados na figura 7.24(a). As figuras 7.24(b) e 7.24(c) apresentam os resultados da estimação dos parâmetros do estator utilizando o algoritmo RLS e do gradiente, respectivamente.

O teste foi realizado com o motor de indução em regime dinâmico contínuo, invertendo a sua velocidade entre  $\pm 500$ rpm e com binário de carga igual a 8Nm. A inicialização dos algoritmos foi efectuada como apresentado nas tabelas 7.1 a 7.3.

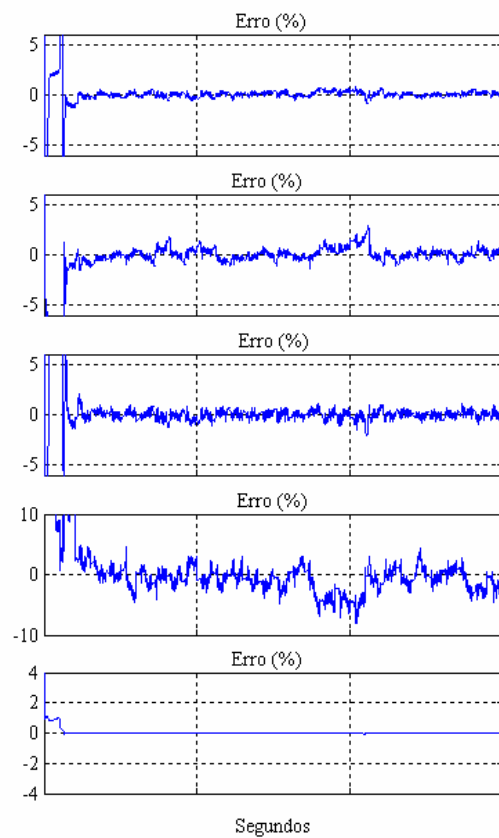
Dos testes realizados foi possível concluir que a estimação independente dos parâmetros do estator e autónoma em relação à estimação do fluxo e parâmetros do rotor, mas realizada em simultâneo e de modo interligado, não depende significativamente do algoritmo recursivo de erro de predição utilizado, embora se possa destacar o método do gradiente pelos erros obtidos na estimação dos parâmetros do estator serem mais baixos, pelo esforço computacional ser mais reduzido em relação ao KF e RLS, bem como pela maior rapidez de convergência. Contudo, e uma vez mais, foi também possível constatar que para haver sucesso no procedimento de identificação, o motor de indução deverá permanecer em regime dinâmico. Caso contrário, deve ser inibida a estimação dos parâmetros do estator, mantendo o seu valor estimado mais recente, podendo o algoritmo do EKF continuar com a estimação do fluxo e parâmetros do rotor, aguardando por um novo período de funcionamento que seja adequado à estimação dos parâmetros do estator.



(a)



(b)



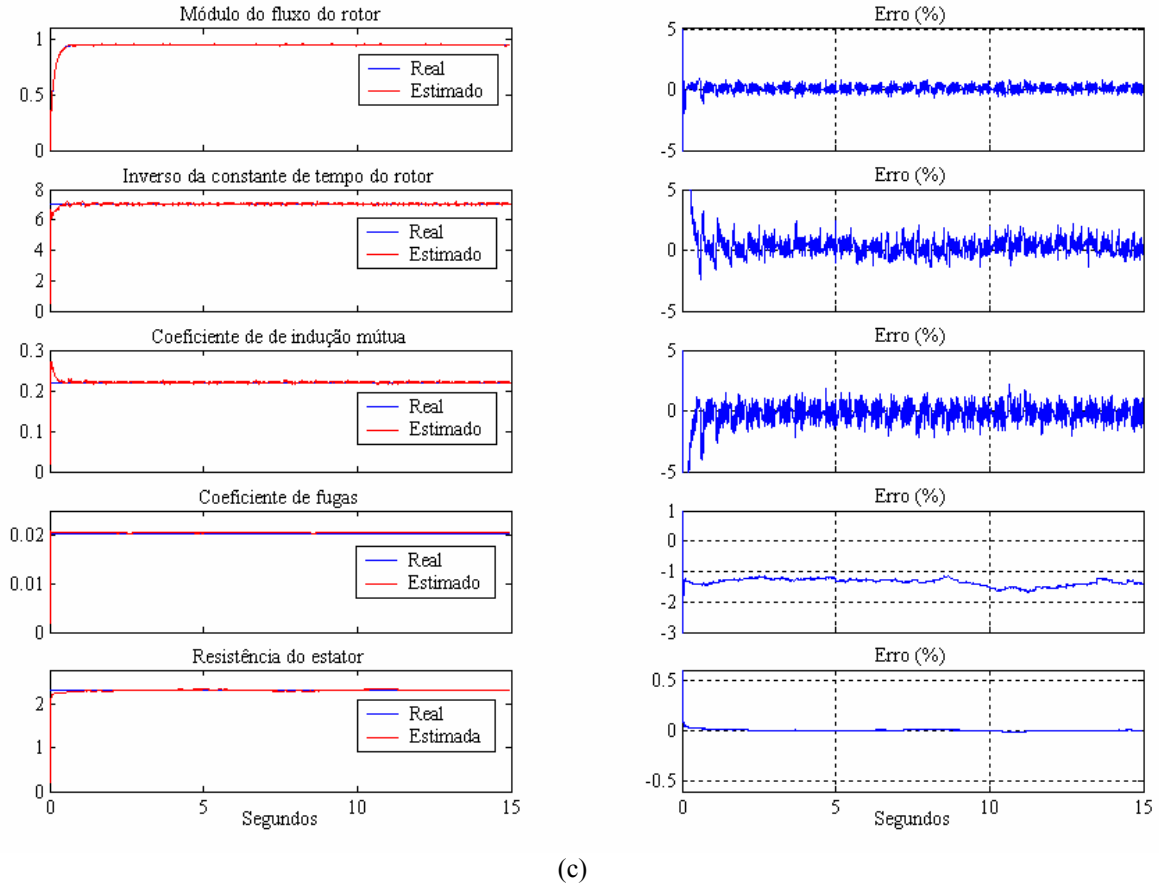


Figura 7.24: Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF, no referencial do rotor, e dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do estator, utilizando neste último caso três algoritmos recursivos diferentes, nomeadamente: (a) Algoritmo do filtro de Kalman, (b) método de mínimos quadrados recursivo com factor de esquecimento e (c) método do gradiente.

Tabela 7.1: Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do filtro de Kalman.

EKF, referencial do rotor	RPEM (KF), referencial do estator
Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	Estimação de $L_s'$ e $R_s$
$x_e(0) = [0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.1]^T$ $P(0) = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0)$ $Q = \text{diag}([1e-7 \quad 1e-7 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0)$ $R_m = \text{diag}([10 \quad 10], 0)$	<p>Quer para <math>L_s'</math> quer para <math>R_s</math> foi utilizado:</p> $Q = 1e-7 \text{ e } P(0) = 1e-6$ $R_m(k) = 1 + 9 \times 10^{-t_k}$



Tabela 7.2: Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método de mínimos quadrados recursivo, com factor de esquecimento.

EKF, referencial do rotor	RPEM (RLS), referencial do estator
Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	Estimação de $L_s'$ e $R_s$
Igual à tabela 7.1	Quer para $L_s'$ quer para $R_s$ foi utilizado o factor de esquecimento: $\lambda = 0.995$

Tabela 7.3: Utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método do gradiente.

EKF, referencial do rotor	RPEM (Grad.), referencial do estator
Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	Estimação de $L_s'$ e $R_s$
Igual à tabela 7.1, mas com $R_m = \text{diag}([1 \ 1], 0)$	Ganho na estimação de $L_s'$ : $1e-6$ Ganho na estimação de $R_s$ : $1e-5$

### 7.5.2. Estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator

A metodologia de identificação que é investigada nesta secção, para estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, consiste na utilização de estruturas de modelos lineares, embora variantes no tempo, evitando a utilização do EKF, recorrendo à metodologia de estimação com algoritmos interligados. Por outras palavras, podemos descrever esta estratégia como a aplicação de um filtro adaptativo baseado no filtro de Kalman para a estimação do fluxo do rotor, no qual os parâmetros são actualizados em cada iteração, ou sempre que possível, os quais, por sua vez, são estimados recorrendo a métodos recursivos de erro de predição. Os parâmetros do estator são estimados tal como foi feito na última secção enquanto que os parâmetros do rotor passam a ser estimados, conjuntamente e no referencial do rotor, utilizando também um método recursivo de erro de predição. Neste caso, porém, em vez de ser estimado o coeficiente de indução mútua  $L_M$  será estimada a resistência do rotor referida ao estator, dada por  $R_{ref} = L_M / \tau_r$ . A estratégia que acabamos de descrever encontra-se ilustrada na figura 7.25.

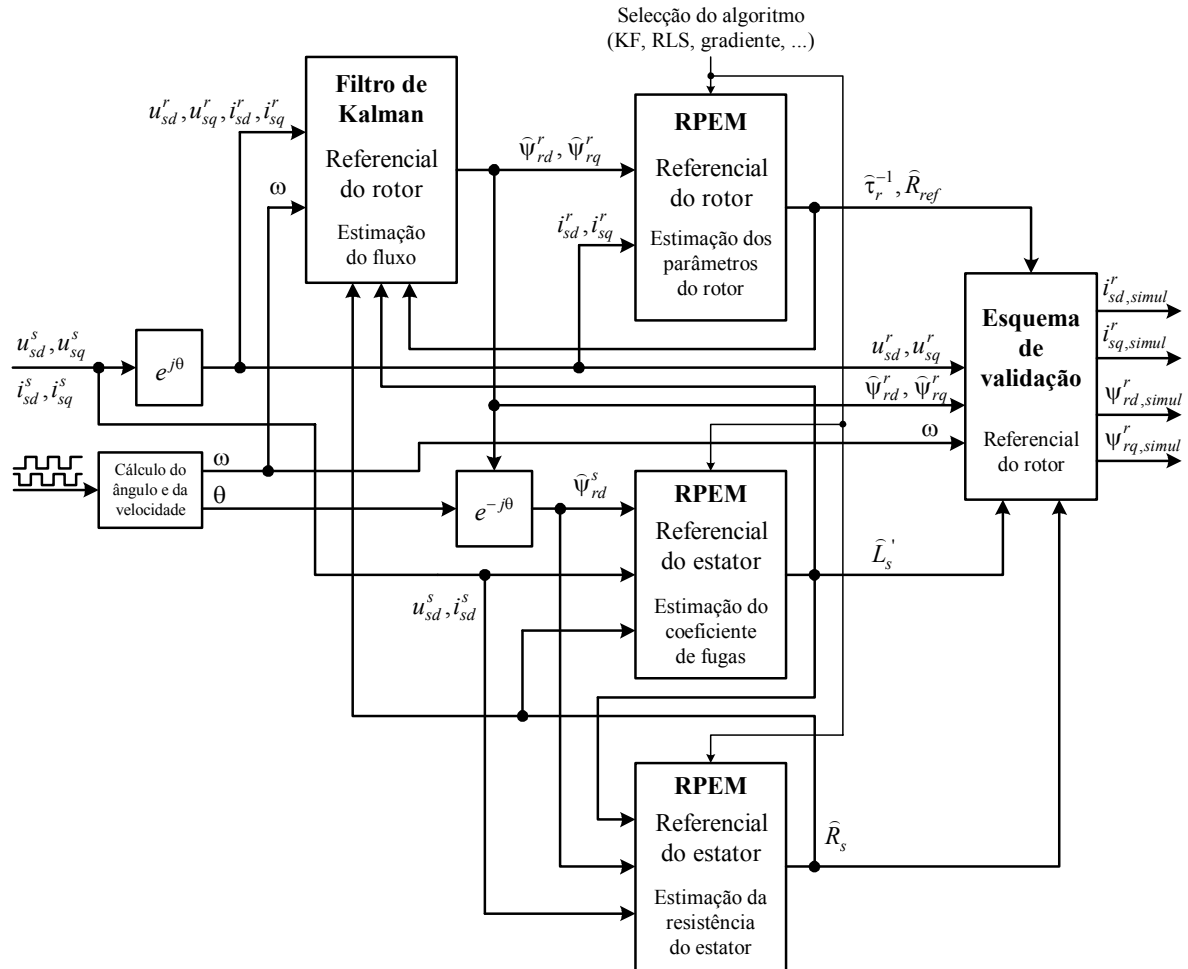


Figura 7.25: Metodologia de algoritmos interligados para estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator.

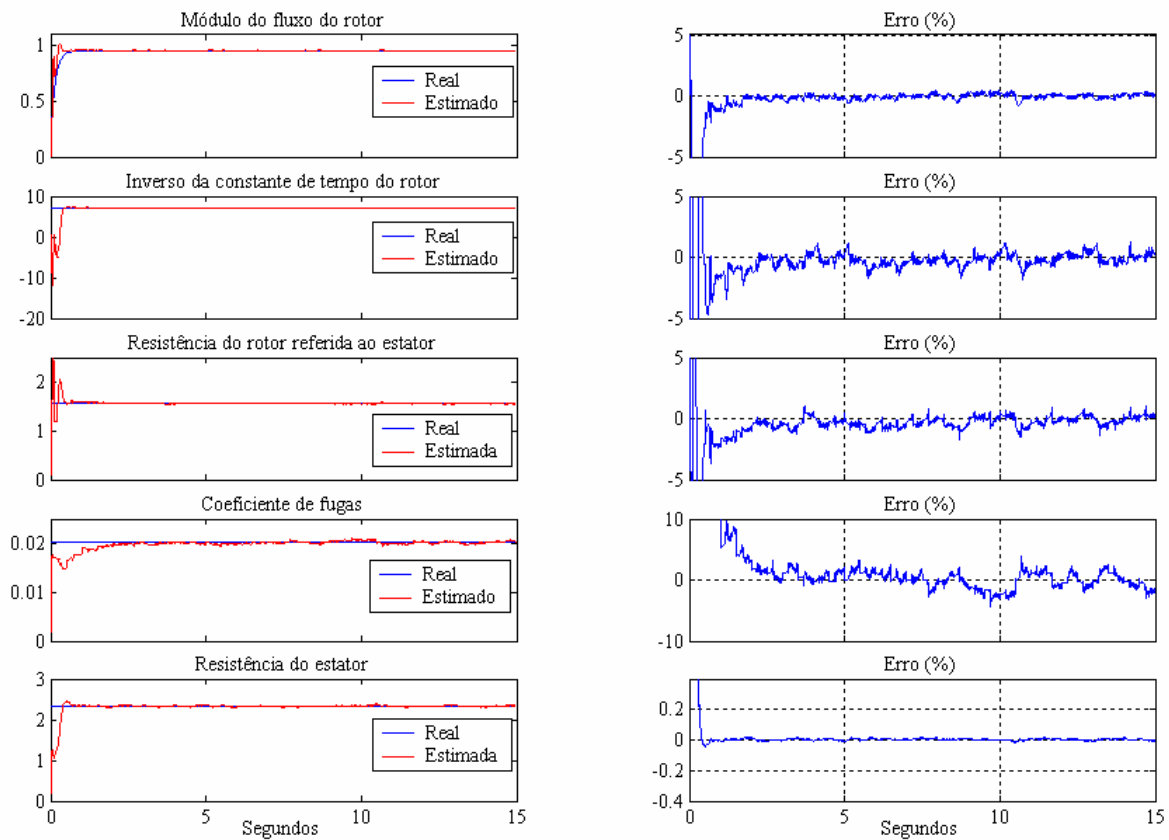
Os resultados da aplicação da metodologia ilustrada pela figura 7.25 estão apresentados na figura 7.26. No caso na figura 7.26(a) foram utilizados os algoritmos do KF, do gradiente e RLS para a estimação do fluxo, dos parâmetros do rotor e do estator, respectivamente. No caso na figura 7.26(b) foram utilizados os algoritmos do KF e do gradiente, para a estimação do fluxo e dos parâmetros, respectivamente. A inicialização dos algoritmos foi efectuada de acordo com a tabela 7.4.

Os testes de simulação realizados mostram que à medida que mais algoritmos vão sendo integrados maior é a dificuldade em sintonizar o arranque adequado dos algoritmos interligados, partindo de valores muito afastados dos valores reais como foi o caso até aqui e, em particular, na figura 7.26. Durante a fase inicial da estimação, e em todos os algoritmos, a predição dos sinais de saída, dos sistemas virtuais inerentes a cada algoritmo, estão muito longe das saídas “reais” desses sistemas virtuais, uma vez que são baseadas em parâmetros e/ou fluxos que estão também a ser estimados por outros algoritmos. Consequentemente, a dificuldade e o tempo de convergência aumentam significativamente, sendo este facto visível na figura 7.26. Por outro lado, o ajuste dos algoritmos é tanto mais difícil quanto maior for o seu número, uma vez que, como se encontram interligados, não pode ser feito de modo completamente independente. Note-se, por exemplo, que o modo como um algoritmo arranca influencia decisivamente o arranque dos restantes, apesar de se ter procurado garantir, através de um trabalho de modelação profundo, os seguintes factos relevantes:

1. os parâmetros do estator não são utilizados pelos algoritmos de estimação dos parâmetros do rotor e vice-versa;
2. a velocidade não é utilizada pelos algoritmos de estimação dos parâmetros.

Tabela 7.4: Inicialização dos algoritmos utilizados na figura 7.25.

Estimação de: $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r$	Estimação de: $\tau_r^{-1}, R_{ref}$	Estimação de: $L_s', R_s$
KF	Gradiente	RLS
$x(0) = [0 \ 0]^T$	$\tau_r^{-1}(0) = 0.1$	$\tau_r^{-1}(0) = 0.1; R_{ref}(0) = 0.1$
$P(0) = \text{diag}([1e-8 \ 1e-8], 0)$	$R_{ref}(0) = 0.1$	Factor de esquecimento:
$Q = \text{diag}([1e-8 \ 1e-8], 0)$	Ganho: $\gamma = 1e-4$	$\lambda_{L_s'} = \lambda_{R_s} = 0.998$
$R_m = \text{diag}([1 \ 1], 0)$	Gradiente	Gradiente
	$\gamma = 1e-4$	$\gamma = 1e-5$



(a)

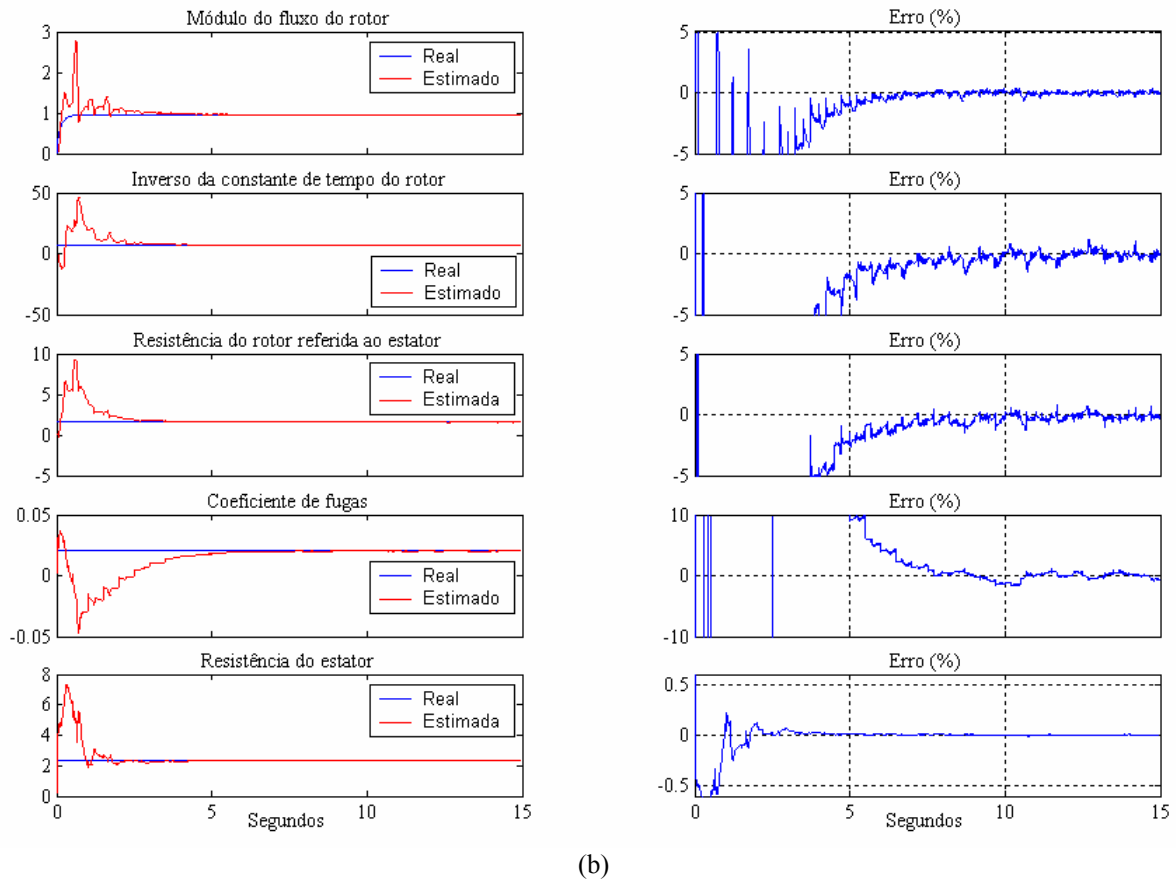


Figura 7.26: Desempenho da metodologia de algoritmos interligados. (a) Estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via método do gradiente no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RLS no referencial do estator; (b) o mesmo que em (a) mas com os parâmetros do estator também estimados com o método do gradiente.

Repare-se que tal só é possível utilizando as estruturas de modelos desenvolvidas no capítulo 6, as quais descrevem as estruturas de modelos recorrendo, simultaneamente, ao referencial do rotor, para o fluxo e parâmetros do rotor, e ao referencial do estator, para os parâmetros do estator.

Apesar das vantagens que advêm dos factos referidos, o algoritmo do KF que estima as componentes do fluxo do rotor necessita dos valores estimados de todos os parâmetros e os restantes algoritmos necessitam, por sua vez, das componentes estimadas do fluxo do rotor, como se constata da observação da figura 7.25.

As dificuldades de arranque podem ser, contudo, facilmente ultrapassadas se os valores iniciais dos parâmetros forem bastante mais próximos das estimativas dos valores reais dos parâmetros. Não desprezando esta possibilidade, que na prática deverá ser entendida como um requisito, nem os resultados obtidos do trabalho de modelação, a estratégia ilustrada pela figura 7.25 tem a mesma dificuldade incontornável dos algoritmos das secções anteriores que resulta da não unicidade do modelo quando estimado em regime permanente e, portanto, o conjunto de parâmetros estimados que produz correntes do estator praticamente iguais às respectivas correntes medidas, não é único. Por outro lado, o esforço computacional, particularmente no caso se não se usar o método do gradiente na estimação dos parâmetros, pode ser incompatível com requisitos de estimação simultânea, em tempo real, do fluxo do rotor e de todos os parâmetros.

Embora as dificuldades acima enumeradas sejam decisivas, o conceito de identificação que esteve na origem da metodologia de identificação da figura 7.25, permanece válido e pode ser descrito como uma forma de algoritmo supervisor que estimará o fluxo do rotor em cada iteração, por requisitos das leis de controlo, enquanto que os parâmetros serão estimados sempre a sua actualização for pertinente e as condições de funcionamento do motor garantirem a persistência dos sinais adequada à excitação conveniente do(s) parâmetro(s) a estimar. Neste contexto, a estratégia adoptada na secção 7.5.1 não é mais do que um caso particular.

### 7.5.3. Súmula

Em termos gerais, os testes de identificação realizados, utilizando diferentes metodologias de estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, permitem concluir que a estimação simultânea destas variáveis e em qualquer ponto de funcionamento, não é garantida pelas razões já referidas nas últimas secções. Contudo, foi possível concluir o seguinte:

- o fluxo do rotor pode ser estimado em cada iteração, para ser usado na lei de controlo, utilizando o algoritmo do KF ou EKF;
- a influência da variação temporal dos parâmetros eléctricos do motor sobre a estimação do fluxo do rotor, como demonstrado na secção 7.4.1.2, pode e deve ser compensada pela actualização dos valores dos parâmetros;
- a actualização dos parâmetros eléctricos do motor, em tempo real e em funcionamento normal, pode ser realizada tendo em conta o ponto de funcionamento do motor;
- o coeficiente de indução mútua,  $L_M$ , não exige um ponto de funcionamento específico para ser correctamente estimado;
- a constante de tempo do rotor,  $\tau_r$ , poderá ser estimada conjuntamente com o coeficiente de indução mútua, como demonstrado nas secções 7.4.3 e 7.5.1, mesmo em regime permanente, desde que se “congele” a estimação nos períodos de funcionamento em vazio ou de binário de carga muito baixo;
- os parâmetros do estator deverão ser estimados, preferencialmente, no referencial do estator, ao contrário do fluxo e parâmetros do rotor, os quais deverão ser estimados, preferencialmente, no referencial do rotor;
- o coeficiente de fugas,  $L_s'$ , deverá ser estimado em períodos de regime dinâmico importante, onde a derivada da corrente do estator seja significativa;
- a resistência do estator,  $R_s$ , deverá ser estimada em zonas de funcionamento de baixas velocidades, onde a tensão do estator é mais baixa e a queda de tensão devido à resistência do estator ganha uma importância relativa mais significativa.

## 7.6. Estimação da velocidade de rotação e do fluxo do rotor

A presente secção é dedicada à estimação conjunta da velocidade e do fluxo do rotor, utilizando a estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, desenvolvida na secção 6.2.2 do capítulo 6. Como se constatou na altura, a estrutura de modelos da secção 6.2.1 que permite estimar o fluxo do rotor no referencial do estator, passa a ser não linear quando se estende o vector de estado, composto pelas componentes do fasor fluxo do rotor, à velocidade de rotação do motor. Assim, será utilizado o EKF para a estimação conjunta da velocidade de rotação e do fluxo do rotor, naturalmente, no referencial do estator.

A estrutura de modelos de ordem reduzida é descrita pelas equações (6.14) e (6.16) que são, respectivamente, a equação de estado e de saída. O vector de estado, como referimos, é estendido à velocidade de rotação como em (6.12), contudo, à semelhança do que foi feito para a estimação dos parâmetros, a velocidade eléctrica foi devidamente escalada de modo a ter aproximadamente a amplitude do fluxo, à velocidade nominal. Deste modo, o vector de estado (6.12) é definido por:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} K_1 \times \psi_{rd}^s(k) & K_2 \times \psi_{rq}^s(k) & K_\omega \times \omega(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) & x_{e_2}(k) & x_{e_3}(k) \end{bmatrix}^T, \quad (7.21)$$

em que  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_\omega$  são constantes de escalonamento definidas como se segue:

$$K_1 = K_2 = 1, \quad K_\omega = 0.0032. \quad (7.22)$$

O algoritmo do EKF, para esta aplicação, está ilustrado na figura 6.1 do capítulo 6. A inicialização foi efectuada como se segue:

$$x_e(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$P(0) = \text{diag}([1e-8 \quad 1e-8 \quad 1e-8], 0).$$

As matrizes de covariância do erro de sistema e de medida que foram utilizadas são, respectivamente,

$$Q = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-9], 0) \quad (7.23)$$

$$R_m = \text{diag}([1 \quad 1], 0). \quad (7.24)$$

### 7.6.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros

Nesta secção é analisada a influência dos erros nos parâmetros, relativamente à estimação conjunta da velocidade e fluxo do rotor, tendo em conta que são conhecidos à partida com alguma incerteza e que variam no tempo de modo significativo.

A influência referida no parágrafo anterior varia, naturalmente, com o ponto de funcionamento do motor. Na figura 7.27 são apresentados os erros relativos na velocidade e no fluxo do rotor quando a referência de velocidade é de 100rpm e o binário de carga é igual a 8Nm (pouco mais de metade do binário nominal). Os erros foram obtidos variando individualmente cada parâmetro de  $-50\%$  a  $+50\%$  do seu valor real. O mesmo estudo da figura 7.27 foi repetido para uma referência de velocidade igual a 1500 rpm e está apresentado na figura 7.28.

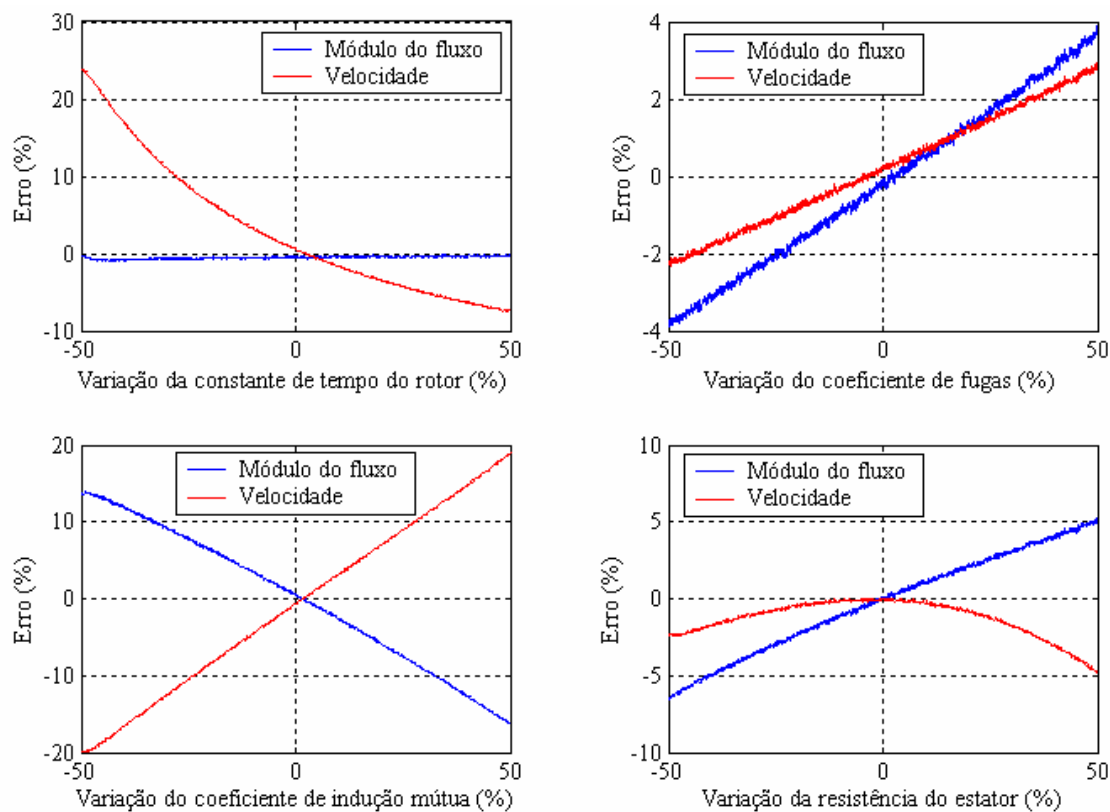


Figura 7.27: Erros relativos na estimação da velocidade e do fluxo do rotor quando a referência de velocidade é de 100rpm e o binário de carga é igual a 8Nm.

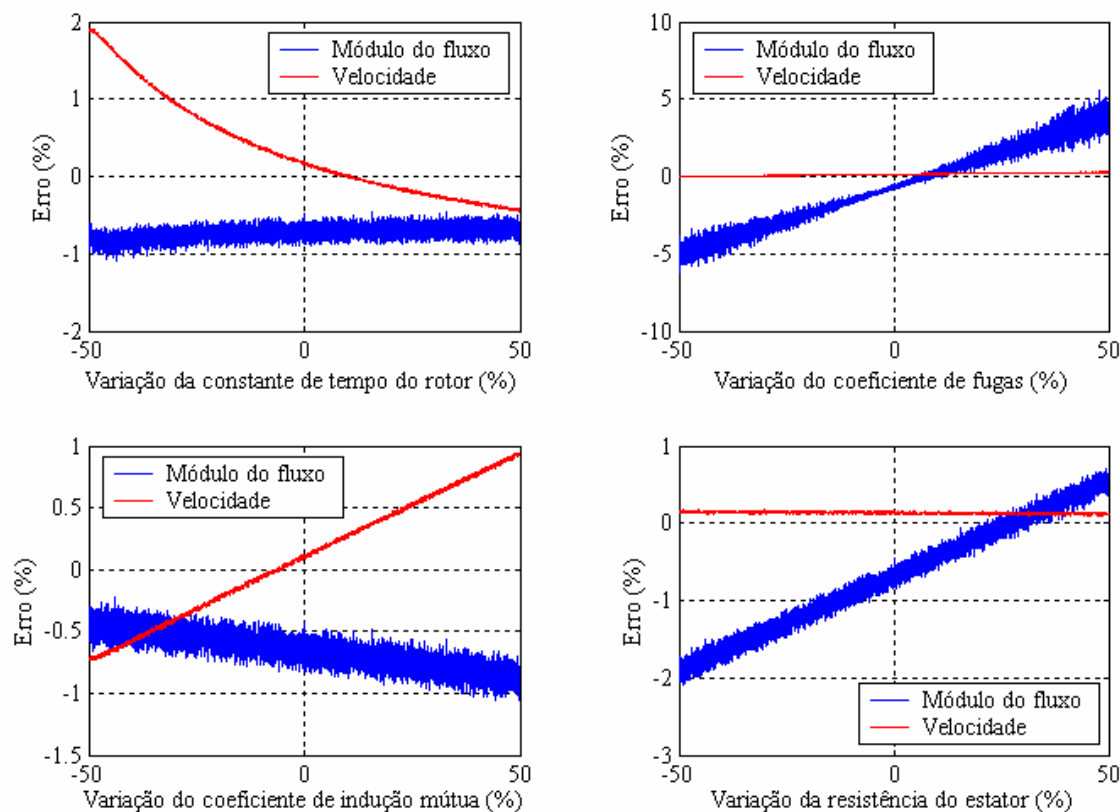


Figura 7.28: Erros relativos na estimação da velocidade e do fluxo do rotor quando a referência de velocidade é de 1500rpm e o binário de carga é igual a 8Nm.

Através dos testes de simulação realizados foi possível concluir que o erro na velocidade estimada, bem como no fluxo estimado, pode ser significativo às baixas velocidades se os parâmetros não forem conhecidos com alguma precisão, particularmente os parâmetros do rotor. Esta conclusão é também confirmada pela observação das figuras 7.27 e 7.28.

### 7.6.2. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico

O desempenho óptimo do algoritmo do EKF na estimação da velocidade de rotação do motor em regime dinâmico deve ser um compromisso entre:

- ♦ o regime permanente ou as zonas de funcionamento onde a variação da velocidade do motor é relativamente pequena e
- ♦ o regime transitório onde a variação de velocidade é significativa.

Este compromisso reflecte-se, em termos práticos e de modo mais significativo, no valor da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema relativa à variável de estado correspondente à velocidade, isto é,  $Q_{33}$ , que em (7.23) é igual a  $10^{-9}$ .

Na figura 7.29 é ilustrado o comportamento do EKF na estimação da velocidade durante um arranque do motor para as 1500 rpm, em 4 testes nos quais foram utilizados os 4 valores seguintes no elemento  $Q_{33}$ , que ajusta a dinâmica do EKF relativamente à estimação da velocidade:

teste 1:  $Q_{33} = 1e-6$

teste 2:  $Q_{33} = 1e-7$

teste 3:  $Q_{33} = 1e-8$

teste 4:  $Q_{33} = 1e-9$

Pela comparação da velocidade real com a evolução da velocidade estimada, bem como pela análise ao erro absoluto da velocidade estimada, presentes na figura 7.29, pode concluir-se que o valor  $Q_{33} = 1e-6$  produz o menor erro em regime transitório enquanto que o valor  $Q_{33} = 1e-9$  produz o menor erro em regime permanente.

A constatação do parágrafo anterior é pertinente em aplicações de controlo do motor de indução em que a referência corresponde à velocidade de rotação. Nestes casos, o algoritmo de estimação de velocidade pode ter em conta a referência de velocidade para reagir em antecipação às alterações mais significativas da velocidade real do motor. Isto permite que o algoritmo se ajuste automaticamente e em antecipação, à realidade dos instantes seguintes, sabendo à partida quando é que deve estar alerta em relação a variações de velocidade bruscas ou lentas.

Outro aspecto importante a ter em conta no compromisso anteriormente referido, reside no facto do aumento do valor do elemento  $Q_{33}$ , e consequentemente da dinâmica do filtro em relação à estimação da velocidade, tornar o algoritmo mais sensível em relação às imprecisões nos parâmetros eléctricos do motor, contribuindo assim para um aumento do erro na velocidade estimada, a baixas velocidades.

O comportamento do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico contínuo pode ser observado nas figuras 7.30(a) a (d) com inversões de velocidade entre  $\pm 1500$ rpm,



$\pm 500\text{rpm}$ ,  $\pm 60\text{rpm}$  e  $\pm 10\text{rpm}$ , respectivamente, e binário de carga igual a  $8\text{Nm}$ . No caso da figura 7.30(e) a velocidade varia continuamente entre 0 e  $10\text{rpm}$ .

Os resultados apresentados na figura 7.30, mostram a grande robustez do algoritmo do EKF de ordem reduzida na estimação da velocidade de rotação do motor de indução, a qual será confirmada com dados experimentais, no próximo capítulo. O erro na velocidade estimada é muito pequeno mesmo a velocidade nula ou muito baixa. Contudo, neste caso, tal só é garantido se os parâmetros do motor forem conhecidos com alguma precisão.

## 7.7. Resumo

O presente capítulo começou com a descrição, na secção 7.2, do modelo de simulação do motor de indução e do esquema de controlo vectorial que foi utilizado para gerar os sinais necessários à investigação do desempenho das metodologias desenvolvidas no capítulo anterior para a estimação das componentes do fluxo do rotor, parâmetros eléctricos e velocidade de rotação. Os diferentes procedimentos de identificação foram analisados através de um conjunto de testes de simulação, como fase prévia e imprescindível antes de passar aos testes experimentais cujos resultados são apresentados no próximo capítulo.

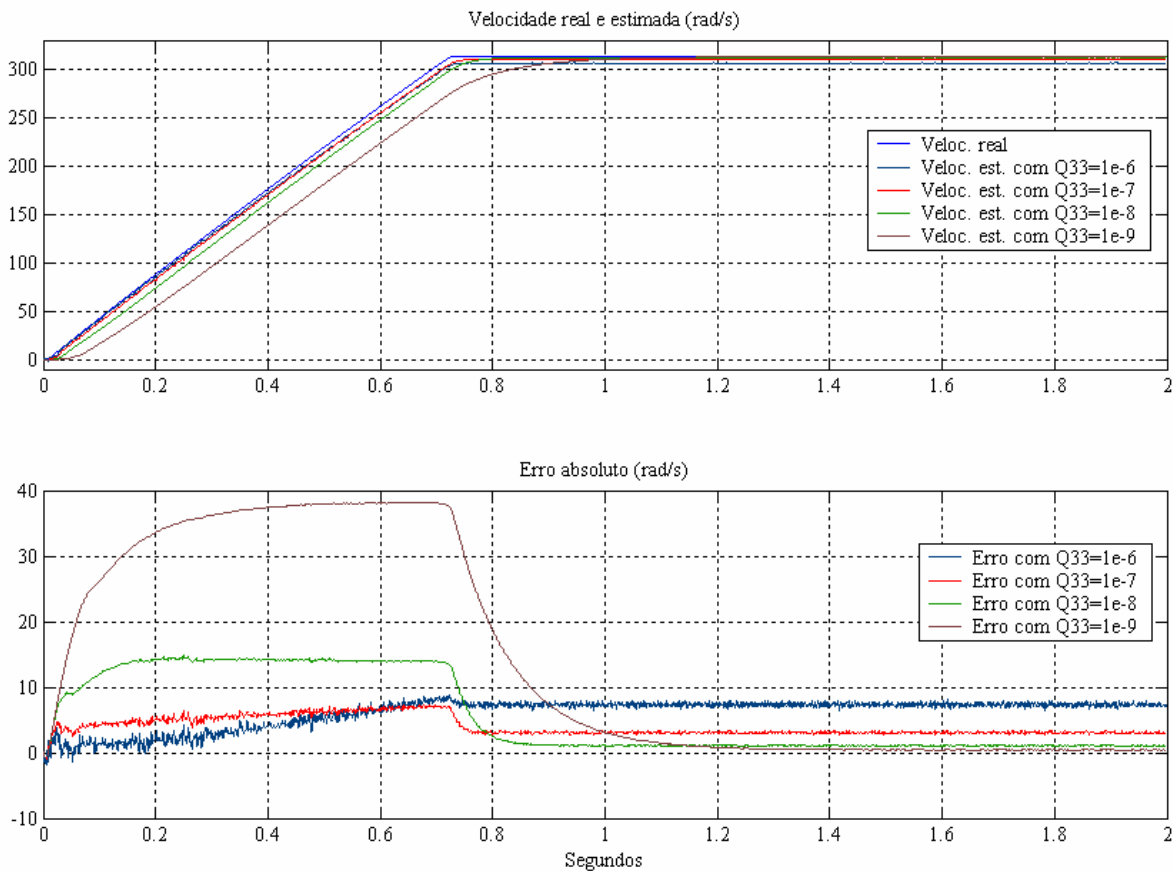
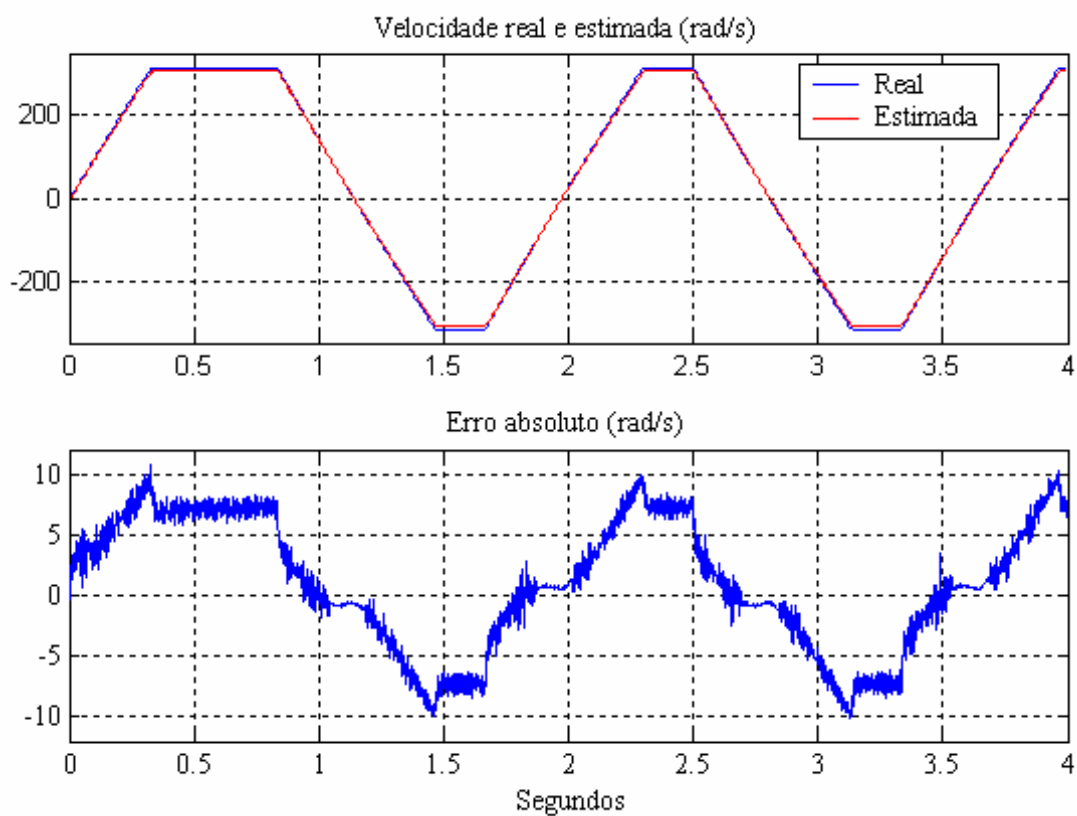
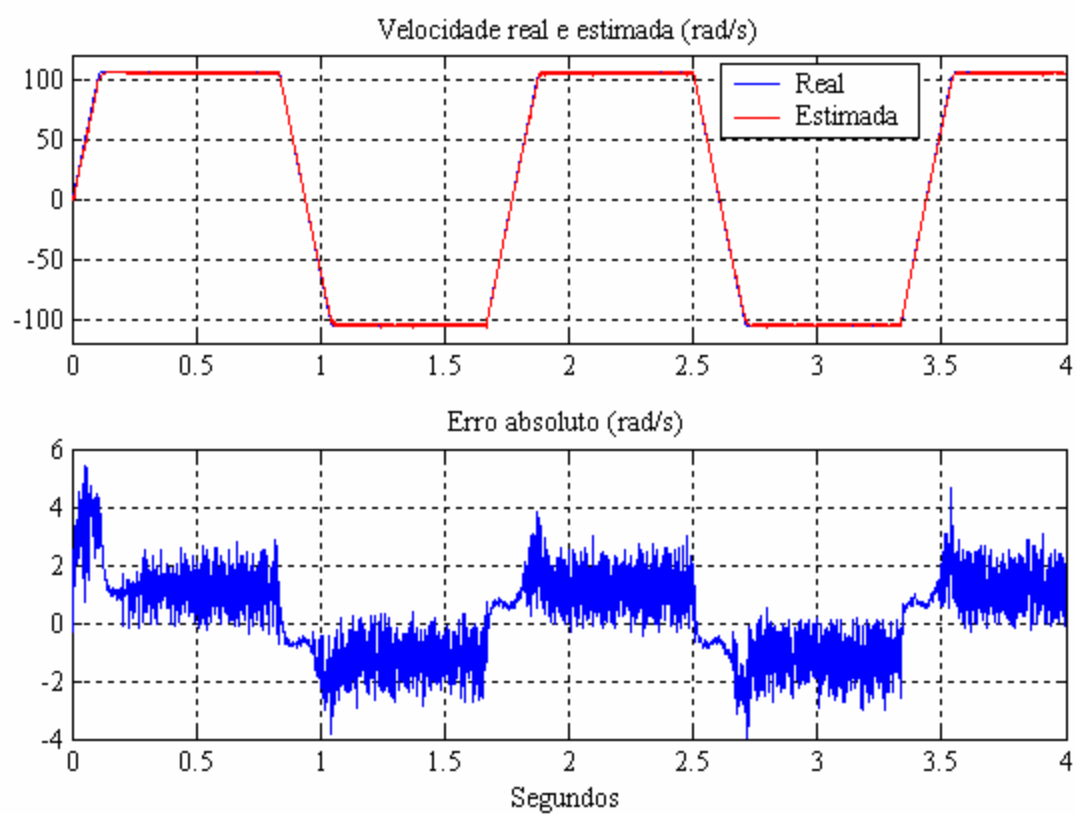


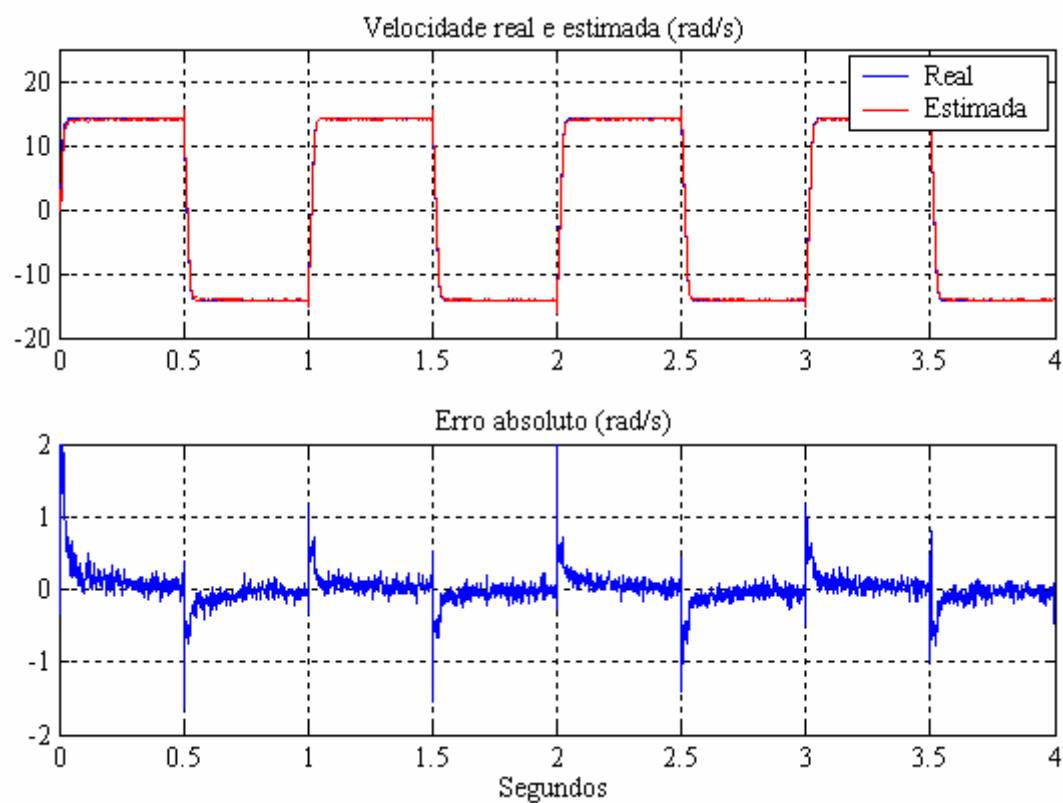
Figura 7.29: Desempenho do EKF na estimação da velocidade, durante um arranque do motor para as  $1500\text{ rpm}$ , em 4 testes nos quais foram utilizados 4 valores diferentes no elemento  $Q_{33}$  da matriz de covariância do erro de sistema. Em cima encontram-se a velocidade real e estimada e em baixo o erro absoluto.



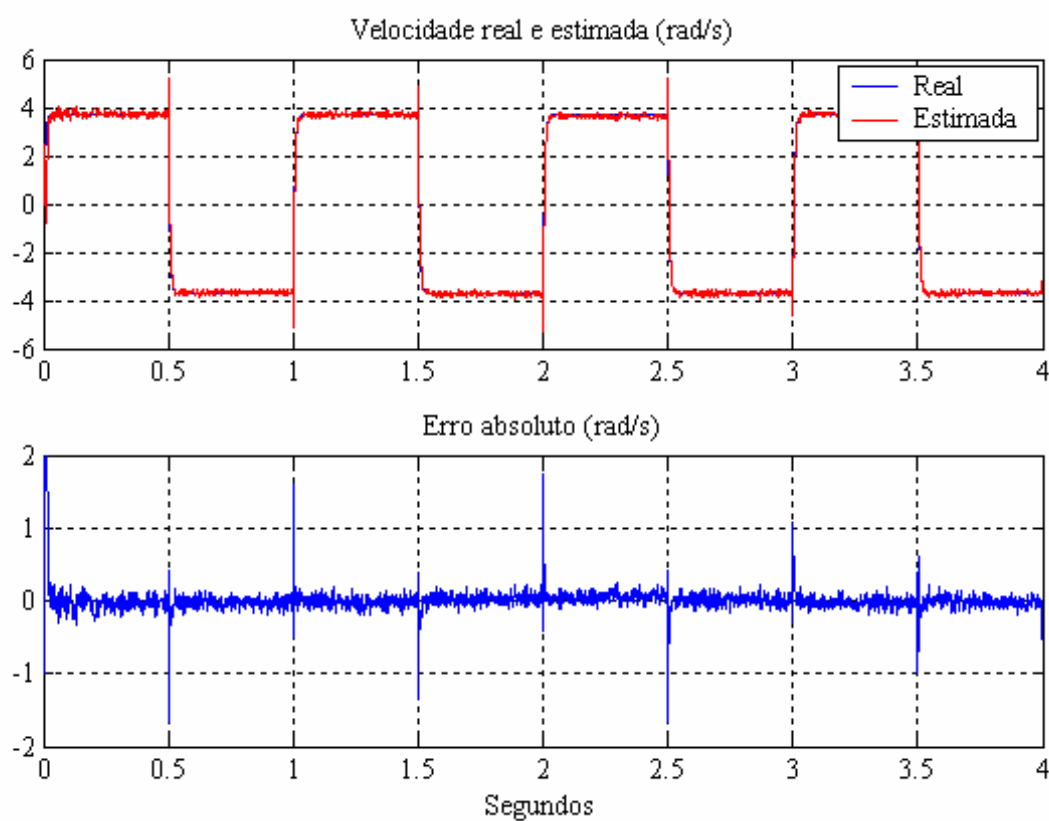
(a)



(b)



(c)



(d)

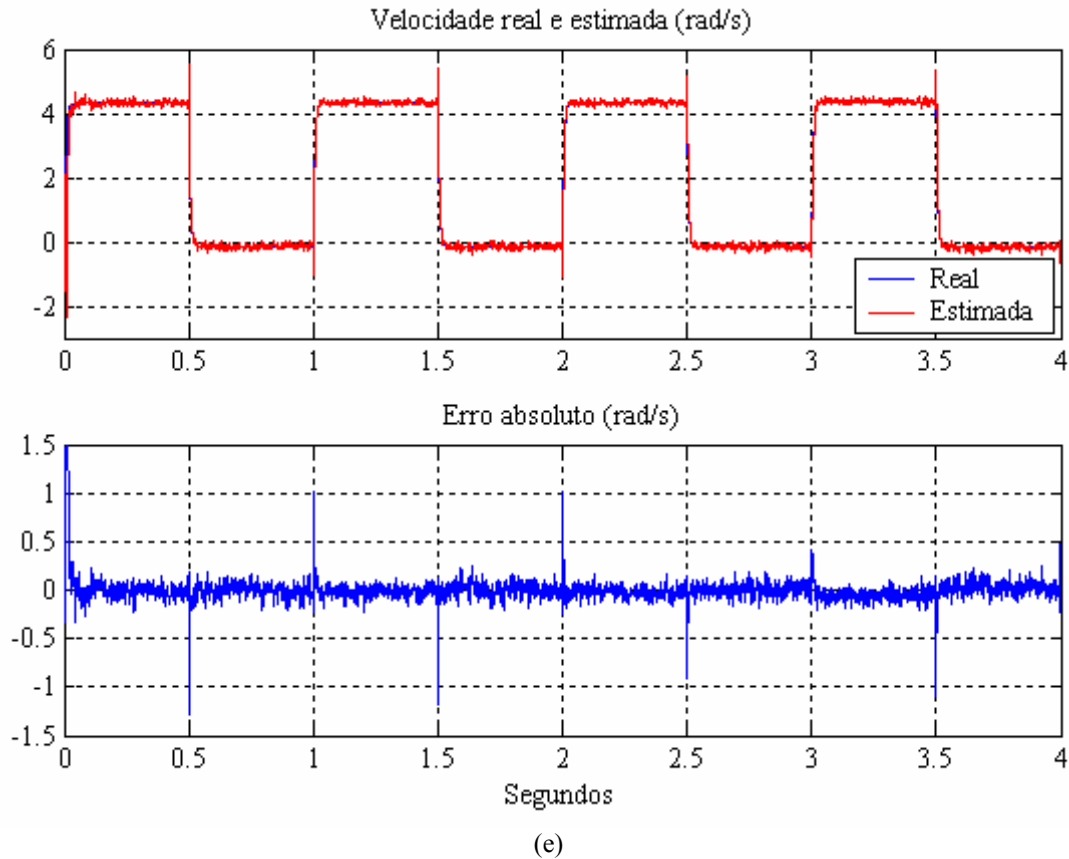


Figura 7.30: Desempenho do EKF na estimação da velocidade, em regime dinâmico. Inversões de velocidade entre: (a)  $\pm 1500$ rpm, (b)  $\pm 500$ rpm, (c)  $\pm 60$ rpm e (d)  $\pm 10$ rpm. (e) Variação de velocidade entre 0e 10rpm. Em cima encontram-se a velocidade real e estimada e em baixo o erro absoluto.

O modelo de simulação foi alterado na secção 7.3 de modo a poder ser utilizado no procedimento de validação dos parâmetros estimados e das componentes estimadas do fluxo do rotor. O modelo de validação tem como entradas a velocidade de rotação e os parâmetros estimados, para além das componentes da tensão do estator, e tem como saídas o binário electromagnético e as componentes do fluxo do rotor e da corrente do estator. Assim, as saídas, geradas através do diagrama da figura 7.13, podem ser comparadas com os verdadeiros sinais, gerados por simulação. Na validação experimental, a comparação é limitada, em termos práticos, à comparação das componentes da corrente do estator geradas pelo diagrama da figura 7.13 com as respectivas componentes medidas.

A secção 7.4 foi dedicada à estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor através do EKF e das estruturas de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, discretizadas como proposto no capítulo anterior. Na secção 7.4.1 a estimação das componentes do fluxo do rotor foi analisada no que diz respeito à utilização de uma ou duas linhas da equação matricial de saída e à influência da incerteza dos parâmetros eléctricos. Relativamente à dimensão da equação de saída concluiu-se que para velocidades não muito elevadas (várias centenas de rpm) é indiferente utilizar 1 ou 2 equações, contudo, para velocidades elevadas a utilização de apenas uma equação leva ao aumento do erro no fluxo estimado (embora se mantenha pequeno, isto é, inferior a 1.5%) e oscilatório cuja frequência depende do binário de carga sendo tanto maior quanto maior o valor deste. Também foi possível verificar que estas conclusões se aplicam à estimação do fluxo em ambos os referenciais, do estator e do rotor. Em relação à influência da variação dos parâmetros

eléctricos, foi possível constatar que o erro na estimação do fluxo do rotor depende significativamente do ponto de funcionamento. O estudo efectuado permite prever algumas dificuldades na estimação de diferentes parâmetros em diferentes condições de carga e velocidade de rotação.

Os resultados da estimação dos quatro parâmetros conjuntamente com o fluxo do rotor, através do EKF, foram apresentados na secção 7.4.2. O desempenho do EKF em regime permanente, ilustrado na secção 7.4.2.1, permitiu concluir que os sinais de tensão e corrente não são suficientemente informativos para a estimação simultânea dos quatro parâmetros eléctricos. Foi ainda demonstrado que o modelo estimado não é único uma vez que diferentes vectores de parâmetros estimados injectados no modelo de validação produzem uma boa predição das componentes da corrente do estator. O mesmo procedimento de identificação foi utilizado na secção 7.4.2.2 com o motor a funcionar em regime dinâmico contínuo através de uma referência de velocidade em onda quadrada. Nestas condições de funcionamento o algoritmo mostrou ser robusto, nomeadamente, em relação à inicialização do vector de estado e às matrizes de covariância do ruído de sistema e de medida, bem como ao instante em que é iniciada a estimação. Contudo, em relação a este último ponto, a estimação deve iniciar-se, tanto quanto possível, na fase inicial de uma aceleração para que o tempo de convergência seja curto.

Tendo em conta a constatação do parágrafo anterior, relativamente à estimação dos parâmetros em regime permanente, na secção 7.4.3 foi realizada a estimação dos parâmetros do rotor admitindo que os parâmetros do estator são conhecidos. Neste caso, a estimação correcta dos parâmetros do rotor conjuntamente com o fluxo do rotor através do EKF é garantida mesmo em regime permanente. No entanto, a variação dos parâmetros do estator pode introduzir erros significativos no fluxo e parâmetros estimados, especialmente em determinados pontos de funcionamento. Por outro lado, dependendo do ponto de funcionamento, o modelo de validação pode não conseguir detectar os erros no fluxo e parâmetros uma vez que continua a garantir uma boa predição das correntes do estator, com base nos parâmetros estimados do rotor e dos valores conhecidos nos parâmetros do estator.

A nova metodologia de identificação proposta na secção 6.3 do capítulo anterior, para a estimação dos parâmetros e fluxo do rotor, foi aplicada na secção 7.5 deste capítulo, designadamente, a estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e estimação dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, na secção 7.5.1, e a estimação do fluxo do rotor via KF no referencial do rotor, dos parâmetros do rotor via RPEM no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, na secção 7.5.2. As principais conclusões estão descritas na secção 7.5.3. Os testes realizados na secção 7.5.2 mostraram que, partindo de valores muito afastados dos valores reais, à medida que mais algoritmos vão sendo integrados maior é a dificuldade em sintonizar o arranque adequado dos algoritmos interligados. Durante a fase inicial da estimação, e em todos os algoritmos, a predição dos sinais de saída, dos sistemas virtuais inerentes a cada algoritmo, está muito longe das saídas reais, desses sistemas virtuais, uma vez que são baseadas em parâmetros e/ou fluxos que estão também a ser estimados por outros algoritmos. Consequentemente, a dificuldade e o tempo de convergência aumentam significativamente. Por outro lado, o ajuste dos algoritmos é tanto mais difícil quanto maior for o seu número, uma vez que, como se encontram interligados, não pode ser feito de modo completamente independente e o modo como um algoritmo arranca influencia decisivamente o arranque dos restantes. Por estas razões, e pelo tempo de cálculo envolvido, o procedimento de identificação da secção 7.5.2 é de difícil implementação prática.

A secção 7.6 foi dedicada à estimação da velocidade de rotação conjuntamente com o fluxo do rotor através do EKF e da estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, discretizada como proposto no capítulo anterior. Na secção 7.6.1 foram apresentados os principais resultados do estudo realizado sobre a influência da incerteza nos valores dos parâmetros na velocidade estimada e, posteriormente, na secção 7.6.2, foi investigado o desempenho do algoritmo do EKF na estimação da velocidade em regime dinâmico. Relativamente à influência da variação dos parâmetros na estimação da velocidade de rotação constatou-se que o erro na velocidade estimada pode ser significativo na zona das baixas velocidades se os parâmetros do rotor não forem conhecidos com alguma precisão e se a sua variação temporal não for devidamente acompanhada. Em contrapartida, acima de algumas centenas de rpm o erro na velocidade estimada é reduzido mesmo com variação significativa dos parâmetros eléctricos do motor. Quanto ao desempenho do algoritmo do EKF na estimação da velocidade em regime dinâmico, verificou-se que o ajuste do algoritmo no sentido de reduzir o erro em regime permanente faz aumentar o erro em regime transitório e vice-versa. Assim, a calibração inicial do EKF consiste num compromisso entre o erro em regime permanente e o erro em regime transitório. Nas aplicações de controlo do motor de indução em que a referência corresponde à velocidade de rotação, o algoritmo pode ter em conta a referência de velocidade para reagir em antecipação às alterações mais significativas da velocidade real do motor. Isto permitirá ao algoritmo ajustar-se automaticamente e em antecipação, à realidade dos instantes seguintes, sabendo à partida quando é que deve estar sensível em relação a variações de velocidade bruscas ou lentas.

## 7.8. Anexo: características nominais e parâmetros do motor

No presente capítulo foram apresentados resultados relativos à estimação do fluxo do rotor, parâmetros eléctricos e velocidade de rotação do motor de indução. Todos os resultados foram obtidos com base em simulação, a qual foi baseada nos dados de um motor disponível no laboratório e os quais foram obtidos a partir da informação do fabricante e dos ensaios clássicos realizados. O mesmo motor foi também utilizado nos testes experimentais apresentados no próximo capítulo.

As características e parâmetros do motor de indução trifásico são as seguintes:

- Potência nominal:  $P_n = 3 \text{ kW}$  ;
- Corrente Nominal:  $I_n = 6.3 \text{ A (Y)}, 10.9 \text{ A (\Delta)}$  ;
- Tensão nominal:  $U_n = 400 \text{ V (Y)}, 230 \text{ V (\Delta)}$  ;
- Frequência nominal:  $f = 50 \text{ Hz}$  ;
- Factor de potência:  $\cos(\varphi_n) = 0.84 \text{ (Y, \Delta)}$  ;
- Número de pares de pólos:  $p = 2$  ;
- Velocidade mecânica nominal:  $\omega_m = 1430 \text{ rpm}$  ;
- Resistência do estator, medida com o motor à temperatura ambiente:  $R_s = 2.34 \Omega$  ;

- Resistência do rotor:  $R_r = 1.7 \, \Omega$  ;
- Coeficiente de auto-indução do estator:  $L_s = 240.3 \, \text{mH}$  ;
- Coeficiente de auto-indução do rotor:  $L_r = 240.3 \, \text{mH}$  ;
- Coeficiente de indução mútua:  $L_m = 230 \, \text{mH}$  ;
- Momento de inércia:  $J = 0.06 \, \text{kg m}^2$  ;
- Coeficiente de atrito ou viscosidade:  $B = 0.01 \, \text{kg m}^2 \, \text{s}^{-1}$  ;
- Constante de tempo do rotor:  $\tau_r = \frac{L_r}{R_r} = 141.4 \, \text{ms}$  ;
- Coeficiente combinado de fugas:  $L'_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = 20.2 \, \text{mH}$  ;
- Coeficiente de indução mútua modificado:  $L_M = \frac{L_m^2}{L_r} = 220.1 \, \text{mH}$  ;
- Resistência do rotor modificada:  $R_{r \, ref} = \frac{L_M}{\tau_r} = 1.56 \, \Omega$  ;
- Coeficiente de dispersão:  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} = 0.0839$  .

# Capítulo 8

Resultados  
experimentais



# Índice

<b>8. Resultados experimentais.....</b>	<b>285</b>
<b>8.1. Introdução .....</b>	<b>285</b>
<b>8.2. Banca de testes.....</b>	<b>286</b>
8.2.1. Descrição geral.....	286
8.2.2. Sistema de aquisição de dados .....	287
8.2.3. Equipamento e programas utilizados .....	288
8.2.4. Módulos electrónicos projectados e implementados .....	288
8.2.5. Constituição base da banca de testes.....	293
8.2.6. Configuração do sistema de aquisição e identificação.....	293
8.2.6.1. Conversor de frequência.....	293
8.2.6.2. Caracterização da aquisição e conversão de dados .....	295
8.2.6.3. Implementação em <i>simulink</i> .....	297
<b>8.3. Estimação simultânea de todos os parâmetros e fluxo do rotor .....</b>	<b>298</b>
<b>8.4. Estimação dos parâmetros e fluxo do rotor utilizando novas metodologias de identificação .....</b>	<b>312</b>
8.4.1. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF e estimação dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do rotor.....	313
8.4.2. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, via RPEM..	316
8.4.3. Implementação dos algoritmos de estimação em tempo real.....	320
8.4.3.1. Implementação do EKF.....	324
8.4.3.2. Implementação dos algoritmos RPEM.....	324
<b>8.5. Estimação da velocidade e do fluxo do rotor.....</b>	<b>326</b>
8.5.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros	327
8.5.2. Estimação da velocidade em regime transitório <i>versus</i> regime permanente .....	330
8.5.3. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico ....	332
<b>8.6. Resumo.....</b>	<b>335</b>

## 8. Resultados experimentais

### 8.1. Introdução

Este capítulo final é dedicado à apresentação dos resultados experimentais da estimação das componentes do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade de rotação do motor de indução utilizando os procedimentos de identificação investigados nos dois capítulos anteriores.

Os diferentes subsistemas que integram a banca de testes, utilizada na realização dos testes experimentais, estão descritos sumariamente na secção 8.2. A implementação da banca de testes passou por diferentes fases de acordo com a descrição dos trabalhos realizados e descritos ao longo desta secção. De realçar a constituição base da banca de testes utilizada na parte final desta dissertação, descrita na secção 8.2.5, e a configuração do sistema de aquisição e identificação, detalhada ao longo da secção 8.2.6.

A secção 8.3 apresenta o resultado da investigação, em condições reais de funcionamento, da estimação simultânea de todos os parâmetros e fluxo do rotor, e permitirá validar experimentalmente o estudo realizado, com dados de simulação, na secção 7.4.2 do capítulo anterior. Os testes realizados incluem também a análise do desempenho do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator.

As novas metodologias de identificação propostas no capítulo 6, são agora testados com dados reais de funcionamento, quer em tempo diferido quer em tempo real, e os resultados são apresentados na secção 8.4. Concretamente, a estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF e estimação dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do rotor, é apresentada na secção 8.4.1, enquanto que a mesma metodologia, mas com a estimação dos parâmetros do estator realizada via RPEM no referencial do estator, é apresentada na secção 8.4.2. A implementação dos algoritmos, em tempo real, é detalhada na secção 8.4.3, para este caso.

A estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e da velocidade de rotação foi testada em tempo real e os resultados experimentais estão apresentados na secção 8.5. A influência dos erros e da variação dos parâmetros do motor na estimação da velocidade é investigada na secção 8.5.1. Na secção 8.5.2 é analisada a estimação da velocidade em regime transitório *versus* regime permanente. Por fim, na secção 8.5.3 é avaliado o desempenho do algoritmo em regime dinâmico, tendo em conta os diversos pontos de funcionamento em termos de velocidade e binário de carga.

## 8.2. Banca de testes

A longo da preparação desta dissertação foi instalada uma banca de testes que incluiu, por um lado, a aquisição e instalação de um vasto conjunto de equipamento e, por outro, o desenvolvimento de diversos módulos electrónicos construídos especificamente para o contexto dos trabalhos conducentes à presente dissertação e posterior utilização em actividades de ensino, investigação e desenvolvimento.

### 8.2.1. Descrição geral

A banca de testes é constituída globalmente pelos seguintes componentes:

- Um módulo electrónico especialmente desenvolvido para captação, isolamento, filtragem e processamento dos sinais relativos aos sistemas trifásicos de tensão e de corrente que alimentam o motor e provenientes de conversores electrónicos de frequência, descrito em [Leite 01] e apresentado na secção 8.2.5;
- Sistema integrado de aquisição de dados, descrito na secção 8.2.2;
- Conversor de frequência industrial, ref.<sup>a</sup> ACS-601-0006-3 do fabricante ABB;
- Banca integrada da Leroy Somer, constituída por:
  - motor assíncrono trifásico de 3kW e 1500rpm, ref.<sup>a</sup> LSFMV100;
  - motor assíncrono trifásico de 3kW e 1500rpm, com codificador incremental de 1024 impulsos, ref.<sup>a</sup> LSVMV100;
  - motor assíncrono trifásico de 1.5kW com codificador incremental de 1024 impulsos, LSVMV90;
  - motor de CC de excitação paralela ou separada de 3kW e 1500rpm, ref.<sup>a</sup> MSC1;
  - carga dinâmica programável: freio a pó, ref.<sup>a</sup> FP15/30;
  - dínamo taquimétrico para medida de velocidade, ref.<sup>a</sup> DT444;
  - sensor de binário, ref.<sup>a</sup> CAPCO;
  - módulo de medida de grandezas eléctricas, ref.<sup>a</sup> MODELEC3;
  - módulo de medida de grandezas mecânicas, ref.<sup>a</sup> MODMECA3;
  - chassi de suporte, ref.<sup>a</sup> CH3.
- Módulo da International Rectifier, ref.<sup>a</sup> IRMDAC3, o qual consiste num conjunto de partes integradas que implementam um conversor de frequência para motores até 2.2kW. Este módulo inclui:
  - a carta electrónica principal com o circuito integrado IR2233 para o comando dos IGBTs do inversor e com circuitos de comando e protecções essenciais, disponibilizando também a medida da tensão e da corrente do barramento DC;
  - o módulo de potência, ref.<sup>a</sup> IRPT2062A, que integra o inversor de tensão o IGBT de frenagem, o rectificador trifásico e sensores para medida de temperatura e de corrente do barramento DC.

- Equipamento electrónico diverso: osciloscópio, gerador de funções, etc.

### 8.2.2. Sistema de aquisição de dados

O sistema de aquisição de dados foi inicialmente baseado num conjunto integrado de ferramentas da National Instruments, constituído por:

- programa LabVIEW;
- carta de aquisição de dados, ref.<sup>a</sup> PCI-6035E, com as seguintes características principais: 16 canais (8 em modo diferencial), resolução de 16 *bits*, frequência de amostragem 200 Ks/S, controlo de ganho, 2 canais para saídas analógicas com resolução de 12 *bits* e 10Ks/S, 8 linhas digitais I/O, 2 *counter/timers* com resolução de 24 bits e 2 *triggers* digitais;
- acessório com 8 S/H, ref.<sup>a</sup> SC-2040, para aquisição simultânea de 8 canais;
- cabo, ref.<sup>a</sup> SH68-68-EP, e um conector, ref.<sup>a</sup> SCB 68.

Este sistema de aquisição de dados foi substituído, recentemente, por uma ferramenta de desenvolvimento, ref.<sup>a</sup> ACE kit 1103, da dSPACE, o qual será designado genericamente por sistema da dSPACE, ao longo deste capítulo, sendo constituído pelos seguintes componentes:

- carta de controlo DS1103 PowerPC, a qual inclui o PPC 604 – 400MHz e o DSP TMS320F240, e tem as características técnicas que se seguem:
  - ♦ 2 MB SRAM local;
  - ♦ 128 MB DRAM global;
  - ♦ 4 unidades ADC de 16 *bit*, 4µs, multiplexadas, com 4 canais cada;
  - ♦ 4 unidades ADC de 12 *bit*, 0.8µs;
  - ♦ 8 canais DA de 14 *bit*, 5µs;
  - ♦ interface para codificador incremental;
  - ♦ 4 canais digitais I/O com 8 bits cada;
  - ♦ interface série e CAN;
  - ♦ uma saída trifásica e 4 saídas simples de PWM.
- cabo e conector CLP1103;
- *Real-Time interface* (RTI), integrada no *simulink*, para interface entre esta pacote do MATLAB e a carta de controlo DS1103;
- *Microtec compiler*;
- programa ControlDesk para controlo, monitorização e automatização, em tempo real, de processos implementados em *simulink*, utilizando uma biblioteca de instrumentos virtuais;
- MLIB/MTRACE para interacção, em tempo real, com as bibliotecas dos pacotes do MATLAB e registo de dados.

### 8.2.3. Equipamento e programas utilizados

Do diverso equipamento adquirido escrito na secção 8.2.1, que constitui a banca de testes, refere-se a necessidade de proceder à instalação do seguinte conjunto de componentes:

- sistemas de aquisição de dados da National Instruments e da dSPACE;
- conversor de frequência industrial da ABB;
- banca de ensaios da Leroy Somer.

Durante a instalação e utilização do equipamento referido anteriormente, destaca-se a necessidade de realizar os seguintes trabalhos:

- programação do conversor de frequência;
- realização dos ensaios clássicos para estimação dos parâmetros do motor de indução;
- programação dos sistemas de aquisição de dados;
- instalação e utilização de diversos programas, designadamente:
  - LabVIEW;
  - MATLAB incluindo, entre outros, os pacotes: *Simulink*, *System Identification Toolbox*, *Real-Time Workshop*, *Power System Blockset*;
  - ControlDesck incluindo o pacote *Real Time Interface* (RTI) e MLIB/MTRACE para utilização com o *Simulink*.

### 8.2.4. Módulos electrónicos projectados e implementados

O conjunto de equipamento adquirido e instalado, referido anteriormente, foi complementado com o desenvolvimento de diversos trabalhos, nomeadamente:

1. interface para condicionamento das tensões e correntes à saída de conversores de frequência [Leite 99];
2. sistema electrónico de condicionamento e processamento, em tempo real, das tensões e correntes do motor de indução trifásico alimentado por conversores de frequência [Leite 01];
3. implementação de uma banca de testes para sistemas de accionamento de velocidade variável, de baixo custo, [Araújo 03] e [Teixeira 03], com integração das seguintes partes:
  - ♦ banca de testes da Leroy Somer;
  - ♦ módulo IRMDAC3 da International Rectifier;
  - ♦ sistema electrónico do ponto anterior;
  - ♦ módulo de controlo escalar [Araújo 03];
  - ♦ um módulo de isolamento e outro para envio de sinais de comando, leitura de diversos sinais e implementação de tempo morto [Teixeira 03];
  - ♦ módulo para monitorização dos fasores espaciais dos fluxos do rotor, do estator e de magnetização, do binário electromagnético e potências activa e reactiva [Leite 03c];

#### 4. projecto e implementação de um inversor de tensão.

No primeiro trabalho foi desenvolvida e implementada uma interface baseada num circuito electrónico de condicionamento e filtragem *anti-aliasing*, destinado à medida e processamento do sistema trifásico de tensões e correntes do motor de indução controlado por conversores de frequência [Leite 99]. Os sinais produzidos à saída do circuito da interface que foi implementada estão galvanicamente isolados do sistema de alimentação de potência, condicionados e filtrados, de modo a tornar possível a aquisição para PC ou outro qualquer sistema de processamento digital de sinal. A interface é baseada, fundamentalmente, em dois circuitos, por fase, um para a tensão e outro para a corrente, constituídos por três blocos principais: um transdutor isolado de efeito de *Hall* para a tensão (LV 25-P) e outro para a corrente (LA 55-P); um módulo de conversão corrente/tensão e um filtro activo passa-baixo de Butterworth de 8ª ordem (MAX274). O módulo desenvolvido permite, assim, captar os sinais de tensão e de corrente que alimentam o motor, no referencial do estator, devidamente isolados, condicionados e filtrados, para visualização, aquisição e posterior processamento em diversas aplicações e foi utilizado na fase inicial dos trabalhos conducentes à presente dissertação.

O segundo trabalho referido acima corresponde a uma extensão do primeiro e consiste num conjunto de módulos electrónicos, desenvolvidos para condicionamento, filtragem e processamento das tensões e correntes do motor de indução, alimentado por conversores de frequência, não só no referencial do estator mas também noutros referenciais, em particular no referencial do rotor. O sistema é constituído, basicamente, por um conjunto de módulos que permitem adaptar e isolar os sinais captados relativamente aos sinais de potência, realizar a função de filtragem *anti-aliasing* com frequência de corte regulável de modo dinâmico, obter o ângulo da posição do rotor via codificador incremental e realizar a transformação dos sistemas trifásicos de tensões e correntes em sistemas bifásicos equivalentes, em quadratura e efectuar a mudança de coordenadas entre o referencial do estator e do rotor, isto é, realizar as transformadas do número de fases e eixos móveis/eixos fixos, respectivamente, descritas no capítulo 4. Os sinais processados, referidos ao estator ou ao rotor ou outro referencial, podem ser visualizados e armazenados para processamento em tempo diferido, ou utilizados em processamento de sinal para estimação, controlo, monitorização e diagnóstico, em tempo real, principalmente na área dos accionamentos electrónicos de velocidade variável. Este sistema electrónico foi amplamente utilizado nos trabalhos conducentes à presente dissertação e é apresentado na figura 8.1, sendo constituído, essencialmente, por quatro módulos, interligados por um barramento destinado à distribuição de sinais.

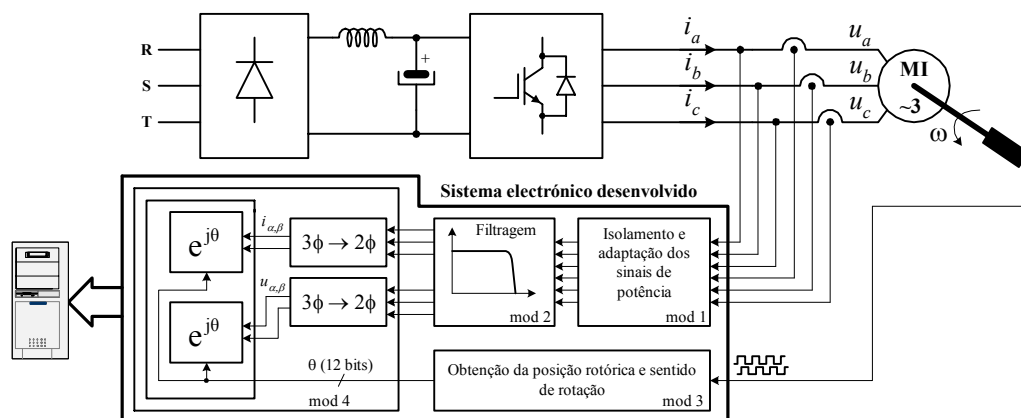


Figura 8.1: Sistema electrónico desenvolvido para o condicionamento e processamento das tensões e correntes à saída de conversores de frequência.

O primeiro módulo permite adaptar e isolar os sinais captados relativamente aos sinais de potência e utiliza os transdutores LV 100-400 para as tensões e LTS 25-NP para as correntes, ambos do fabricante LEM.

O segundo realiza a função de filtragem *anti-aliasing* dos sinais adaptados e isolados, implementada com os filtros activos passa-baixo, elípticos, de 5ª ordem, com frequência de corte regulável dinamicamente, MAX7411 da MAXIM.

O terceiro módulo determina o ângulo da posição do rotor e o sentido de rotação através dos sinais provenientes do codificador incremental com resolução de 1024 impulsos por rotação, integrado no motor. A frequência dos impulsos é multiplicada por quatro e o sinal de onda quadrada resultante é utilizado para relógio de um contador que disponibiliza, à sua saída, uma palavra binária que corresponde directamente à posição angular do rotor, com uma resolução de 12 *bits*. O contador incrementa ou decrementa o seu valor actual de acordo com o sentido de rotação.

O quarto módulo realiza a transformação dos sistemas trifásicos de tensões e de correntes nos sistemas bifásicos que lhes são equivalentes do ponto de vista magnético, com as suas componentes em quadratura e faz a mudança de referencial entre o rotor e o estator ou outro, com base no ângulo  $\theta_g$ , entre os referenciais, fornecido em formato digital de 12 *bits*. Estas duas operações correspondem às transformadas do número de fases e eixos móveis/eixos fixos, respectivamente. O núcleo deste módulo é baseado no circuito integrado específico da Analog Devices, AD2S100, um para as tensões e outro para as correntes.

No desenvolvimento das especificações do sistema electrónico desenvolvido, um dos critérios fundamentais foi o da largura de banda proporcionada aos sinais recolhidos em face de dois aspectos essenciais: o conteúdo harmónico relevante dos mesmos distribuído em frequência e a frequência de amostragem a usar no sistema de aquisição. Se em algumas tarefas de medição é suficiente e apenas deve ser contemplado o conteúdo da frequência fundamental dos sinais, noutras aplicações tal é manifestamente insuficiente comprometendo até o seu bom desempenho. São os casos do estudo da composição harmónica dos sinais e das tarefas de controlo e identificação paramétrica nas quais o conteúdo harmónico de ordens relativamente elevadas pode assumir um carácter essencial. Assim, foi adoptada uma concepção do módulo de filtragem com a frequência superior da banda passante regulável de 1Hz a 15kHz através de um gerador interno de onda quadrada.

No trabalho n.º 3, referido anteriormente e ilustrado na figura 8.2, destacam-se, em particular, a carta de isolamento e a de controlo escalar.

A carta de isolamento é necessária para efectuar o isolamento entre a parte de controlo e a parte de potência que consiste no módulo IRMDAC3 da International Rectifier o qual não dispõe deste requisito essencial. O isolamento é implementado através dos acopladores ópticos HCPL2611 devido à sua imunidade ao ruído e elevada capacidade de suportar valores elevados de  $dv/dt$ .

A carta de controlo implementa a lei de controlo escalar em malha aberta, devido à sua simplicidade e à necessidade de testar de modo rápido, simples e isolado, quer o módulo IRMDAC3 e a electrónica associada, quer o inversor de tensão modular e de baixo custo entretanto desenvolvido e implementado o qual se encontra, actualmente, em fase de optimização. O diagrama de blocos está sumariamente ilustrado na figura 8.2 e descrito em [Araújo 03]. Esta carta inclui, essencialmente, um bloco que implementa a lei de controlo escalar e a inversão do sentido de rotação de acordo com a referência de velocidade, um oscilador que gera dois sinais de tensão sinusoidais em quadratura, um circuito de PWM

baseado em dois multiplicadores analógicos (MPY100) para realizar a modulação de amplitude, um circuito de conversão do sistema de referência de tensões bifásico para trifásico, 3 comparadores e um gerador de sinal MAX038 que gera o sinal triangular que funciona como portadora.

A entrada de controlo consiste numa tensão DC na gama  $\pm 10V$ , que determina a velocidade de referência e impõe directamente a frequência de saída do inversor depois de passar por um circuito limitador de aceleração e desaceleração. Este sinal de controlo da frequência define também a tensão de referência do estator no bloco de modulação de PWM de modo a satisfazer a lei de controlo escalar,  $v/f = const$ . Depois da modulação de amplitude os dois sinais sinusoidais em quadratura são convertidos num sistema trifásico equivalente através da implementação da transformada inversa do número de fases, constituindo assim a referência trifásica na modulação PWM. Sempre que a tensão de referência passa por zero uma das sinusoides em quadratura é multiplicada por  $-1$  invertendo, deste modo, o sentido de rotação. Para mais detalhes pode consultar-se [Teixeira 03].

O oscilador que gera dois sinais de tensão sinusoidal em quadratura é implementado através de dois multiplicadores analógicos de precisão, MPY100, e dois integradores baseados em dois amplificadores operacionais e malha de realimentação apropriada, também baseada num amplificador operacional. A frequência dos sinais ortogonais varia linearmente com a tensão DC de controlo [Araújo 03].

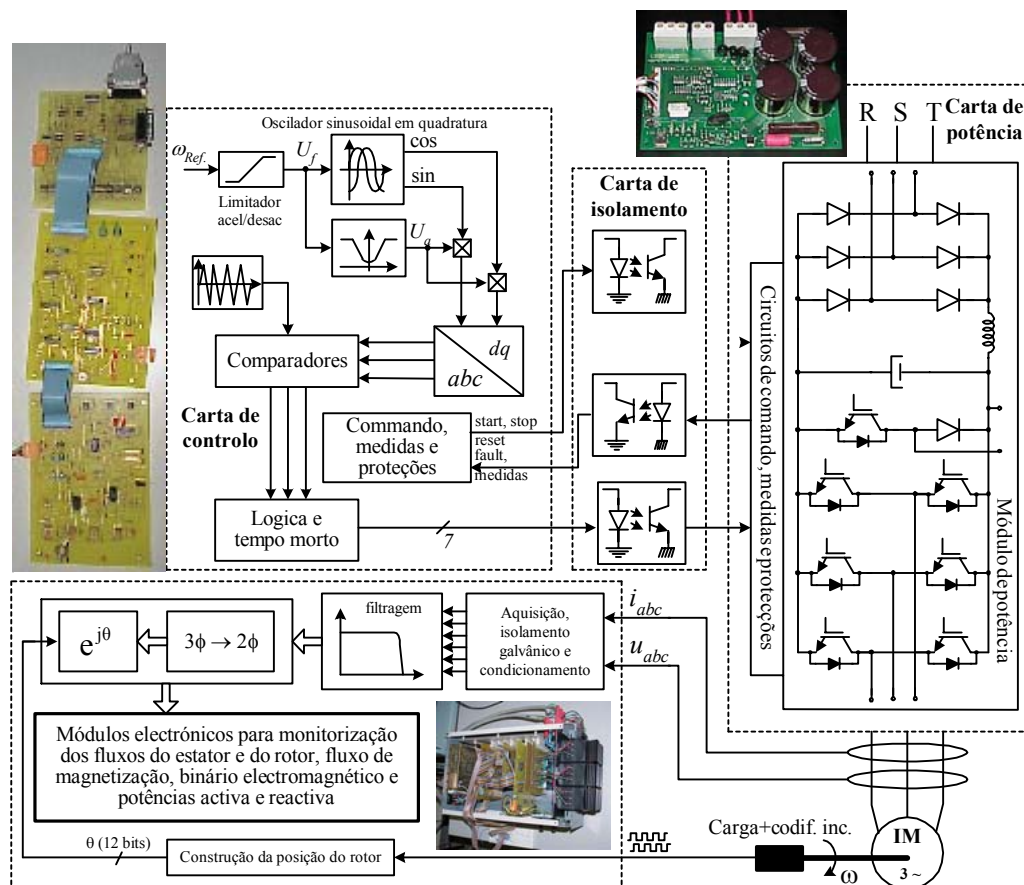


Figura 8.2: Banca de testes para sistemas de accionamento de velocidade variável.



Entre a carta de controlo e a carta de isolamento existe uma outra de comando que implementa o tempo morto, processa os sinais de medida provenientes do módulo IRMDAC3 e o de *Fault* e envia os sinais de *Reset*, *Start* e *Stop*.

Por fim, no quarto trabalho, referido anteriormente, foi implementado um inversor de tensão com especial interesse em aplicações de investigação e desenvolvimento bem como actividades de ensino na área dos sistemas de accionamento de velocidade variável por reunir cumulativamente as seguintes características:

- modular;
- de fácil reparação;
- configurável como inversor monofásico ou trifásico ou como conversor CC/CC de um, dois ou quatro quadrantes;
- de baixo custo.

O inversor de tensão foi já implementado e encontra-se em fase de optimização em termos de atravancamento mecânico e robustez electromagnética e mecânica. O inversor é constituído, essencialmente, pelas seguintes partes:

- ♦ 3 módulos independentes, cada um com os dois circuitos de comando de porta dos IGBTs correspondentes a uma fase;
- ♦ carta de comando e de tempo morto;
- ♦ carta de comunicações;
- ♦ carta de medida da tensão e corrente no barramento DC;
- ♦ carta de medida das tensões e correntes à saída do inversor.

O módulo com os dois circuitos de comando de porta dos IGBTs de uma fase é configurável para diferentes calibres de corrente e tipo de caixa dos semicondutores, incluindo IGBTs discretos ou em módulos de dois, sendo, por exemplo, um inversor de tensão trifásico constituído por três destes módulos e um conversor CC/CC de quatro quadrantes por dois. O componente principal dos circuitos de comando dos IGBTs é o integrado HCPL-316J que permite controlar IGBTs com  $V_{CE}=1200V$  e corrente até 150A, com isolamento óptico e com integração de algumas protecções, designadamente contra curto-circuitos. A recepção e envio dos sinais (PWM, *Start/Stop*, *Reset*, *Fault*) é realizada em modo diferencial, TIA/EIA-422.

A carta de comando e de tempo morto realiza as seguintes funções:

- tempo morto;
- configuração como inversor (nonofásico ou trifásico) ou conversor CC (de 1, 2 ou 4 quadrantes);
- protecções diversas: sub-tensão, sobre-tensão e sobre-corrente no barramento DC, para além das protecções realizadas pelo próprio integrado HCPL-316J (sub-tensão e curto-circuito);
- inibição dos semicondutores sempre que uma das protecções esteja habilitada.

A carta de comunicações recebe o sinal de *Fault* (síntese das várias protecções) e envia os sinais de PWM, *Start/Stop* e *Reset* (para limpar a sinalização de falhas ocorridas), em modo diferencial, de modo a garantir maior imunidade ao ruído e utiliza a comunicação TIA/EIA-422. Deste modo torna-se possível separar fisicamente e de modo significativo a parte de sinal da parte de potência.

As cartas de medida das tensões e correntes (nas fases e barramento DC) realizam a captação, isolamento, condicionamento e filtragem dinâmica, dos respectivos sinais de tensão e corrente.

### 8.2.5. Constituição base da banca de testes

A configuração nuclear da banca de testes, utilizada na parte final dos trabalhos e, em particular, na obtenção dos resultados experimentais que serão apresentados no presente capítulo é a seguinte:

- computador pessoal com;
  - MATLAB e os pacotes: *Simulink*, *System Identification Toolbox*, *Real-Time Workshop*, *Power System Blockset*, entre outros;
  - sistema da dSPACE (ACE kit 1103):
    - ♦ carta de controlo DS1103, cabo e conector CLP1103;
    - ♦ programas - *Real-Time interface* (RTI), *ControlDesk* e *MLIB/MTRACE*;
- conversor de frequência industrial ACS-601-0006-3 da ABB;
- sistema electrónico de condicionamento e processamento, em tempo real, das tensões e correntes do motor de indução trifásico alimentado por conversores de frequência [Leite 01];
- motor de indução trifásico de 400V, 6.3A, 50Hz, 3kW e 1430rpm, com codificador incremental de 1024 impulsos;
- freio a pó FP15/30, sensor de binário CAPCO, módulo de comando do freio e de medidas mecânicas MODMEC3, da Leroy Somer;

### 8.2.6. Configuração do sistema de aquisição e identificação

Nesta secção é descrita, sumariamente, a programação efectuada no conversor de frequência, para controlo do motor de indução, e é caracterizado o modo como os dados são adquiridos através do sistema da dSPACE, integrado com o *simulink*.

#### 8.2.6.1. Conversor de frequência

O accionamento do motor de indução é realizado através da utilização do conversor de frequência da ABB Drives, da família ACS 600 (ref. ACS-601-0006-3), com tecnologia DTC (controlo directo de binário) para controlo de velocidade de motores assíncronos trifásicos até 4kW.

O conversor de frequência pode ser controlado local ou remotamente, através de uma consola de programação e/ou um conjunto de entradas e saídas analógicas e digitais.

A consola de programação contém quatro modos diferentes de utilização conforme o que se deseja visualizar, alterar ou programar:

- modo de leitura dos dados actuais;
- modo de parâmetros;

- modo de funções e
- modo de selecção do conversor.

O modo de leitura dos dados actuais permite visualizar dois tipos de informação: a leitura dos dados actuais e o historial de erros ocorridos. Este modo é o que aparece pela primeira vez quando se liga o conversor e ao qual retorna, ao fim de um minuto, quando não é premida nenhuma tecla nesse período.

O modo de parâmetros é utilizado para introduzir e modificar os parâmetros do conversor que é programado através da modificação adequada de um conjunto de parâmetros, ou mais precisamente através de 22 grupos de parâmetros.

Os últimos dois modos não foram utilizados nos trabalhos no âmbito da presente dissertação.

Como já foi referido este conversor é programado através de um conjunto de parâmetros agrupados em famílias conforme a sua função, num total de 22 grupos. Cada grupo é constituído por um determinado número de parâmetros. Por exemplo, o grupo n.º 99, onde são introduzidos os dados iniciais (características nominais do motor), contém um total de 10 parâmetros.

O conversor pode ser controlado local ou remotamente, conforme os sinais de “Referência”, “Ligar”, “Desligar” e “Sentido de Rotação”, sejam dados a partir da consola de programação ou através de um circuito externo, ligado às entradas e saídas analógicas e digitais.

A programação é realizada através de macros de aplicação, vocacionadas para determinados tipos de aplicações, consistindo em séries de parâmetros pré-programados, que permitem pôr em funcionamento, de modo simples e rápido, o conversor de frequência. Os parâmetros de cada macro podem ser alterados convenientemente, de acordo com os requisitos da aplicação, e permitem minimizar o n.º de parâmetros que é necessário ajustar para pôr o motor em funcionamento. Existem 5 macros de aplicação vocacionadas para as aplicações industriais mais habituais e duas macros para serem definidas pelo utilizador. Todos os parâmetros das macros de aplicação têm valores por defeito definidos pelo fabricante.

A macro utilizada para a obtenção dos resultados experimentais, apresentados ao longo das próximas secções, foi a de controlo sequencial a qual permite programar, através da consola e/ou entradas e saídas analógica e digitais, entre outros, os seguintes requisitos:

- o tipo de referência de velocidade;
- as ordens de ligar, desligar e inverter o sentido de rotação;
- a programação até 15 velocidades de referência, constantes;
- a selecção da velocidade de referência, de entre as 15 pré-programadas, através de entradas digitais;
- o envio dos dados através da consola ou das entradas e saídas analógicas e digitais;
- diversos limites (velocidade, frequência, intensidade de corrente, binário, etc.);
- os tempos de aceleração e desaceleração;
- o tipo de rampa de aceleração/desaceleração: linear (a velocidade evolui de modo linear para o valor final) ou diferentes formas de “S” (a velocidade evolui em forma de curva mais ou menos suave para o valor final);
- definir os parâmetros do controlo de velocidade;
- etc.

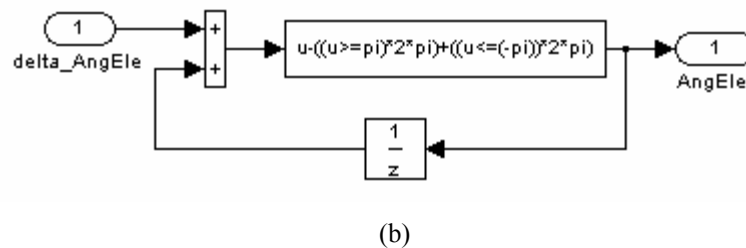
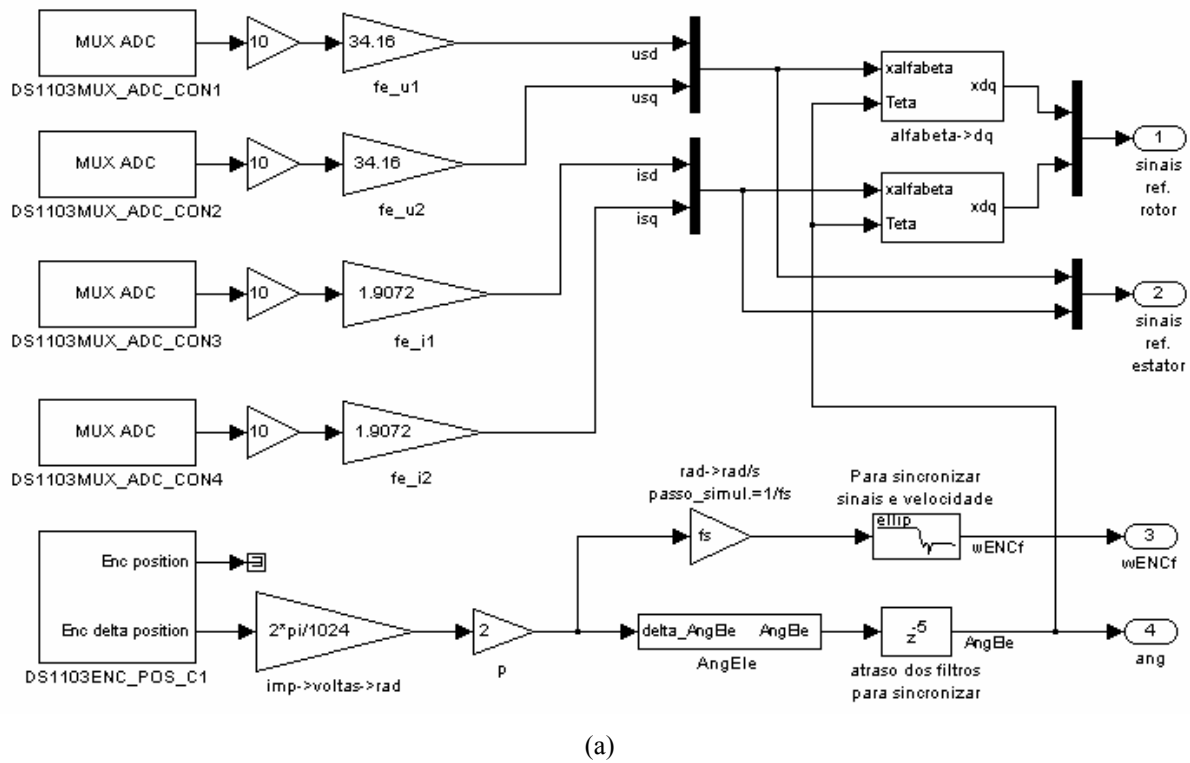
### 8.2.6.2. Caracterização da aquisição e conversão de dados

Os sinais adquiridos pelo sistema da dSPACE (ACE kit 1103), para utilização nos algoritmos de estimação, são os seguintes:

- componentes directa e em quadratura do fasor da tensão do estator no referencial do estator:  $u_{sd}^s$  e  $u_{sq}^s$ ;
- componentes directa e em quadratura do fasor da corrente do estator no referencial do estator:  $i_{sd}^s$  e  $i_{sq}^s$ ;
- posição incremental do rotor.

A frequência de amostragem utilizada foi:  $f_s = 5\text{KHz}$ .

O diagrama de blocos, implementado em *simulink*, para aquisição dos sinais utilizados nos algoritmos de estimação de parâmetros, fluxo e velocidade está ilustrado na figura 8.3.



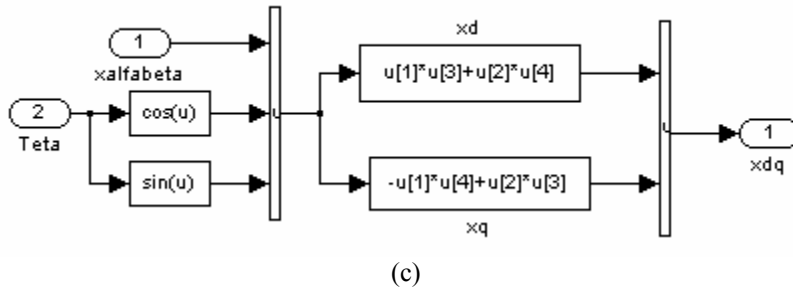


Figura 8.3: Diagrama de blocos, implementado em *simulink*, para aquisição dos sinais utilizados nos algoritmos de estimação de parâmetros, fluxo do rotor e velocidade de rotação. (a) Diagrama geral, (b) bloco para o cálculo da posição eléctrica do rotor e (c) bloco de conversão do referencial do estator para o referencial do rotor.

Para a aquisição das tensões e correntes são utilizados os blocos DS1103MUX\_ADC\_CON1 a DS1103MUX\_ADC\_CON4 ilustrados na figura 8.3(a) e disponibilizados pelo pacote *Real-Time Interface* (RTI) que não é mais do que uma biblioteca de blocos integrada no *simulink* como outra qualquer *toolbox*. Estes blocos impõem uma atenuação de 10 pelo que os sinais são multiplicados por 10 antes de aplicado o factor de escala respectivo e que é imposto pelo “Sistema electrónico de condicionamento e processamento, em tempo real, das tensões e correntes do motor de indução trifásico alimentado por conversores de frequência”, descrito anteriormente na secção 8.2.4.

No sistema electrónico referido, a frequência de corte dos filtros activos *anti-aliasing* (analógicos, passa-baixo, elípticos e de 5ª ordem) foi programada para 500Hz através de um oscilador interno.

A obtenção da posição e velocidade do rotor é efectuada utilizando o bloco DS1103ENC\_POS\_C1 da RTI como representado na figura 8.3(a). Uma das saídas deste bloco corresponde ao número de impulsos do codificador incremental, contados durante o intervalo de amostragem, ao qual corresponde um incremento da posição do rotor no mesmo período de tempo, dado por:

$$\Delta\theta = \frac{imp.}{1024} \times 2\pi \times p \quad (\text{rad}), \quad (8.1)$$

em que 1024 corresponde ao número de impulsos por rotação do codificador incremental,  $p$  o número de pares de pólos e  $imp.$  o número de impulsos durante o intervalo de amostragem.

A obtenção da posição eléctrica do rotor é obtida facilmente pela equação:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Delta\theta \quad (\text{rad}), \quad (8.2)$$

limitando a posição eléctrica do rotor ao intervalo  $-\pi$  a  $+\pi$ , como implementado no diagrama da figura 8.3(b).

A obtenção da velocidade eléctrica do rotor é efectuada de acordo com a seguinte expressão:

$$\omega = \Delta\theta \times f_s \quad (\text{rad/s}), \quad (8.3)$$

em que  $f_s$  representa a frequência de amostragem.

A velocidade calculada é suavizada através de um filtro passa-baixo, elíptico e de 5ª ordem, com frequência de corte 460Hz. A necessidade de filtrar a velocidade deve-se à forma da sua obtenção. A frequência de corte foi seleccionada de modo a cumprir com o requisito de filtragem propriamente dito, mas também, de modo a impor o mesmo atraso dos filtros

analógicos dos sinais de tensão e corrente para garantir uma sincronização adequada da velocidade com aqueles sinais. Também por esta razão, a posição do rotor é atrasada de um número de amostras que corresponda, o mais aproximadamente possível, ao atraso imposto pelos filtros *anti-aliasing*, cujo valor é aproximadamente de 0.93ms. A frequência de corte foi programada para 500Hz, como referido anteriormente.

Para converter para o referencial do rotor os sinais de tensão e de corrente, adquiridos no referencial fixo do estator, é utilizada a transformada eixos móveis/eixos fixos introduzida no capítulo 4, que requer a posição eléctrica do rotor anteriormente obtida e à qual corresponde o bloco xalfabeta->dq da figura 8.3(a). O bloco de conversão está ilustrado na figura 8.3(c).

De referir, como nota final, que dadas as potencialidades do sistema da dSPACE, através da integração da biblioteca RTI no *simulink*, a qual dispõe de blocos destinados à leitura directa e simples dos sinais do codificador incremental, a vantagem oferecida pelo sistema electrónico de condicionamento e processamento das tensões e correntes do motor de indução, descrito na secção 8.2.4, no que diz respeito à mudança de referencial, deixa de ser tão pertinente, embora a frequência de conversão seja muito mais elevada e, conseqüente, mais precisa, se for utilizado o sistema electrónico. Por outro lado, se a conversão dos sinais for realizada pelo sistema electrónico, então a frequência de amostragem e de estimação poderão ser mais baixas, o que pode ser importante em termos de implementação em tempo real.

### 8.2.6.3. Implementação em *simulink*

O diagrama de blocos, implementado no programa *simulink*, está apresentado na figura 8.3(a). Destina-se, portanto, à aquisição dos sinais de tensão e corrente, no referencial do estator, a sua conversão para o referencial do rotor e a aquisição da posição e velocidade do rotor. Este diagrama foi utilizado em duas situações, no que diz respeito à estimação de parâmetros, fluxo e velocidade de rotação:

1. na aquisição dos sinais para estimação em tempo diferido e
2. na estimação em tempo real.

Na primeira situação os sinais são adquiridos, monitorizados e guardados em ficheiro, utilizando as ferramentas ControlDesk e MLIB/MTRACE, para posterior utilização nos algoritmos de estimação. O diagrama da figura 8.3(a) é compilado directamente a partir do *simulink* utilizando para isso o sistema da dSPACE e o pacote *Real-Time Workshop* do MATLAB. Durante o processo de compilação são gerados diversos ficheiros entre os quais um que é lido, posteriormente, pelo programa ControlDesk que é basicamente um conjunto de instrumentos virtuais comparável ao LabVIEW, como se pode ver na figura 8.4. Nessa altura, é possível aceder a todas as variáveis do diagrama implementado no *simulink*, não só aquelas cujo objectivo é monitorizar e guardar em ficheiro sempre que necessário, mas também as variáveis de controlo utilizadas, por exemplo, nos algoritmos de estimação, cujo valor inicial introduzido no *simulink* pode ser alterado a partir do ControlDesk.

Na segunda situação o diagrama da figura 8.3(a) é utilizado como um bloco de aquisição dos sinais e integrado nos diagramas destinados à estimação, em tempo real, de parâmetros, do fluxo do rotor e da velocidade de rotação. O processo de compilação, monitorização e controlo dos algoritmos é realizado da mesma forma, descrita no parágrafo anterior.

A figura 8.4 apresenta o aspecto típico da interface com o utilizador, implementada utilizando o ControlDesk, com um conjunto de instrumentos virtuais destinados à monitorização e controlo dos algoritmos de estimação em tempo real cujos resultados são apresentados na secção 8.4.2.

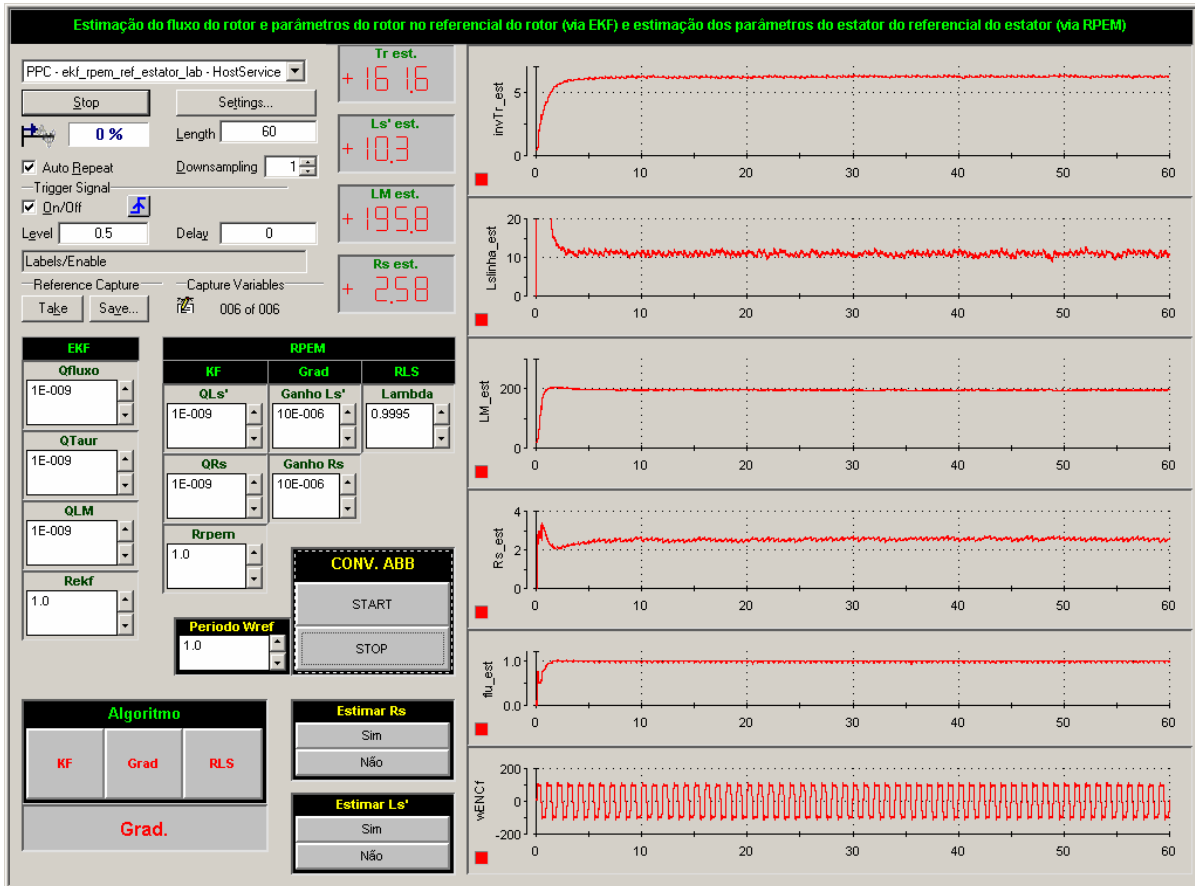


Figura 8.4: Aspecto típico da interface com o utilizador, implementada utilizando o programa ControlDesk, para a estimação conjunta do fluxo do rotor e parâmetros eléctricos do motor de indução.

### 8.3. Estimação simultânea de todos os parâmetros e fluxo do rotor

Nesta secção vão apresentar-se os resultados experimentais da estimação simultânea de todos os parâmetros eléctricos do motor de indução e das componentes  $dq$  do fluxo do rotor. A estimação é realizada no referencial do rotor, utilizando a estrutura de modelos na representação de espaço de estados de ordem reduzida obtida na secção 6.2.3 do capítulo 6, e descrita pelas equações (6.24) e (6.26) com o vector de estado estendido aos parâmetros eléctricos do motor de acordo com (6.27). Para o efeito é utilizado o filtro de Kalman estendido (EKF) para o qual as principais equações e matrizes de gradiente foram obtidas na secção 6.2.3. Por outro lado, pretende-se validar experimentalmente e em tempo real, os resultados já obtidos por simulação na secção 7.4.2. Tal como foi feito nessa altura, também aqui o vector de estado será devidamente escalado de modo a garantir que todas as variáveis de estado tenham aproximadamente a mesma importância relativa. Deste modo o escalonamento efectuado em (7.13) foi também aplicado aqui.

No anexo do capítulo 7 estão apresentadas as características do fabricante e as obtidas nos ensaios clássicos realizados sobre o motor de indução trifásico disponível no laboratório e que foi utilizado nos testes de identificação cujos resultados são apresentados neste capítulo.

O vector de estado é, como em (7.12), dado por:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) & x_{e_2}(k) & x_{e_3}(k) & x_{e_4}(k) & x_{e_5}(k) & x_{e_6}(k) \end{bmatrix}^T,$$

em que:

$$x_{e_1}(k) = K_1 \psi_{rd}^r(k), \quad x_{e_2}(k) = K_2 \psi_{rq}^r(k), \quad x_{e_3}(k) = K_3 \frac{1}{\tau_r}(k),$$

$$x_{e_4}(k) = K_4 L_s'(k), \quad x_{e_5}(k) = K_5 L_M(k), \quad x_{e_6}(k) = K_6 R_s(k).$$

Com base no anexo apresentado do capítulo 7, temos a seguinte estimativa para os parâmetros do motor de indução:

$$\tau_r^{-1} = 7.07 \text{ (ms)}^{-1}, \quad L_s' = 20.2 \text{ mH}, \quad L_M = 220.1 \text{ mH}, \quad R_s = 2.34 \Omega.$$

Aplicando os mesmos factores de escalonamento de (7.15), isto é:

$$K_1 = 1, \quad K_2 = 1, \quad K_3 = 0.2, \quad K_4 = 50, \quad K_5 = 5, \quad K_6 = 0.5,$$

obtemos uma estimativa, à partida, dos verdadeiros valores das variáveis de estado correspondentes aos parâmetros escalados que são:

$$x_{e_3} = 1.41 \text{ s}^{-1}, \quad x_{e_4} = 1.01 \text{ H}, \quad x_{e_5} = 1.1 \text{ H}, \quad x_{e_6} = 1.17 \Omega.$$

Relativamente à inicialização das matrizes do algoritmo do EKF, os valores iniciais utilizados foram os seguintes:

- ♦ matriz de covariância do erro de predição:

$$P(0) = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0);$$

- ♦ matriz de covariância do erro de sistema:

$$Q(0) = \text{diag}([1e-10 \quad 1e-10 \quad 1e-9 \quad 1e-8 \quad 1e-9 \quad 1e-8], 0);$$

- ♦ matriz de covariância do erro de medida:  $R_m = R_m(0) = \text{diag}([1 \quad 1], 0).$

De modo a diminuir o tempo de convergência foram programadas funções de evolução exponencial decrescente para os elementos da diagonal da matriz de covariância do erro de sistema,  $Q$ , cujos gráficos são apresentados na figura 8.5, correspondendo às expressões dadas por:

$$Q_{33}(k) = Q_{55}(k) = 10^{-\{9 + 1 \times [1 - \exp(-t_k / 1.5)]\}},$$

$$Q_{44}(k) = Q_{66}(k) = 10^{-\{8 + 2 \times [1 - \exp(-t_k / 1.5)]\}}.$$

Os sinais medidos e utilizados no algoritmo de estimação estão ilustrados na figura 8.6, nomeadamente, a velocidade mecânica e as componentes dos fasores da tensão e corrente do estator, depois de convertidos para o referencial do rotor.



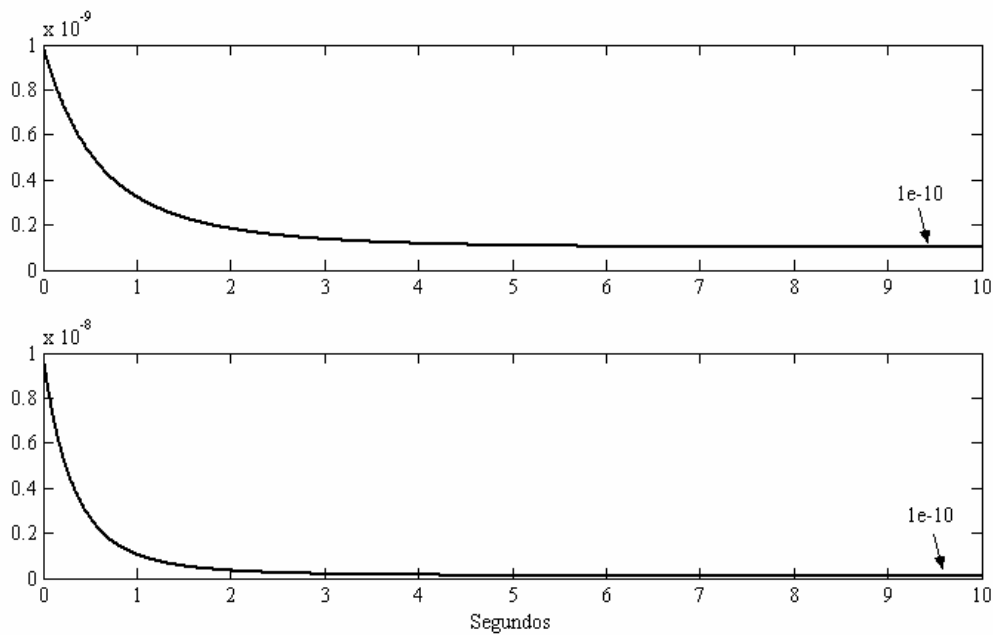


Figura 8.5: Evolução exponencial decrescente para os elementos da diagonal da matriz de covariância do erro de sistema,  $Q$ . Em cima  $Q_{33}$  e  $Q_{55}$ , em baixo  $Q_{44}$  e  $Q_{66}$ .

Como demonstrado no capítulo 7, para estimar simultaneamente todos os parâmetros é necessário que o motor de indução funcione em regime dinâmico contínuo, uma vez que os parâmetros do estator não são correctamente estimados em regime permanente. Assim, o procedimento de identificação consistiu em definir a referência de velocidade como uma onda quadrada, estando os primeiros 5 segundos apresentados na figura 8.6.

Os resultados da aplicação do algoritmo do EKF estão apresentados na figura 8.7, onde se pode ver a evolução temporal do módulo do fluxo estimado do rotor e dos parâmetros estimados utilizando os sinais medidos da figura 8.6.

Imediatamente antes da aquisição dos sinais a resistência do estator foi medida tendo-se obtido o valor de  $2.4\Omega$  o qual inclui a resistência do cabo de alimentação e corresponde a metade do valor médio das resistências medidas entre as 3 fases, com o motor ligado em estrela.

Na tabela 8.1 são apresentados os valores conhecidos dos parâmetros obtidos pelos ensaios clássicos e os valores estimados a partir da média dos últimos 5 segundos dos parâmetros estimados apresentados na figura 8.7.

Tabela 8.1: Parâmetros estimados via EKF

Parâmetro	Ensaio clássico	Estimação via EKF
$\tau_r$ (ms)	141.4	170.3
$L'_s$ (mH)	20.2	10.1
$L_M$ (mH)	220.1	202.7
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.4	2.45

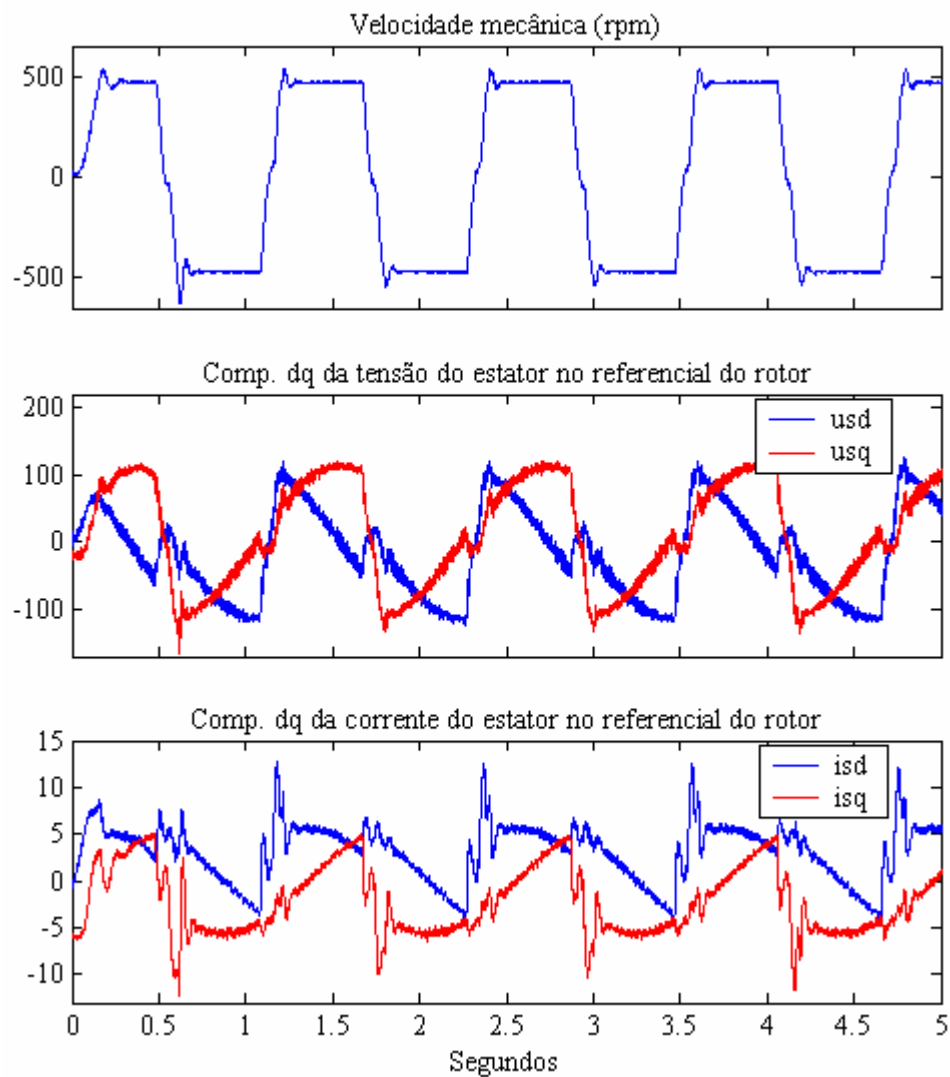


Figura 8.6: Conjunto de sinais medidos e utilizados no algoritmo de estimação, depois de convertidos para o referencial do rotor. De cima para baixo: velocidade mecânica; componentes do fasor da tensão do estator; componentes do fasor da corrente do estator.

Para validação dos resultados obtidos é apresentada na figura 8.8 a comparação, no referencial do rotor, das componentes medidas do fasor da corrente do estator e das componentes estimadas do fasor do fluxo do rotor, com as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação e os parâmetros estimados.

A mesma comparação está apresentada na figura 8.9 mas com os sinais referidos ao referencial do estator. Como a frequência é muito maior, é ilustrado apenas o último segundo para manter a legibilidade da comparação dos sinais.

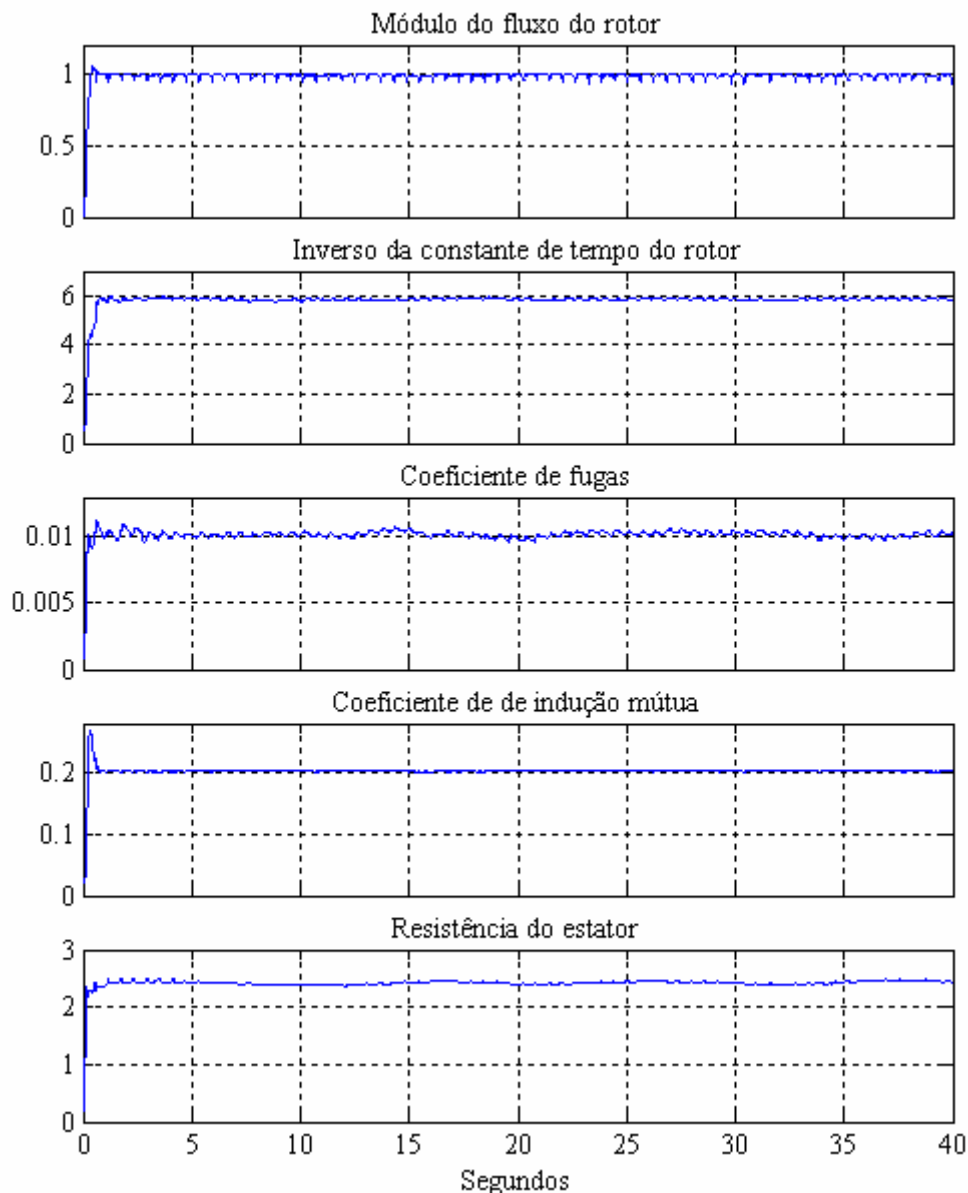


Figura 8.7: Desempenho do algoritmo do EKF com dados reais. Módulo do fluxo do rotor estimado e dos parâmetros estimados.

Os resultados apresentados na figura 8.7 e na tabela 8.1 mostram que os valores dos parâmetros obtidos pelos ensaios clássicos foram corrigidos pela estimação do EKF, com exceção da resistência do estator cujo valor medido e estimado são praticamente o mesmo. A estimação correcta dos parâmetros é garantida pela conjunção dos seguintes factores: a convergência do algoritmo; a coincidência das componentes do fluxo do rotor e da corrente do estator, ilustrada nas figuras 8.8 e 8.9; o regime dinâmico do motor e a semelhança dos valores estimados da tabela 8.1, principalmente o valor medido e estimado da resistência do estator. Outro aspecto a realçar é que a inicialização exponencial dos elementos da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema permitiu reduzir significativamente o tempo de convergência. A inicialização exponencial é ainda mais pertinente na estimação em tempo diferido porque permite reduzir significativamente a dimensão do conjunto de dados adquiridos e, conseqüentemente, o intervalo total de observação.

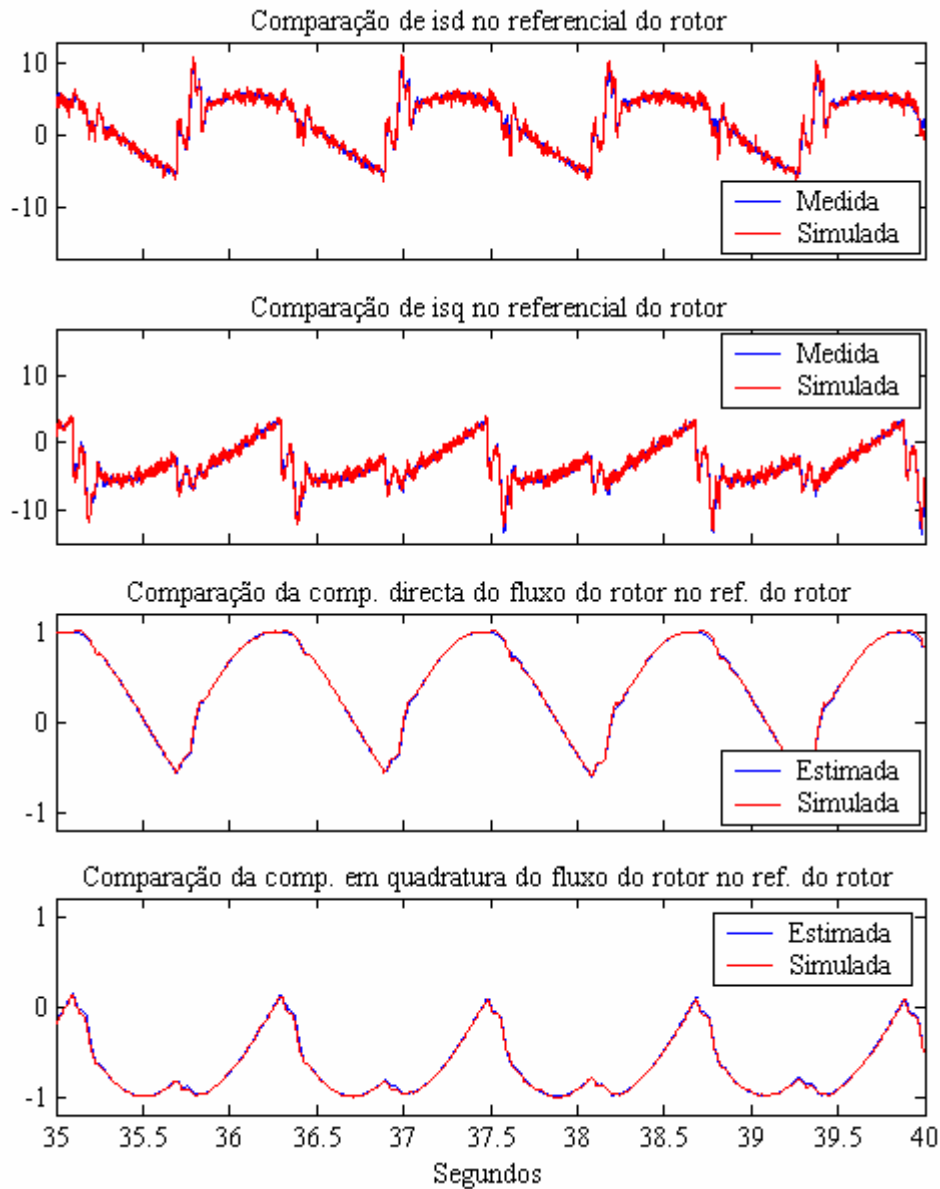


Figura 8.8: Comparação, no referencial do rotor, das componentes medidas do fasor da corrente do estator e das componentes estimadas do fasor do fluxo do rotor, com as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação e os parâmetros estimados.

A figura 8.10 apresenta a comparação do binário motor medido e o mesmo binário calculado com base na equação 7.3, que utiliza as componentes estimadas do fluxo do rotor e as componentes medidas da corrente do estator, depois de subtrair o binário de inércia e de atrito. A comparação foi efectuada quer no referencial do rotor quer no referencial do estator. Em qualquer dos casos a validação através da comparação do binário não é adequada para efeitos de validação em regime dinâmico como mostra a figura 8.10. Acresce ainda o facto de, para este efeito, ser necessário conhecer correctamente os parâmetros mecânicos.

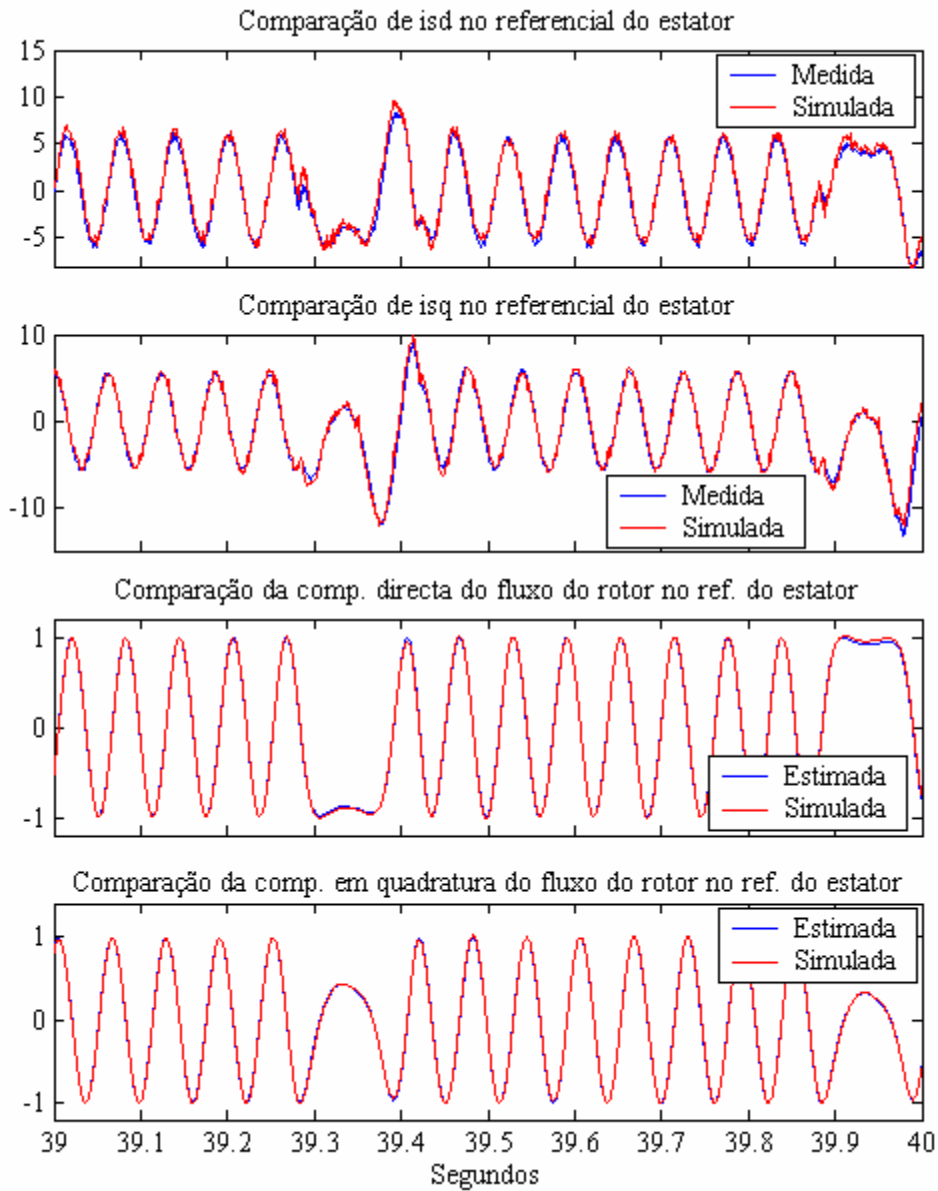


Figura 8.9: Comparação, no referencial do estator, das componentes medidas do fasor da corrente do estator e das componentes estimadas do fasor do fluxo do rotor, com as mesmas componentes simuladas, utilizando o modelo de validação e os parâmetros estimados.

Para avaliar a consistência dos valores estimados e porque não é possível conhecer os valores reais dos parâmetros, a sua estimação foi analisada para diferentes dinâmicas do ganho do EKF, utilizando diferentes valores na inicialização dos elementos da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema. Assim, foram analisados os 3 casos seguintes:

- ♦ caso 1:  $Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ Q_{33} \ Q_{44} \ Q_{55} \ Q_{66}], 0)$ ;
- ♦ caso 2:  $Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ 1e-8 \ 1e-8 \ 1e-8 \ 1e-8], 0)$ ;
- ♦ caso 3:  $Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ 1e-10 \ 1e-10 \ 1e-10 \ 1e-10], 0)$ .

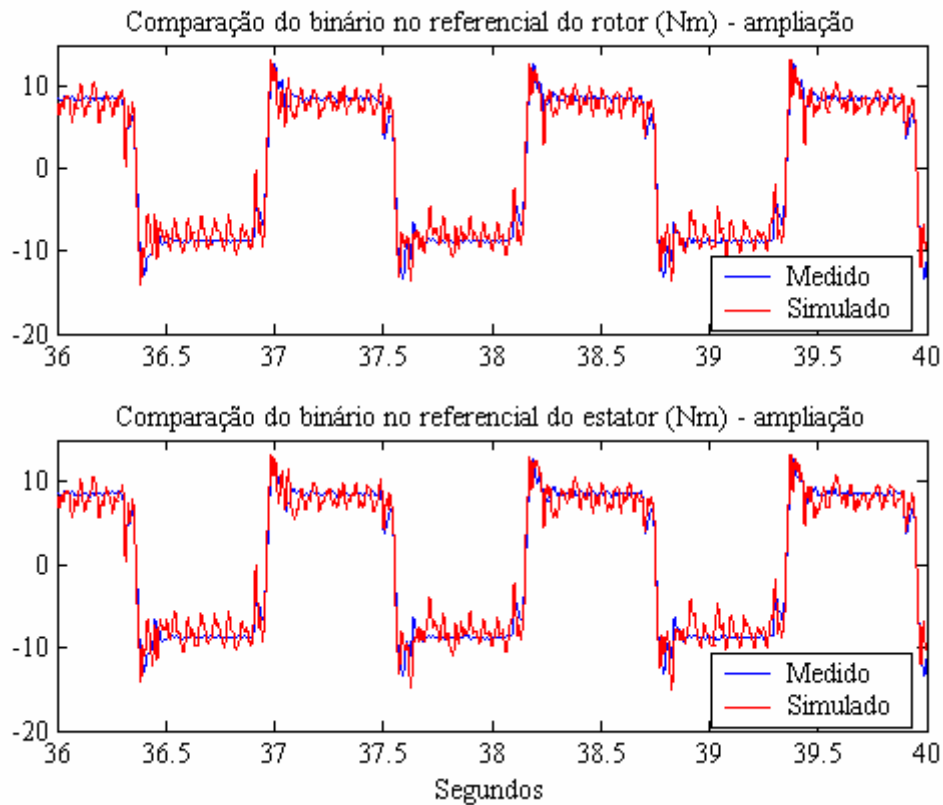


Figura 8.10: Comparação do binário motor medido e calculado a partir das componentes estimadas do fluxo do rotor e das componentes medidas da corrente do estator. Com os sinais no referencial do rotor em cima e no referencial do estator em baixo.

Para o caso 1 foi adoptada a seguinte função de compromisso entre a dinâmica no período de convergência e a dinâmica após essa fase inicial:

$$Q_{33}(k) = Q_{44}(k) = Q_{55}(k) = Q_{66}(k) = 10^{-\{8+2 \times [1 - \exp(-t_k/1.5)]\}}.$$

A evolução dos parâmetros estimados é apresentada na figura 8.11 e a média dos seus valores nos últimos 5 segundos está registada na tabela 8.2.

Tabela 8.2: Parâmetros estimados para diferentes matrizes de covariância do ruído de sistema

Parâmetro	Ensaio clássico	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$\tau_r$ (ms)	141.4	170.3	169.0	170.3
$L'_s$ (mH)	20.2	10.1	9.6	10.1
$L_M$ (mH)	220.1	202.7	201.9	202.7
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.4	2.45	2.55	2.45

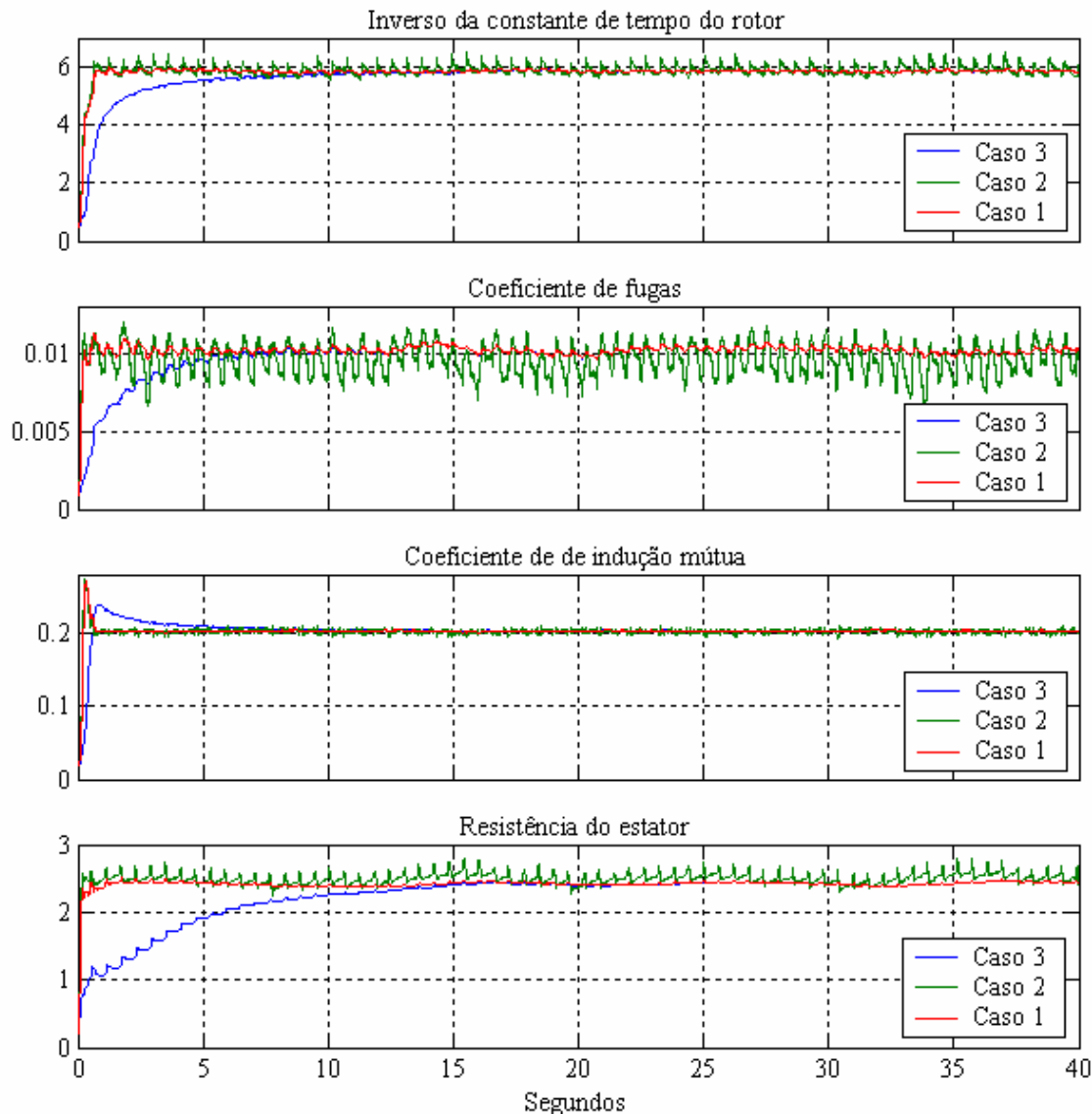


Figura 8.11: Desempenho do algoritmo do EKF com dados reais para diferentes matrizes de covariância do ruído de sistema.

Pode concluir-se da tabela 8.2 e da figura 8.11 que os parâmetros estimados para diferentes matrizes de covariância do ruído de sistema, são consistentes e coerentes com os anteriormente obtidos o que contribui para a garantia de que o algoritmo converge para os valores correctos.

Tal como foi constatado no capítulo 7, a estimação dos parâmetros do motor com dados experimentais é difícil de validar visto que o modelo não é único e os valores reais dos parâmetros não são conhecidos com precisão, para além de variarem no tempo. O parâmetro que melhor se conhece à partida é, naturalmente, a resistência do estator a qual pode ser previamente medida com razoável precisão. Assim, foram realizados alguns testes que incluíram a colocação de um reóstato trifásico de  $1\ \Omega$  em série com o motor e estimação com o motor frio e quente.

Para provocar o aquecimento do motor foi desligada a ventilação do mesmo. Tal é possível pelo facto de esta ser autónoma em relação ao veio do motor uma vez que neste está acoplado

o codificador incremental. Assim, o motor funcionou durante cerca de 10 minutos em carga e sem ventilação.

A resistência do estator foi medida, incluindo o cabo de alimentação, nas 3 situações seguintes:

- com o motor frio:  $R_s = 2.4\Omega$ ;
- com o reóstato em série com o motor:  $R_s = 3.42\Omega$ ;
- com o motor quente:  $R_s = 2.53\Omega$ .

Os valores apresentados para a resistência do estator correspondem a metade da média da resistência medida entre fases com o motor ligado em estrela.

Consideremos então os seguintes testes:

- ♦ teste 1: estimação com o motor frio;
- ♦ teste 2: estimação com reóstato;
- ♦ teste 3: estimação com o motor quente.

Adicionalmente, a estimação dos parâmetros foi também realizada com uma filtragem adicional no *simulink*, logo após a aquisição dos sinais. Naturalmente, para manter a sincronização do ângulo do rotor com os sinais filtrados, com a nova frequência de corte,  $f_c = 100\text{Hz}$ , foi necessário introduzir um atraso de 22 amostras (4.4ms) em vez de 5 (1ms) no caso de se terem apenas os filtros *anti-aliasing* com frequência de corte,  $f_c = 500\text{Hz}$ .

A matriz de covariância do ruído de sistema utilizada foi a do caso 1 acima e os resultados estão apresentados na tabela 8.3. Os resultados desta tabela permitem tirar duas conclusões importantes a realçar. A primeira é que os valores estimados dos parâmetros são consistentes com as condições em que os testes foram realizados, com particular destaque para os valores estimados da resistência do estator com o motor frio, com e sem reóstato, e com o motor quente, uma vez que estes foram medidos experimentalmente nos três testes realizados. Repare-se também que a constante de tempo do rotor diminui com o aumento da temperatura do motor o que indicia um aumento da resistência do rotor com a temperatura, como seria de esperar. A segunda conclusão importante a extrair dos resultados da tabela 8.3 é que o valor estimado do coeficiente de fugas depende da frequência de corte do filtro e, portanto, do conteúdo harmónico contido nos sinais de tensão e corrente do estator. Foi possível constatar que o valor estimado de  $L_s'$  aumenta de 10mH para 20mH quando se diminui a frequência de corte de 500Hz para 50Hz, aproximando-se, assim, do valor obtido pelos ensaios clássicos, quando apenas é considerada a componente fundamental dos sinais de tensão e corrente do motor.

A situação que se segue consistiu na introdução e/ou retirada instantânea do reóstato durante a aquisição dos sinais, com o objectivo de analisar a capacidade de acompanhamento da variação da resistência do estator. A matriz de covariância do ruído de sistema utilizada foi a seguinte:

$$Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ 1e-9 \ 1e-10 \ 1e-9 \ 1e-9], 0).$$



Tabela 8.3: Parâmetros estimados em diferentes testes e para frequências de corte de 100 e 500Hz

Teste	Parâmetro	$f_c = 100\text{Hz}$	$f_c = 500\text{Hz}$
1	$\tau_r$ (ms)	179.5	170.7
	$L'_s$ (mH)	17.3	10.3
	$L_M$ (mH)	200.0	204.8
	$R_s$ ( $\Omega$ )	2.47	2.47
2	$\tau_r$ (ms)	183.7	168.7
	$L'_s$ (mH)	18.4	7.6
	$L_M$ (mH)	205.6	211.9
	$R_s$ ( $\Omega$ )	3.52	3.57
3	$\tau_r$ (ms)	170.5	161.5
	$L'_s$ (mH)	17.7	10.2
	$L_M$ (mH)	200.5	205.5
	$R_s$ ( $\Omega$ )	2.63	2.64

O primeiro ensaio consistiu na estimação dos parâmetros com introdução do reóstato e posterior retirada. A evolução dos parâmetros estimados está ilustrada na figura 8.12.

Na figura 8.12 há 3 intervalos a salientar para efeitos de registo dos parâmetros estimados:

- ♦ intervalo 1: dos 5 aos 10 segundos;
- ♦ intervalo 2: dos 20 aos 25 segundos;
- ♦ intervalo 3: dos 35 aos 40 segundos.

A média dos valores estimados nestes intervalos foi registada na tabela 8.4.

Tabela 8.4: Parâmetros estimados com introdução do reóstato e posterior retirada.

Parâmetro	Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3
$\tau_r$ (ms)	165.1	170.1	163.6
$L'_s$ (mH)	7.1	8.2	6.7
$L_M$ (mH)	206.2	211.0	206.2
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.54	3.57	2.60

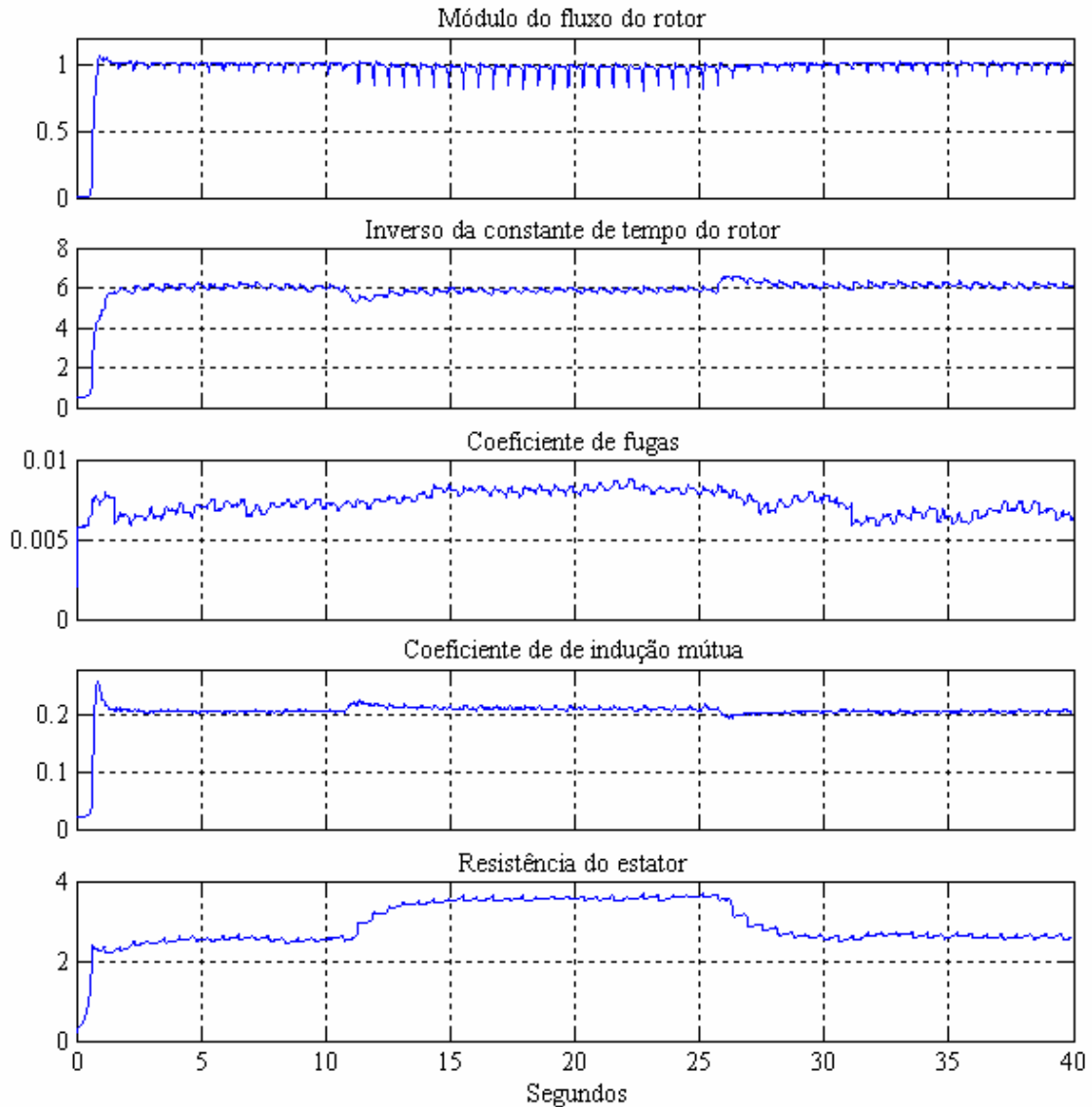


Figura 8.12: Desempenho do algoritmo do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator com introdução do reóstato (depois dos 10s) e posterior retirada (depois dos 25s).

Da análise dos resultados apresentados na tabela 8.4, pode concluir-se que os valores estimados dos parâmetros são consistentes com os obtidos até agora e que os valores estimados da resistência do estator, nos referidos intervalos de tempo, são também consistentes com os valores medidos.

A situação inversa consistiu em dar início ao funcionamento do motor com o reóstato que foi retirado de seguida e posteriormente inserido de novo. Os resultados estão apresentados na figura 8.13 e na tabela 8.5. Neste caso o intervalo 1 refere-se ao período que vai dos 10 aos 15 segundos.

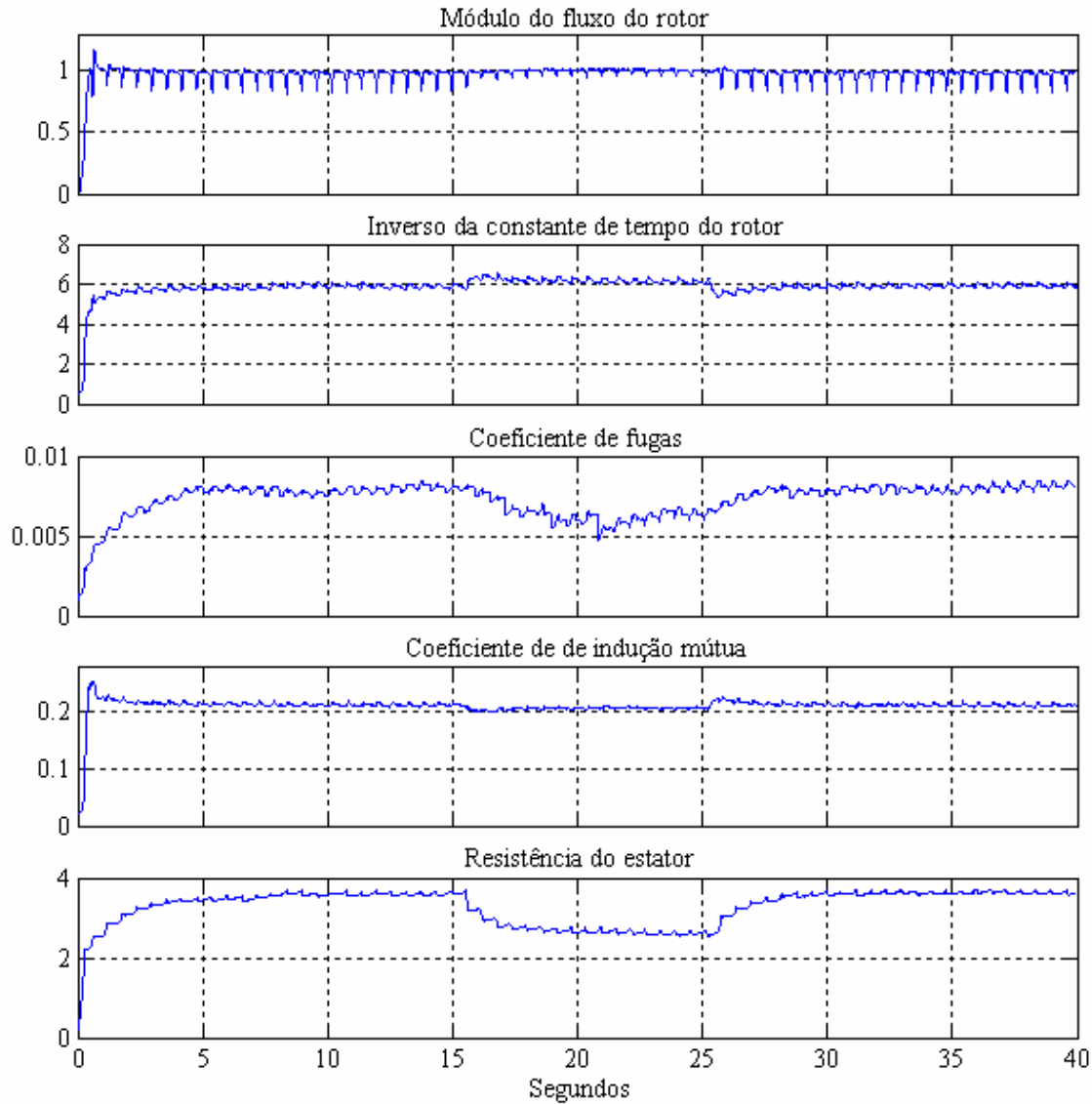


Figura 8.13: Desempenho do algoritmo do EKF no acompanhamento da variação da resistência do estator com retirada do reóstato (depois dos 15s) e nova inserção (depois dos 25s).

Tabela 8.5: Parâmetros estimados com retirada do reóstato e posterior inserção.

Parâmetro	Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3
$\tau_r$ (ms)	169.9	162.5	168.9
$L_s'$ (mH)	7.9	6.1	8.1
$L_M$ (mH)	212.0	206.4	211.5
$R_s$ ( $\Omega$ )	3.59	2.63	3.63

As conclusões a extrair dos resultados apresentados na tabela 8.5 são as mesmas que foram retiradas da tabela 8.4. Pode verificar-se pela análise das figuras 8.12 e 8.13 que, em ambos os casos, a estimação do fluxo do rotor e dos restantes parâmetros é ligeiramente afectada pela introdução e retirada do reóstato, principalmente o coeficiente de fugas.

Um outro aspecto importante a ter em conta é a adequação da dinâmica do filtro à dinâmica dos parâmetros. Neste caso, a resistência varia essencialmente com a temperatura pelo que se trata de um fenómeno de variação lenta ao contrário do que foi feito experimentalmente em que a resistência do estator sofreu variações instantâneas da ordem dos 40%. Ora o algoritmo do EKF deve ser ajustado de modo a ter um ganho que tenha em conta a dinâmica inerente a cada parâmetro e, se um deles é constante, o elemento da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema deve ser nulo. Por outro lado, o ganho não deve ser demasiado elevado uma vez que isso introduz variações instantâneas nos parâmetros estimados que não correspondem a uma variação física. A figura 8.14 mostra o compromisso entre estes dois aspectos em que o reóstato é colocado em série com o motor provocando uma variação em degrau de aproximadamente 40%. Por um lado, pretende-se ter um ganho elevado de modo a acompanhar a forte dinâmica deste parâmetro e, por outro, é necessário não ter ganho demasiado elevado de modo a garantir imunidade a perturbações de ruído que possam ser interpretadas como informação útil no procedimento de identificação.

Na figura 8.14 está apresentada a evolução dos parâmetros estimados com dinâmica diferenciada, controlada pelos elementos da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema, tendo sido utilizadas as seguintes matrizes:

- ♦ caso 1:  $Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ 1e-9 \ 1e-10 \ 1e-9 \ 1e-9], 0)$ ;
- ♦ caso 2:  $Q = \text{diag}([1e-10 \ 1e-10 \ Q_{33}(k) \ 1e-11 \ Q_{55}(k) \ Q_{66}(k)], 0)$ ;

sendo, no caso 2,  $Q_{33}(k) = Q_{55}(k) = Q_{66}(k) = 10^{-\{9+1 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$ .

Como podemos verificar, a dinâmica do EKF relativamente a cada parâmetro é um compromisso entre 3 requisitos importantes:

1. rapidez de convergência;
2. acompanhamento da variação temporal dos parâmetros;
3. imunidade a perturbações de ruído.

Na tabela 8.6 são apresentados os resultados da estimação dos parâmetros para os dois casos anteriores e com a média dos valores estimados nos intervalos seguintes:

- ♦ intervalo 1: dos 15 aos 20 segundos;
- ♦ intervalo 2: dos 35 aos 40 segundos.

Da análise da figura 8.14 e dos resultados da tabela 8.6 comprova-se que a dinâmica do algoritmo do EKF deve ser devidamente ajustada à dinâmica esperada para cada parâmetro e que deve existir um compromisso entre a dinâmica desejada no acompanhamento da variação dos parâmetros e o nível de alerta adequado em relação ao conteúdo dos dados adquiridos, que se reflecte na “ondulação” dos parâmetros estimados.

Os resultados até agora obtidos mostram ainda que o algoritmo é capaz de acompanhar a variação temporal dos parâmetros do motor, o que ficou amplamente demonstrado para o caso da resistência do estator.

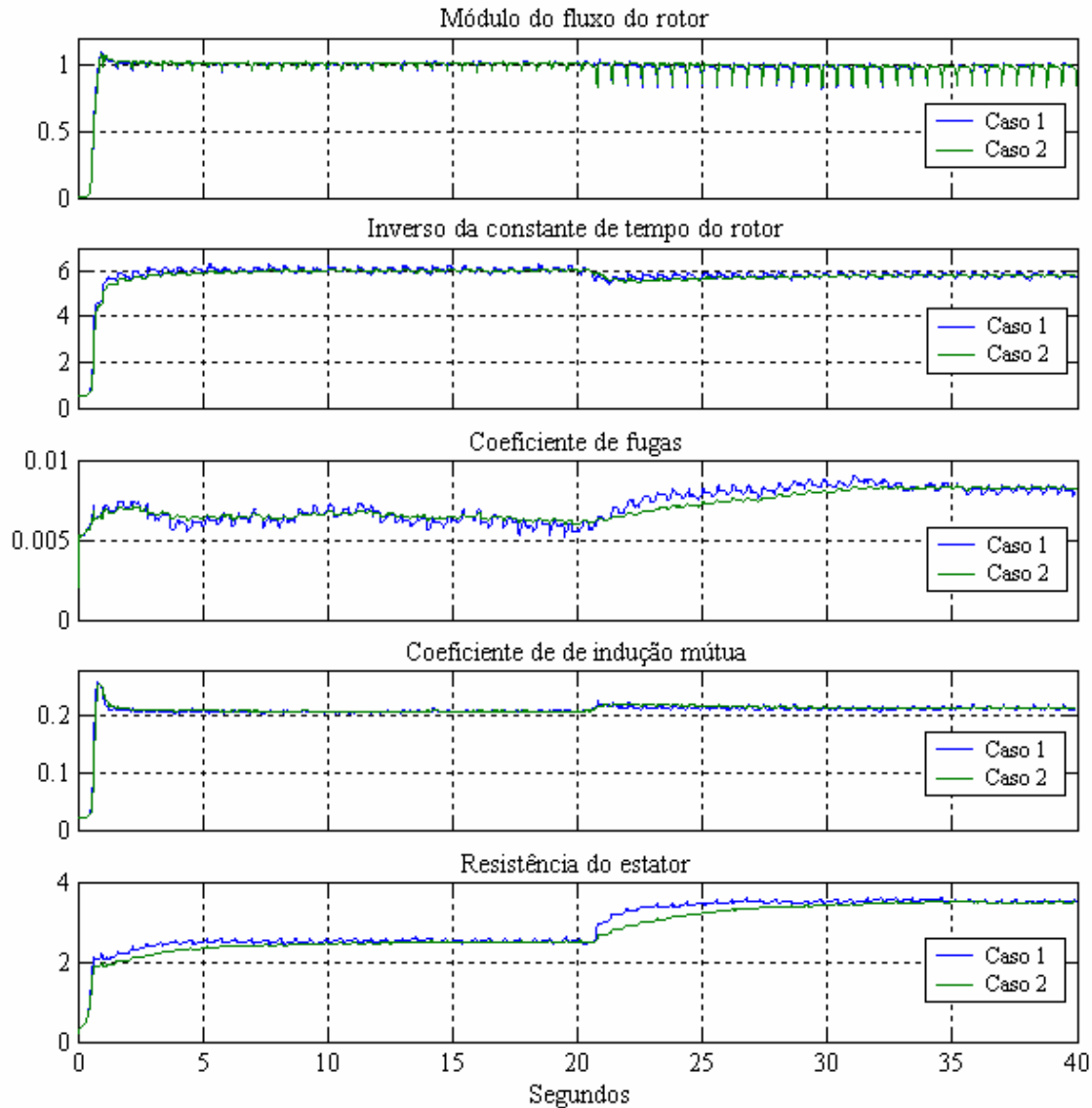


Figura 8.14: Desempenho do algoritmo do EKF com diferentes dinâmicas. Compromisso entre o acompanhamento da variação temporal dos parâmetros, com a introdução do reóstato (depois dos 20s), e a imunidade a perturbações de ruído.

#### 8.4. Estimação dos parâmetros e fluxo do rotor utilizando novas metodologias de identificação

Na presente secção são apresentados os resultados da estimação dos parâmetros do motor de indução a partir de dados experimentais, utilizando as novas metodologias de identificação com algoritmos separados mas interligados, para a estimação conjunta do fluxo e parâmetros do rotor, por um lado, e dos parâmetros do estator por outro.

Tabela 8.6: Parâmetros estimados com diferentes dinâmicas e introdução do reóstato.

Caso	Parâmetro	Intervalo 1	Intervalo 2
Caso 1	$\tau_r$ (ms)	165.3	172.5
	$L_s'$ (mH)	6.1	8.1
	$L_M$ (mH)	207.6	213.2
	$R_s$ ( $\Omega$ )	2.52	3.51
Caso 2	$\tau_r$ (ms)	166.1	172.6
	$L_s'$ (mH)	6.3	8.3
	$L_M$ (mH)	207.9	213.7
	$R_s$ ( $\Omega$ )	2.49	3.49

#### 8.4.1. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor via EKF e estimação dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do rotor

Na metodologia adoptada nesta secção, o fluxo do rotor e parâmetros do rotor são estimados via EKF, como foi descrito na secção 6.3.1 do capítulo 6, e a estimação dos parâmetros do estator é realizada com um algoritmo RPEM, como descrito na secção 6.3.2.1. Ambos os algoritmos utilizam, portanto, estruturas de modelos no referencial do rotor. Esta estratégia de identificação foi ilustrada nas figuras 6.3(a) e 6.3(c) da secção 6.3.3 do capítulo 6.

O teste foi realizado uma vez mais com o motor de indução a funcionar em regime dinâmico contínuo, invertendo a sua velocidade entre  $\pm 500$  rpm, com binário de carga igual a 8Nm. A inicialização dos algoritmos foi efectuada como apresentado a seguir.

Caso 1 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do filtro de Kalman:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r$ , $\psi_{rq}^r$ , $\tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (KF), referencial do rotor
$x_e(0) = [0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.1]^T$ $P(0) = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-5 \quad 1e-5], 0)$ $Q = \text{diag}([1e-9 \quad 1e-9 \quad Q_{33} \quad Q_{44}], 0)$ $Q_{33}(k) = 10^{-\{8+2 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$ $Q_{44}(k) = 10^{-\{8+1 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$ $R_m = \text{diag}([1 \quad 1], 0)$	<p>Estimação de <math>L_s'</math></p> $L_s'(0) = 0.1, P(0) = 1e-5, R_m = 1$ $Q(k) = 10^{-\{8+2 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$ <p>Estimação de <math>R_s</math></p> $R_s(0) = 0.1, P(0) = 1e-5, R_m = 1$ $Q(k) = 10^{-\{8+1 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$

Caso 2 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método do gradiente:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (Grad.), referencial do rotor
Igual ao caso 1	$L_s'(0) = 0.1, R_s(0) = 0.1$ Quer para $L_s'$ quer para $R_s$ foi utilizado: $P(0) = 1e-5$ $\text{ganho} = 10^{-\{5+1 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$

Caso 3 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método de mínimos quadrados recursivo, com factor de esquecimento:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (RLS), referencial do rotor
Igual ao caso 1	$L_s'(0) = 0.1, R_s(0) = 0.1$ Quer para $L_s'$ quer para $R_s$ foi utilizado: $P(0) = 1e-5$ $\lambda = 0.999 + 0.0009 \times (1 - \exp(-t_k/1.5))$

Na figura 8.15 são apresentados os resultados da estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM também no referencial do rotor, utilizando neste último caso três algoritmos recursivos diferentes, nomeadamente:

- ♦ algoritmo do filtro de Kalman (KF);
- ♦ método de mínimos quadrados recursivo, com factor de esquecimento, (RLS);
- ♦ método do gradiente não normalizado (Grad.).

Na tabela 8.7 é apresentada a média dos valores estimados nos últimos 5 segundos.

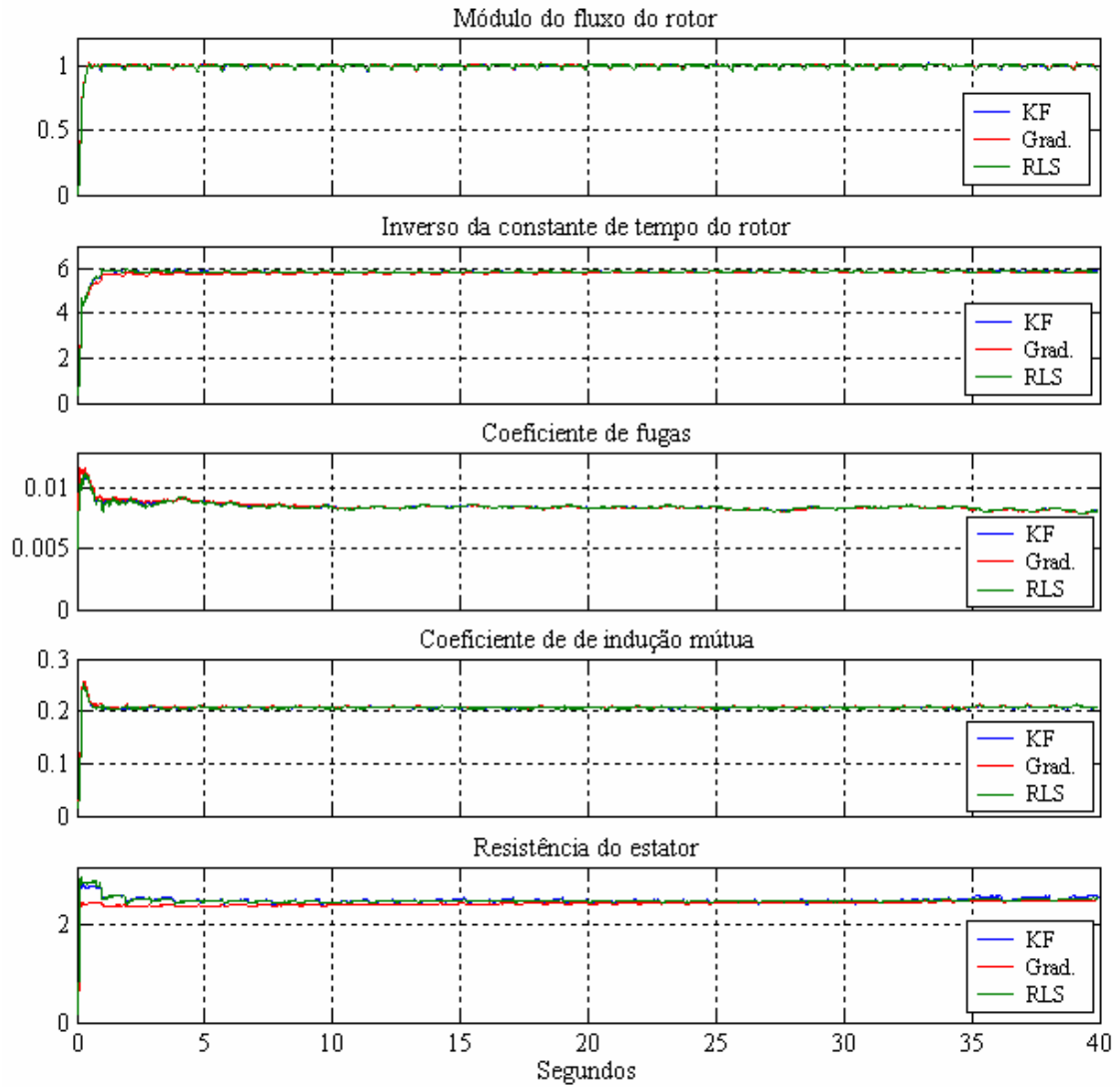


Figura 8.15: Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM também no referencial do rotor, neste último com três algoritmos diferentes.

Tabela 8.7: Parâmetros estimados, no referencial do rotor, com diferentes algoritmos interligados.

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$\tau_r$ (ms)	170.1	171.2	170.6
$L_s'$ (mH)	8.2	8.2	8.2
$L_M$ (mH)	207.7	208.5	208.0
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.57	2.50	2.54

Pode verificar-se pela análise da figura 8.15 e pelos valores estimados da tabela 8.7, que os resultados obtidos com esta metodologia são consistentes com os valores estimados na secção



anterior. Também se conclui facilmente que os parâmetros do estator podem ser estimados de forma autónoma em relação ao fluxo e parâmetros do rotor utilizando estruturas de modelos muito simples e diversos métodos identificação da família dos RPEM. De especial interesse é a estimação através do método do gradiente pela sua extrema simplicidade e reduzido tempo de cálculo relativamente aos restantes.

Embora não sendo visível na figura 8.15, da observação do funcionamento do algoritmo em tempo real, constata-se que existe uma ondulação de muito baixa frequência nos valores estimados dos parâmetros do estator o que não acontece se estes parâmetros passarem a ser estimados no referencial do estator, como é o caso da secção seguinte.

#### 8.4.2. Estimação do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, via RPEM

Nesta secção o fluxo do rotor e parâmetros do rotor são estimados via EKF, como na secção anterior, mas a estimação dos parâmetros do estator é realizada, no referencial do estator, como descrito na secção 6.3.2.2, através de um algoritmo RPEM. Esta estratégia de identificação foi ilustrada nas figuras 6.4(a) e 6.3(c) da secção 6.3.3 e foi também analisada em testes com dados provenientes de simulação na secção 7.5.1.

O teste foi realizado, tal como anteriormente, com o motor de indução a funcionar em regime dinâmico contínuo, invertendo a sua velocidade entre  $\pm 500$  rpm, com binário de carga igual a 8Nm. A inicialização dos algoritmos foi efectuada como apresentado a seguir.

Caso 1 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do filtro de Kalman:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (KF), referencial do estator
$x_e(0) = [0 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.1]^T$	$L_s'(0) = 0.1, \quad R_s(0) = 0.1$
$P(0) = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0)$	Quer para a estimação de $L_s'$ quer para a estimação de $R_s$ foi utilizado:
$Q = \text{diag}([1e-10 \quad 1e-10 \quad Q_{33} \quad Q_{44}], 0)$	$P(0) = 1e-5$
Com $Q_{33}(k) = Q_{44}(k) = 10^{-\{8+2 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$	$Q(k) = 10^{-\{8+2 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$
$R_m = \text{diag}([1 \quad 1], 0)$	$R_m = 1$

## Caso 2 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método do gradiente:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (Grad.), referencial do estator
Igual ao caso 1	$L_s'(0) = 0.1, R_s(0) = 0.1$ Quer para $L_s'$ quer para $R_s$ foi utilizado: $P(0) = 1e-5$ $\text{ganho} = 10^{-\{5+1 \times [1-\exp(-t_k/1.5)]\}}$

## Caso 3 - utilização conjunta do algoritmo do EKF e do método de mínimos quadrados recursivo, com factor de esquecimento:

EKF, referencial do rotor Estimação de $\psi_{rd}^r, \psi_{rq}^r, \tau_r^{-1}$ e $L_M$	RPEM (RLS), referencial do estator
Igual ao caso 1	$L_s'(0) = 0.1, R_s(0) = 0.1$ Quer para $L_s'$ quer para $R_s$ foi utilizado: $P(0) = 1e-5$ $\lambda = 0.999 + 0.0009 \times (1 - \exp(-t_k/1.5))$

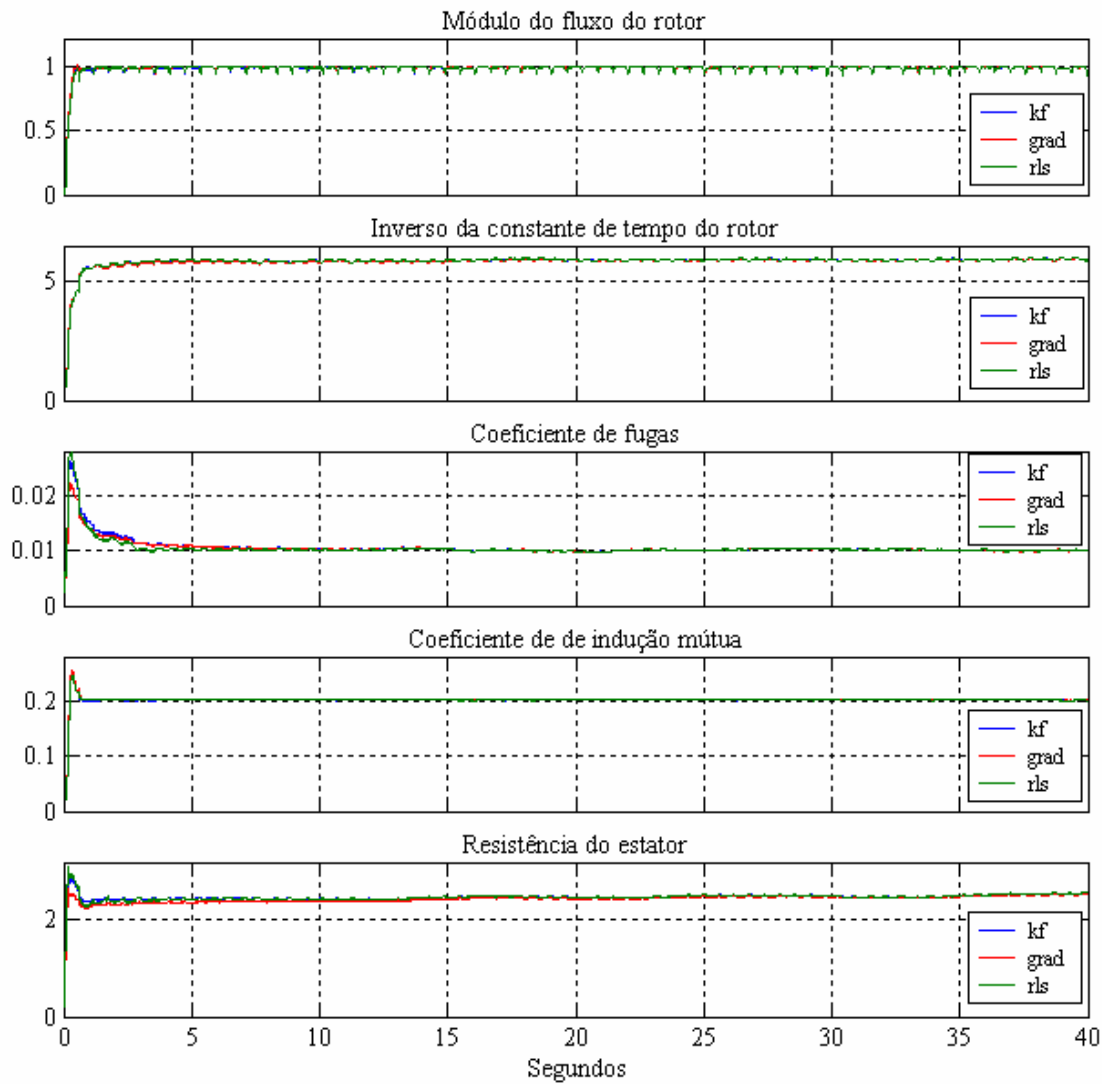
Na figura 8.16 são apresentados os resultados da estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, utilizando neste último caso os três algoritmos recursivos da secção anterior, nomeadamente: KF, RLS e gradiente.

Na tabela 8.8 é apresentada a média dos valores estimados nos últimos 5 segundos.

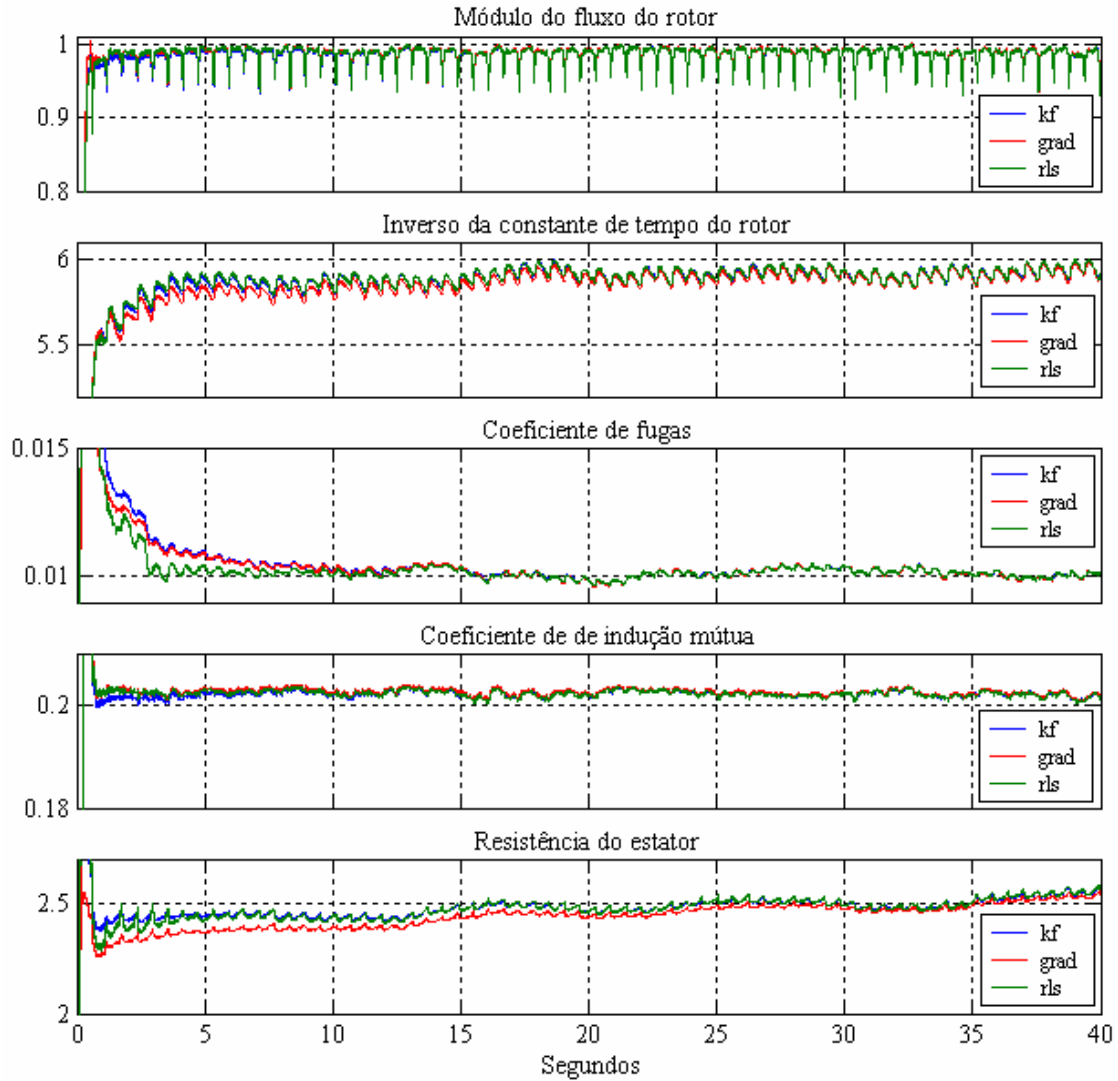
Tabela 8.8: Parâmetros estimados do rotor e do estator, nos referenciais do rotor e do estator, respectivamente, com diferentes algoritmos interligados.

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$\tau_r$ (ms)	168.6	168.9	168.6
$L_s'$ (mH)	10.0	10.0	10.0
$L_M$ (mH)	201.9	202.1	201.9
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.54	2.52	2.54

As considerações feitas na secção anterior acerca dos resultados obtidos podem repetir-se para este caso. No entanto, o procedimento de identificação agora validado, demonstrou ter um desempenho melhor relativamente à estimação dos parâmetros do estator, indicando que estes devem ser, preferencialmente, estimados no referencial do estator. Ao contrário do que acontecia na secção anterior com a estimação dos parâmetros do estator no referencial do rotor, o funcionamento do algoritmo em tempo real permitiu verificar que não existe o fenómeno de ondulação de muito baixa frequência na estimação dos parâmetros do estator, se esta for realizada no referencial do estator.



(a)



(b)

Figura 8.16: Estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros utilizando diferentes algoritmos. (a) Estimação do fluxo e parâmetros do rotor via EKF no referencial do rotor e dos parâmetros do estator via RPEM no referencial do estator, neste último com três algoritmos diferentes. (b) Ampliação.

Para concluir pode dizer-se que as metodologias validadas na presente secção e na secção anterior, permitem desacoplar a estimação das componentes do fluxo e parâmetros do rotor da estimação dos parâmetros do estator podendo, adicionalmente, desacoplar a estimação destes últimos como foi o caso. Isto torna possível, por exemplo, estimar continuamente o fluxo e parâmetros do rotor, mesmo em regime permanente, e “congelar” a estimação dos parâmetros do estator, cuja estimação seria activada apenas quando o ponto de funcionamento do motor fosse adequado para esse efeito. Por exemplo, a estimação da resistência do estator seria estimada apenas a baixas velocidades enquanto que o coeficiente de fugas deveria ser estimado em períodos de aceleração e desaceleração onde a derivada da corrente é mais significativa. Assim, os parâmetros do estator seriam estimados periodicamente, ou sempre que possível, e actualizados no EKF, contribuindo para uma melhor precisão nos valores estimados dos parâmetros do rotor e do fluxo do rotor.

### 8.4.3. Implementação dos algoritmos de estimação em tempo real

Na presente secção é ilustrado o modo como foram implementados os algoritmos de estimação em tempo real. Para o efeito e como exemplo de aplicação, será detalhada a implementação da metodologia de identificação da secção anterior.

Na figura 8.17 está representada a forma geral do diagrama principal implementado em *simulink* para a estimação em tempo real do fluxo do rotor e dos parâmetros do motor. Concretamente, o diagrama da figura 8.17 foi o utilizado no procedimento de identificação da secção anterior.

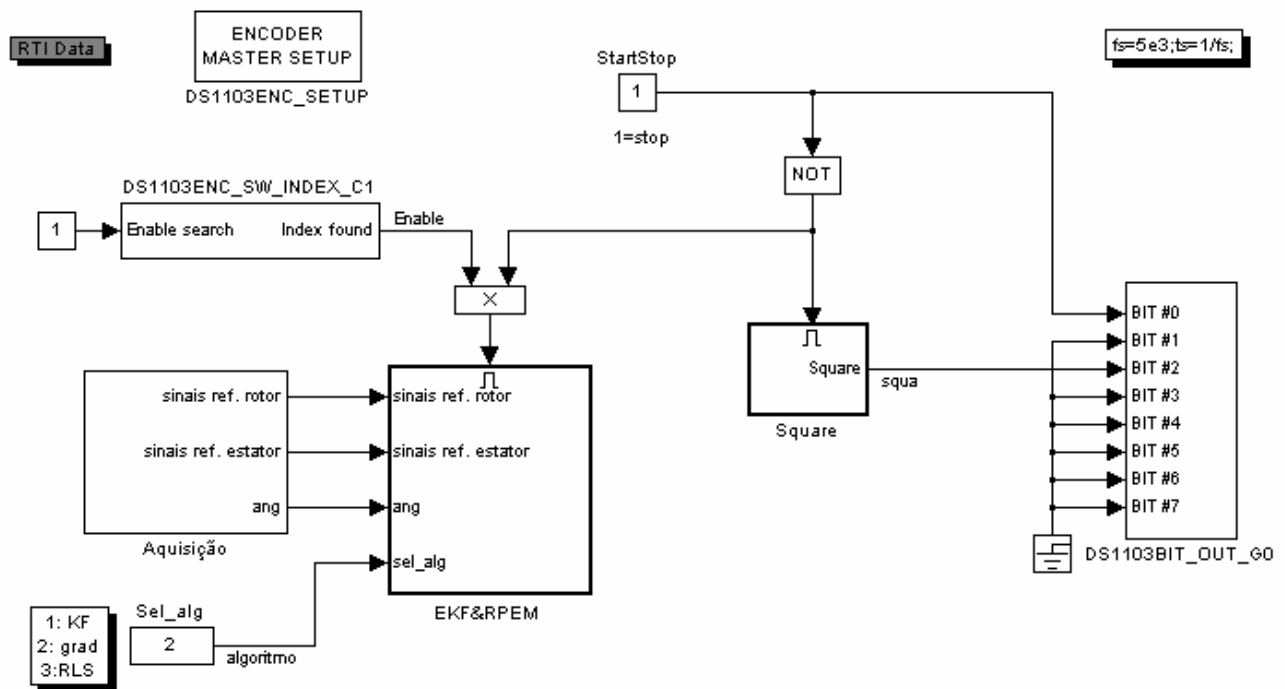


Figura 8.17: Diagrama principal implementado no programa *simulink* para estimação, em tempo real, do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, no referencial do rotor, via EKF e estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator, via RPEM.

Os blocos DS1103ENC\_SETUP, DS1103ENC\_SW\_INDEX\_C1 e DS1103BIT\_OUT\_GO, fazem parte da biblioteca RTI da dSPACE. O primeiro permite configurar a leitura dos sinais provenientes do codificador incremental, o segundo passa do nível lógico 0 ao nível lógico 1 quando detecta o primeiro impulso do codificador incremental que indica a posição “zero” ou, por outras palavras, quando o veio passa pela 1ª vez naquela posição. Em termos práticos significa que o veio começou a rodar. O terceiro bloco controla 8 saídas digitais da carta de controlo DS1103, das quais duas são utilizadas para controlar as duas entradas digitais do conversor de frequência que foram programadas para ligar/desligar e inverter o sentido de rotação.

Os restantes blocos – “Square”, “Aquisição” e EKF&RPEM - foram implementados para tarefas específicas no procedimento de identificação.

O bloco “Square” gera uma onda quadrada que funciona como comando de inversão do sentido de rotação para o conversor de frequência e está representado na figura 8.18.

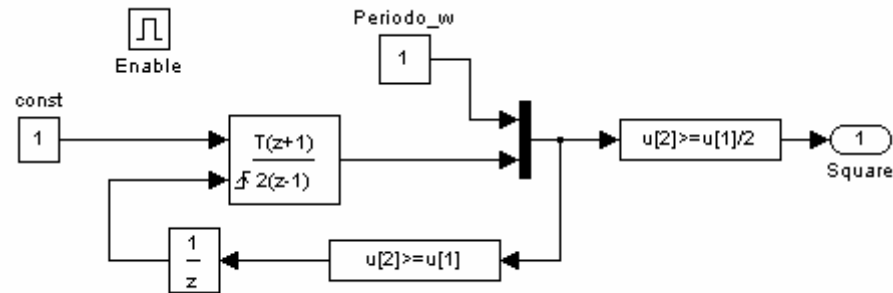


Figura 8.18: Geração de onda quadrada: comando de inversão do sentido de rotação para o conversor de frequência.

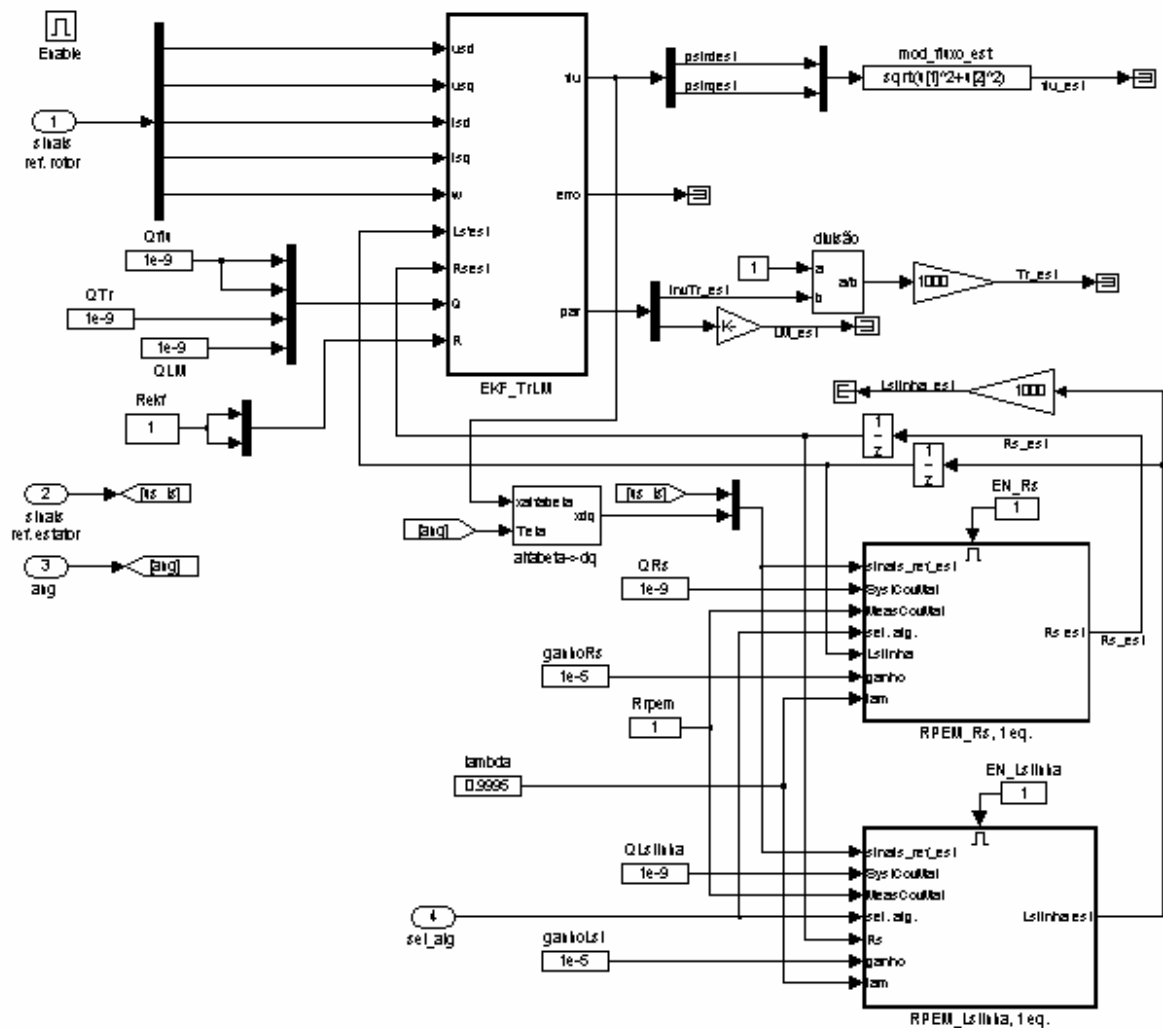
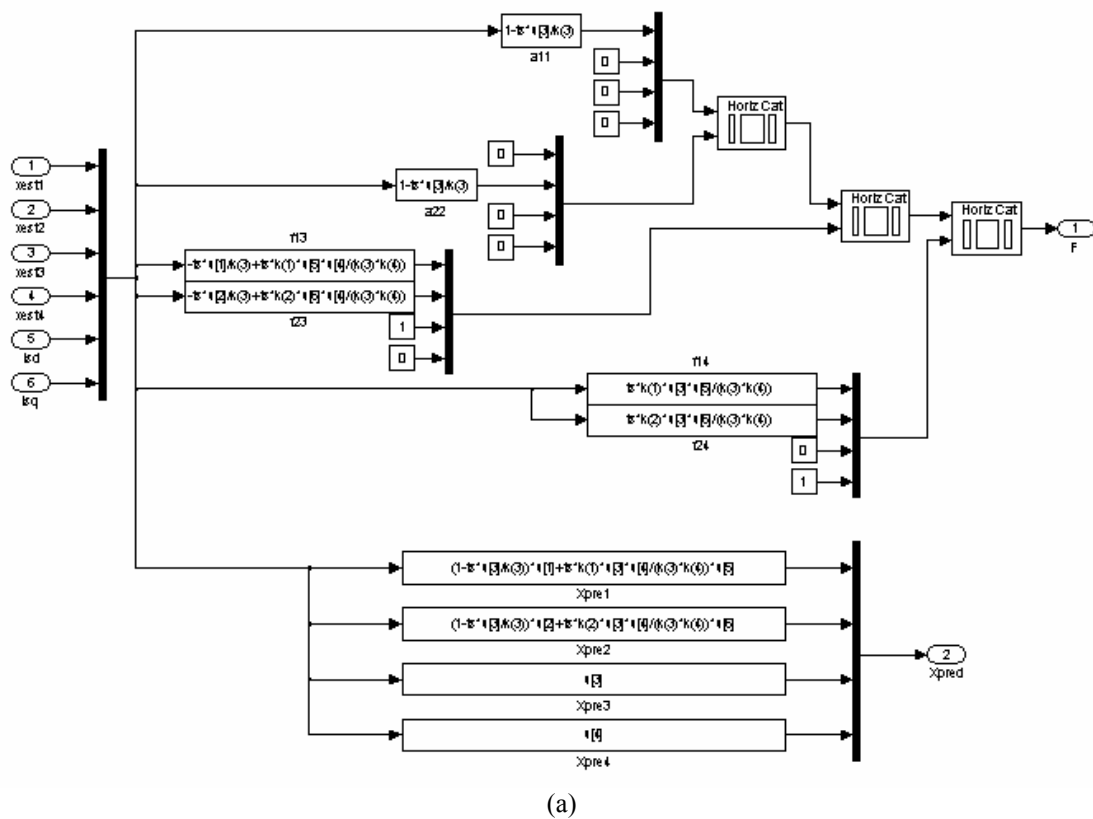
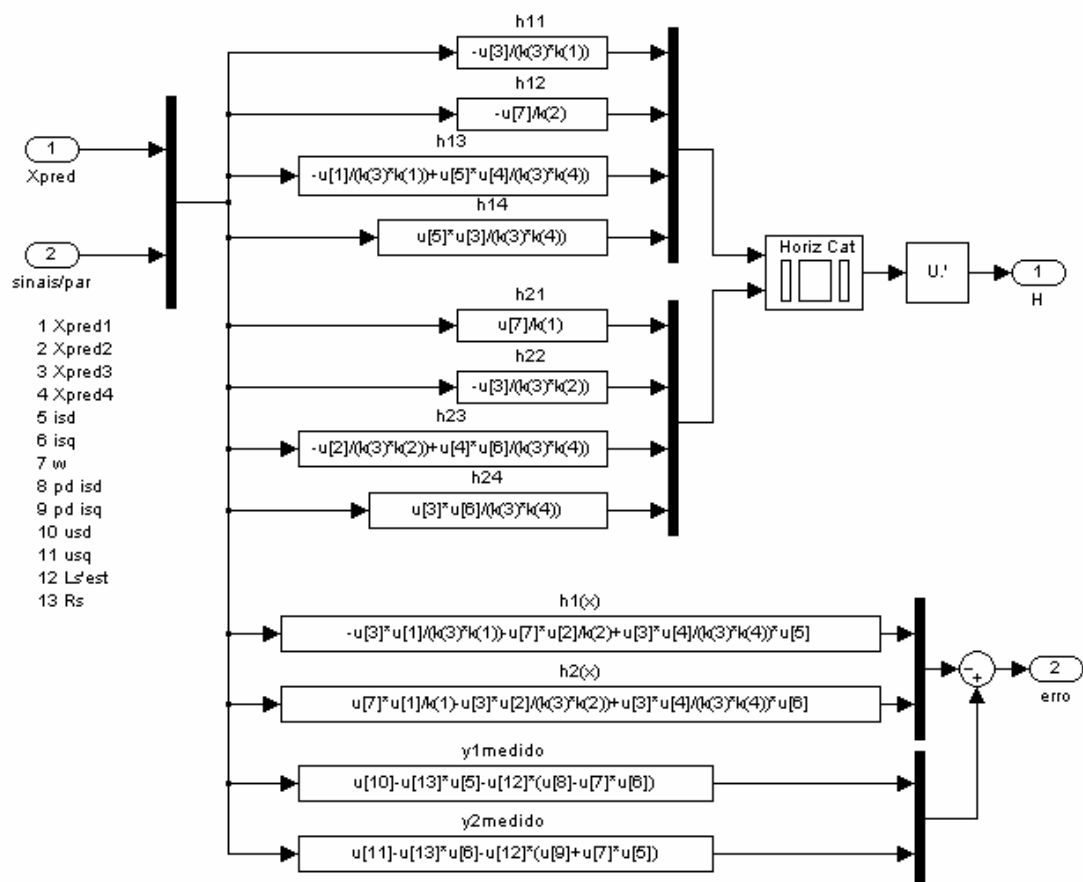


Figura 8.19: Implementação em *simulink* do bloco EKF&RPEM que estima o fluxo do rotor e os parâmetros eléctricos do motor.





(a)



(b)



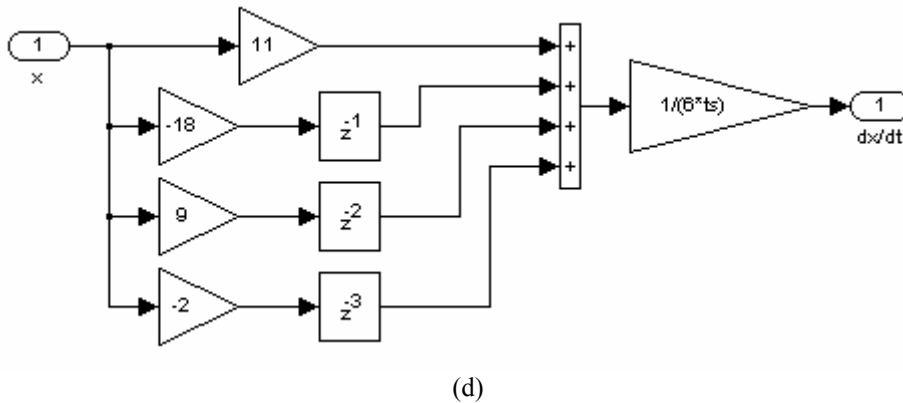
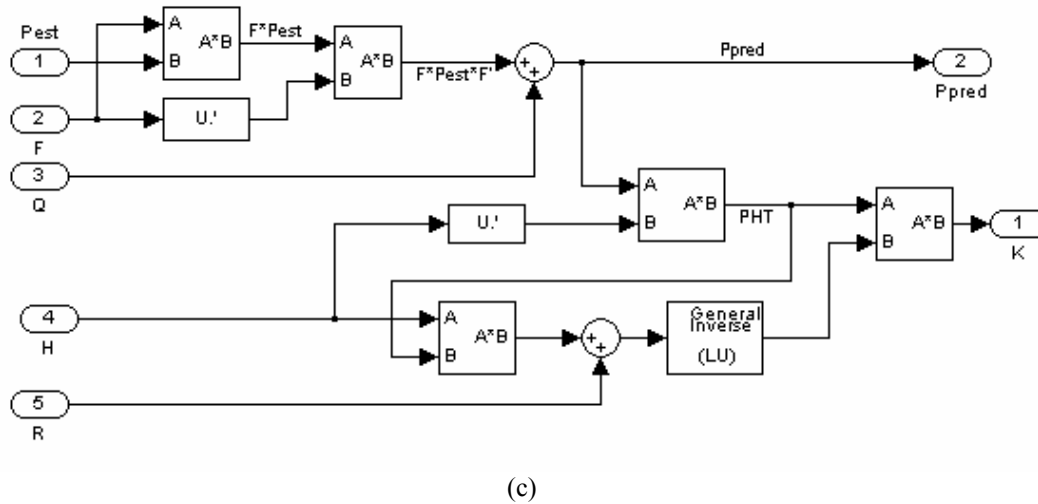


Figura 8.21: EKF\_TrLM - blocos da implementação do EKF. (a) Predição do vector de estado e cálculo da matriz de gradiente  $F$ ; (b) cálculo da matriz de gradiente  $H$  e do erro de predição; (c) cálculo do ganho do EKF e (d) cálculo das derivadas das componentes do fasor da corrente do estator.

#### 8.4.3.1. Implementação do EKF

A presente secção apresenta os detalhes de implementação em *simulink* do bloco EKF\_TrLM correspondente ao algoritmo do EKF, cujo diagrama principal está ilustrado na figura 8.20. As respectivas equações são as que foram obtidas na secção 6.3.1.

A predição do vector de estado e o cálculo da matriz de gradiente  $F$  são efectuados no bloco “Matriz F”, ilustrado na figura 8.21(a), enquanto que a matriz de gradiente  $H$  e o erro de predição são calculados no bloco “Matriz H e Yest”, ilustrado na figura 8.21(b).

O ganho do EKF é calculado no bloco “Ganho K”, ilustrado na figura 8.21(c).

O cálculo das derivadas das componentes do fasor da corrente do estator é efectuado pelos blocos “dx/dt” da figura 8.21(d).

#### 8.4.3.2. Implementação dos algoritmos RPEM

A presente secção apresenta apenas os detalhes de implementação em *simulink* do bloco RPEM\_Rs uma vez que o bloco RPEM\_Ls linha é semelhante.

Na figura 8.22 é ilustrado o diagrama principal da implementação dos algoritmos RPEM para estimação da resistência do estator, no referencial do estator. No bloco “erro&grad”, apresentado na figura 8.23(a), é calculado o gradiente e o erro de predição, de acordo com a secção 6.3.2.3, enquanto que os algoritmos RPEM, nomeadamente, do KF, do gradiente e RLS, são implementados nos blocos “RPEM: KF”, “RPEM: mét. gradiente” e “RPEM: RLS” e a sua implementação encontra-se apresentada nas figuras 8.23(b), (c) e (d), respectivamente. A figura 8.23(c) evidencia a simplicidade do método do gradiente face ao KF e RLS.

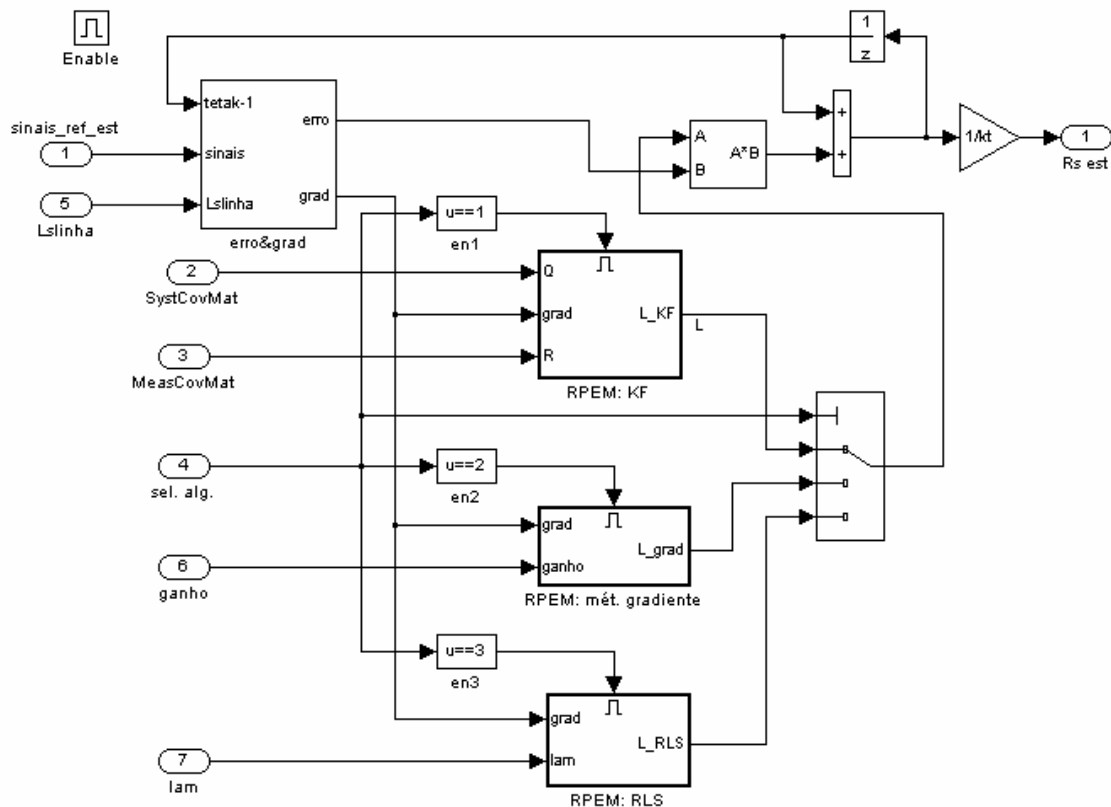
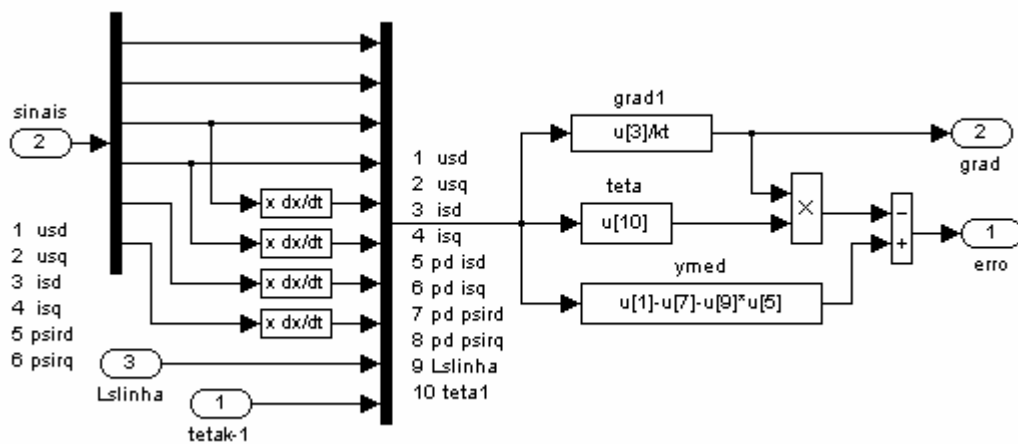


Figura 8.22: RPEM\_Rs - diagrama principal da implementação dos algoritmos RPEM.



(a)

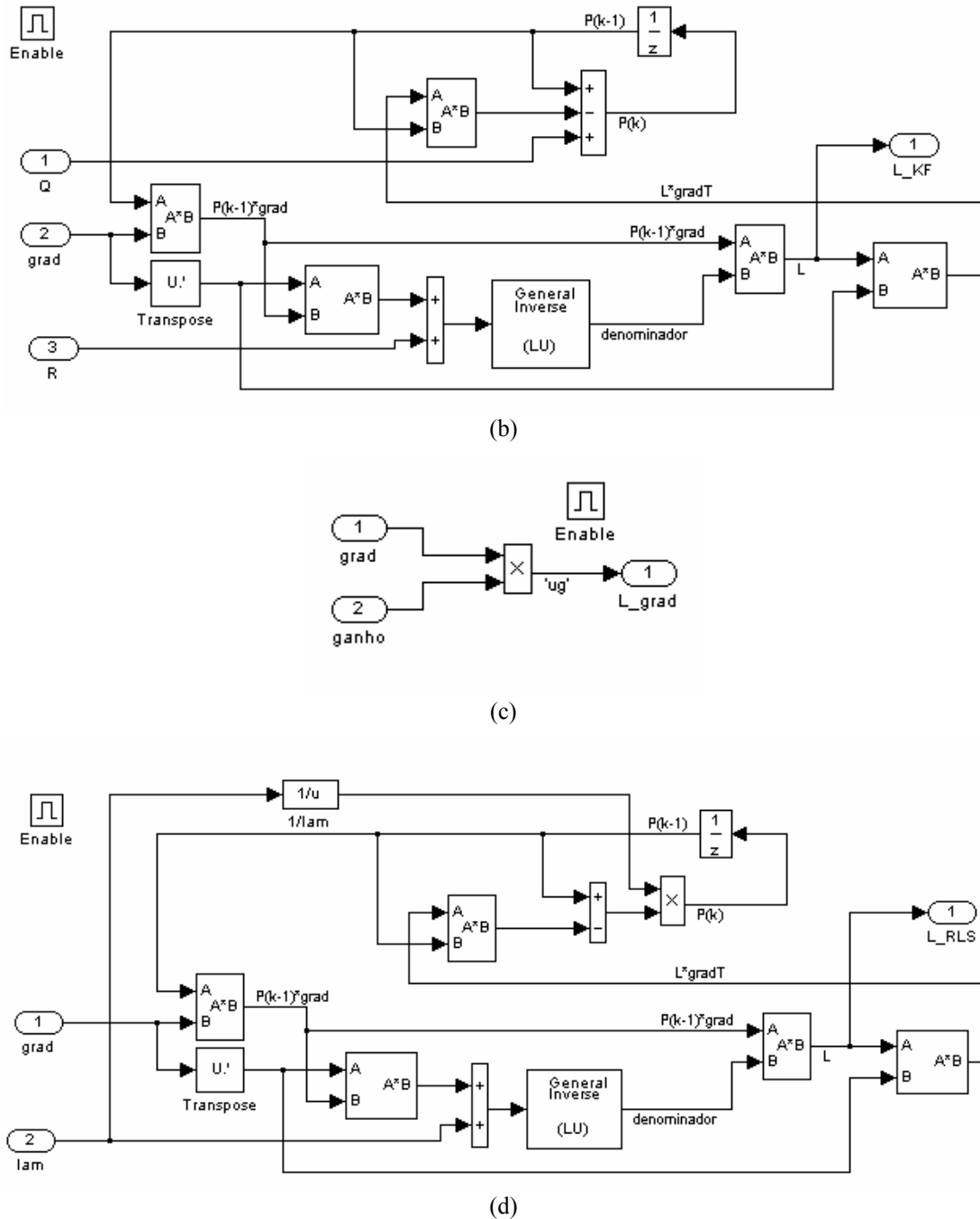


Figura 8.23: RPEM\_Rs - blocos da implementação dos algoritmos RPEM. (a) Cálculo do gradiente e do erro de predição; (b) algoritmo do KF, (c) do gradiente e (c) RLS.

## 8.5. Estimação da velocidade e do fluxo do rotor

Esta secção é dedicada à estimação da velocidade de rotação e do fluxo do rotor, utilizando a estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, no referencial do estator, desenvolvida na secção 6.2.2. Com os resultados que aqui se vão apresentar pretende-se validar experimentalmente o estudo realizado e os resultados obtidos com testes de simulação,

na secção 7.6. Assim, será utilizado uma vez mais o EKF para a estimação conjunta da velocidade de rotação e das componentes do fluxo do rotor.

A estrutura de modelos de ordem reduzida é a mesma do capítulo anterior e é descrita pelas equações (6.14) e (6.16), que são, respectivamente, a equação de estado e de saída. O vector de estado, como referimos, é estendido à velocidade de rotação como em (6.12), contudo, à semelhança do que foi feito para a estimação da velocidade e dos parâmetros no último capítulo e para os parâmetros no presente capítulo, a velocidade eléctrica foi devidamente escalada de modo a ter aproximadamente a amplitude do fluxo à velocidade nominal. Deste modo, o vector de estado (6.12) é definido por (7.21), isto é:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} K_1 \times \psi_{rd}^s(k) & K_2 \times \psi_{rq}^s(k) & K_\omega \times \omega(k) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{e_1}(k) & x_{e_2}(k) & x_{e_3}(k) \end{bmatrix}^T,$$

em que  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_\omega$  são constantes de escalonamento com os seguintes valores:

$$K_1 = K_2 = 1, \quad K_\omega = 0.0032.$$

O algoritmo do EKF, para esta aplicação, está ilustrado na figura 6.1 do capítulo 6. A inicialização efectuada foi a seguinte:

$$x_e(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$P(0) = \text{diag}([1e-8 \quad 1e-8 \quad 1e-8], 0).$$

O algoritmo do EKF para estimação da velocidade necessita dos parâmetros eléctricos do motor, os quais foram estimados nas secções 8.3 e 8.4. Assim, tendo em conta os resultados experimentais obtidos, foram utilizados os valores dos parâmetros eléctricos da tabela 8.9.

Tabela 8.9: Parâmetros eléctricos do motor utilizado na estimação da velocidade.

Parâmetro	Valor utilizado
$\tau_r$ (ms)	160
$L_s'$ (mH)	10
$L_M$ (mH)	200
$R_s$ ( $\Omega$ )	2.4

### 8.5.1. Influência na estimação da velocidade da incerteza nos valores dos parâmetros

Nesta secção, tal como foi feito no capítulo anterior, é apresentada a influência, na estimação da velocidade e do fluxo, da incerteza que persiste sobre os valores dos parâmetros da tabela 8.9, admitindo-se, portanto, que são conhecidos à partida com alguma incerteza e, por outro lado, tendo em conta que variam no tempo.

Como foi referido aquando do estudo de simulação do capítulo anterior, a influência na estimação da velocidade dos erros dos parâmetros, depende do ponto de funcionamento do motor.

Na figura 8.24 (a) são apresentadas a velocidade de rotação do motor, medida e estimada, e o erro relativo, quando a referência de velocidade mecânica é de 100rpm ( $\approx 30$  rad. eléctricos/s) e o binário de carga é igual a 8Nm (pouco mais de metade do binário nominal). Na figura 8.24(b) são apresentados os erros relativos na velocidade devido aos erros nos parâmetros nas mesmas condições. Os erros foram obtidos em tempo diferido, variando individualmente cada parâmetro de  $-50\%$  a  $+50\%$  relativamente aos valores da tabela 8.9, em regime permanente. O mesmo estudo da figura 8.24 foi repetido para uma referência de velocidade igual a 1500 rpm e está apresentado na figura 8.25.

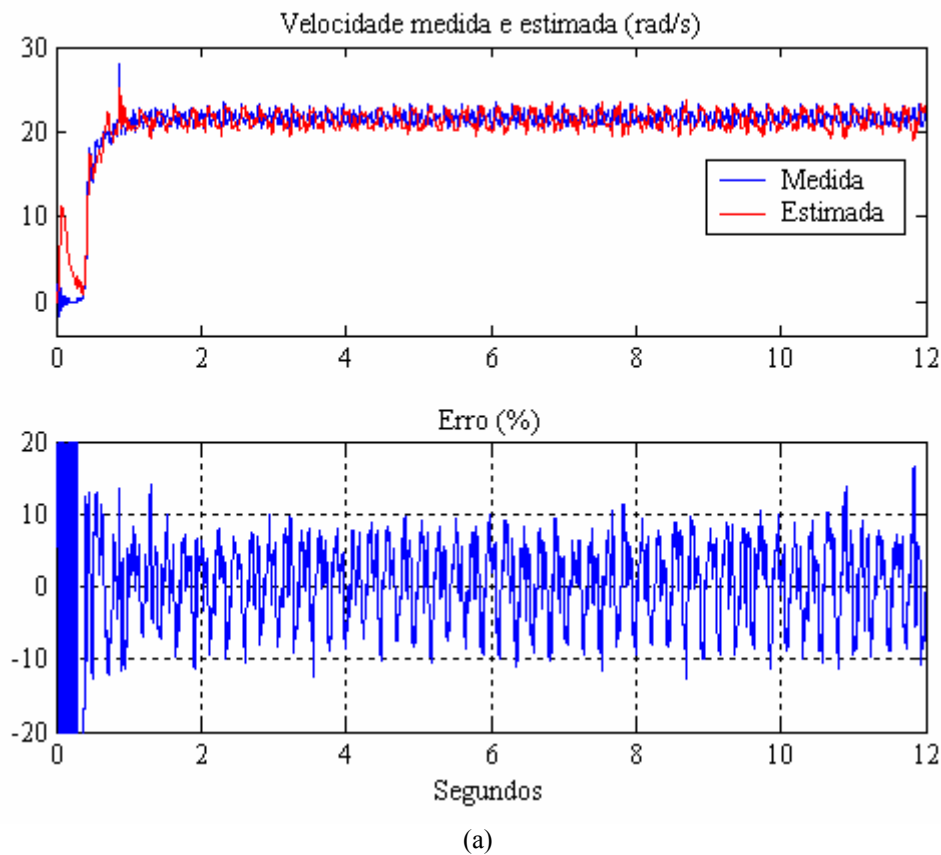
As matrizes de covariância do erro de sistema e de medida utilizadas foram, respectivamente,

$$Q = \text{diag}([1e-7 \quad 1e-7 \quad 1e-8], 0),$$

$$R_m = \text{diag}([1 \quad 1], 0).$$

As condições de aquisição dos sinais são as mesma utilizadas até agora, nomeadamente, frequência de corte dos filtros *anti-aliasing* igual a 500Hz, e a frequência de amostragem igual a 5kHz.

Neste momento é oportuno referir que o ruído na velocidade medida, principalmente a baixas velocidades, pode ser reduzido baixando a frequência de corte do filtro introduzido no diagrama implementado em *simulink*, que é de 460Hz, e utilizando um codificador óptico incremental com melhor resolução do que o existente no laboratório que gera apenas 1024 impulsos por rotação.



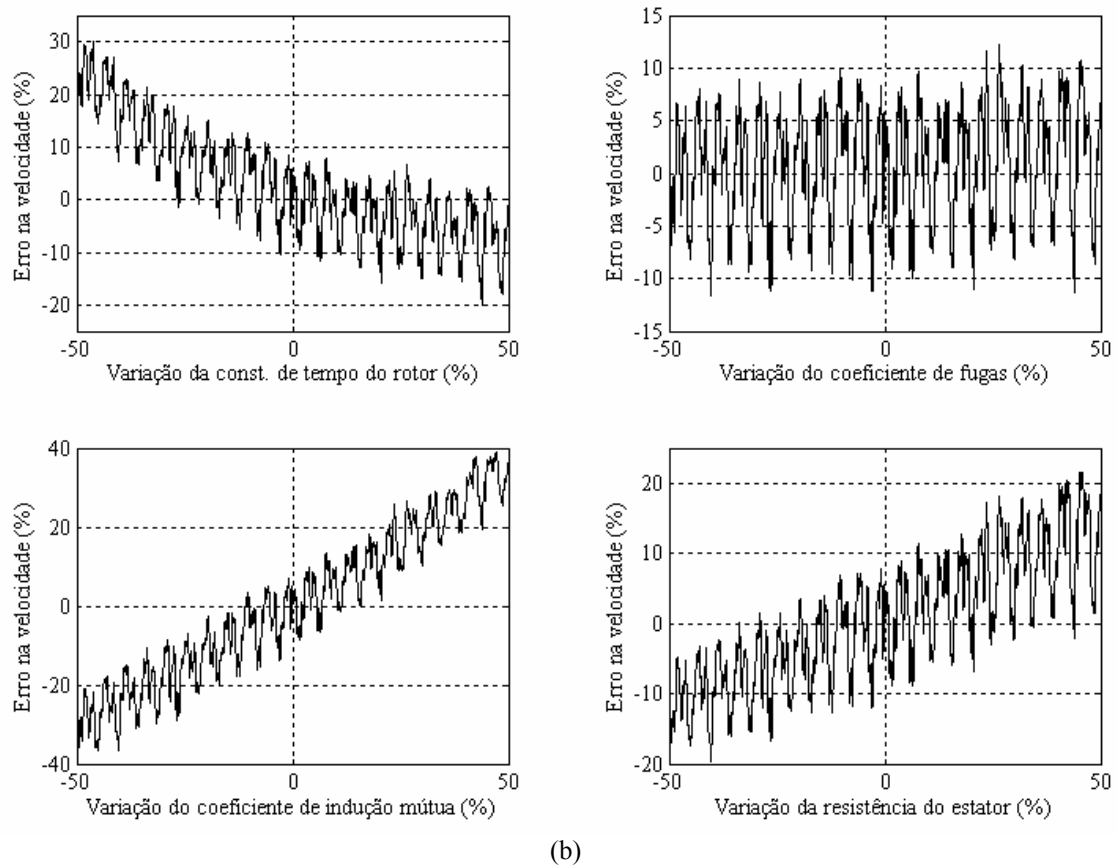
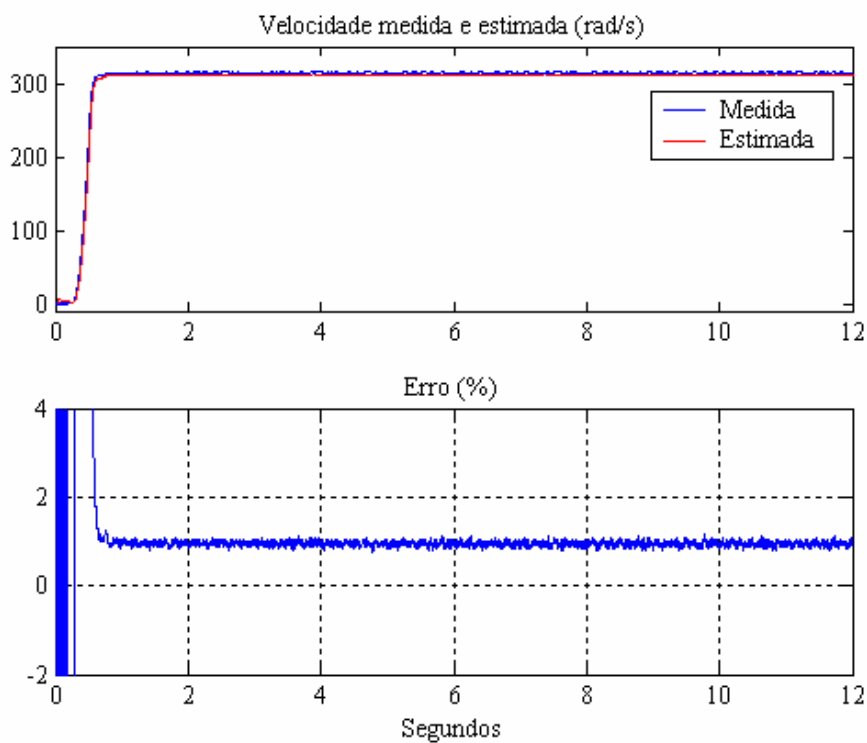


Figura 8.24: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade a baixas velocidades. (a) Velocidade medida e estimada e o erro relativo num arranque para as 100rpm, (b) erro da velocidade estimada quando os parâmetros variam  $\pm 50\%$ .



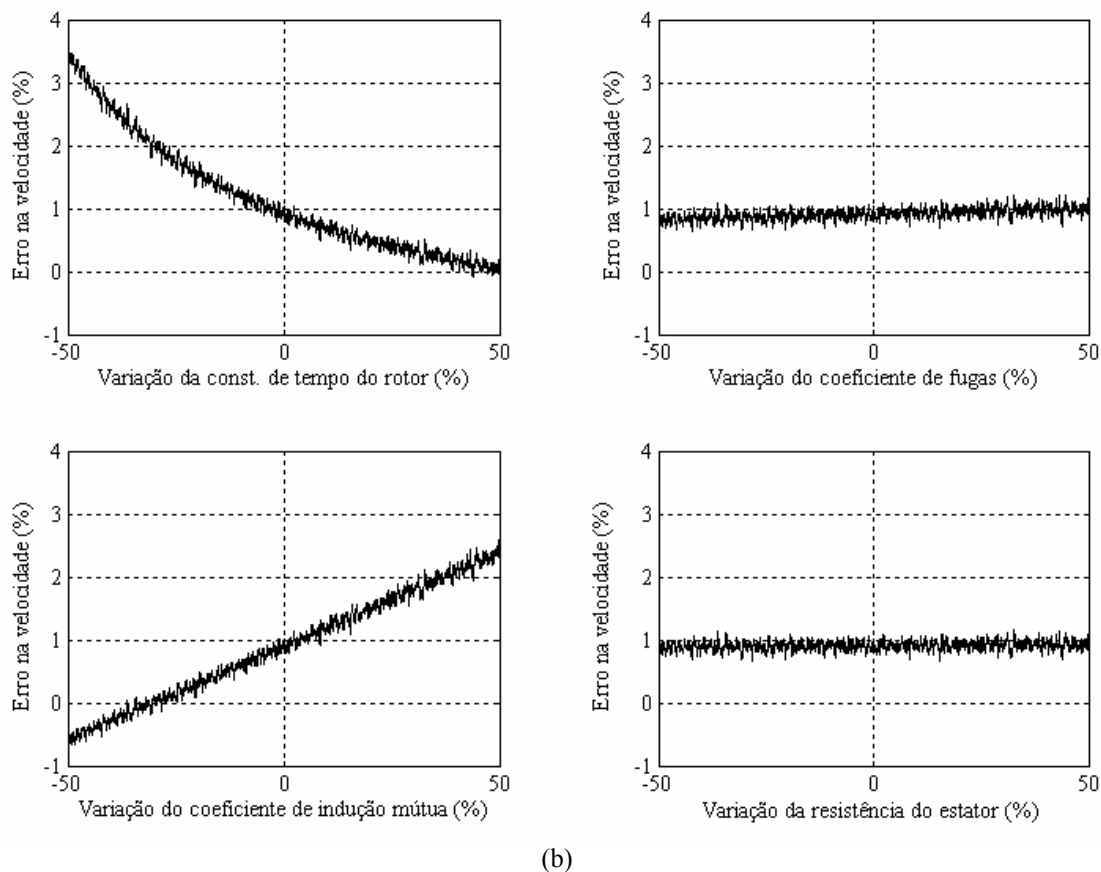


Figura 8.25: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade para velocidades elevadas. (a) Velocidade medida e estimada e o erro relativo num arranque para as 1500rpm, (b) erro da velocidade estimada quando os parâmetros variam  $\pm 50\%$ .

A análise das figuras 8.24 e 8.25 mostra que o algoritmo do EKF, utilizado na estimação da velocidade de rotação do motor de indução, apresenta algumas dificuldades a baixas velocidades se os parâmetros eléctricos não forem conhecidos com alguma precisão. Como mostra a figura 8.24, o erro na velocidade estimada quando o motor roda à 100rpm pode atingir os 30% se o erro nos parâmetros for da ordem de  $\pm 50\%$ , nomeadamente, na constante de tempo do rotor e no coeficiente de indução mútua.

A baixas velocidades, o erro na velocidade estimada pode ser bastante menor diminuindo a dinâmica do filtro, relativamente à estimação da velocidade. Contudo, isso faria com que o algoritmo ficasse menos alerta em relação à variação da velocidade do motor. De facto a velocidade é uma variável com uma especificidade difícil para o EKF uma vez que tanto pode ser constante como variar subitamente de forma relativamente brusca. Assim, a dinâmica do EKF não poderá ser nem demasiado rápida nem demasiado lenta, como se pretende demonstrar na próxima secção.

### 8.5.2. Estimação da velocidade em regime transitório *versus* regime permanente

Antes de avaliar o desempenho do EKF, utilizando a estrutura de modelos de ordem reduzida obtida no capítulo 6, pretende-se analisar o comportamento do algoritmo do EKF na estimação da velocidade de rotação em regime transitório e permanente. Como ficou

demonstrado, pelos testes de simulação do capítulo anterior, deve haver um compromisso entre o regime permanente, ou as zonas de funcionamento onde a variação da velocidade do motor é relativamente pequena, e o regime transitório, onde a variação de velocidade é significativa.

Foi também referido que este compromisso se reflecte, em termos práticos e de modo mais significativo, no valor da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema relativa à variável de estado correspondente à velocidade, isto é,  $Q_{33}$ , cujo valor utilizado na secção anterior foi de  $10^{-8}$ .

Analisemos, com sinais reais, o comportamento do EKF na estimação da velocidade durante um arranque do motor para as 1500 rpm, em 3 testes nos quais foram utilizados 3 valores diferentes no elemento  $Q_{33}$ , o qual permite ajustar a dinâmica do EKF relativamente à estimação da velocidade:

teste 1:  $Q_{33} = 1e-6$

teste 2:  $Q_{33} = 1e-7$

teste 3:  $Q_{33} = 1e-8$

Os resultados da estimação da velocidade para as diferentes matrizes de covariância do erro de sistema estão apresentados na figura 8.26.

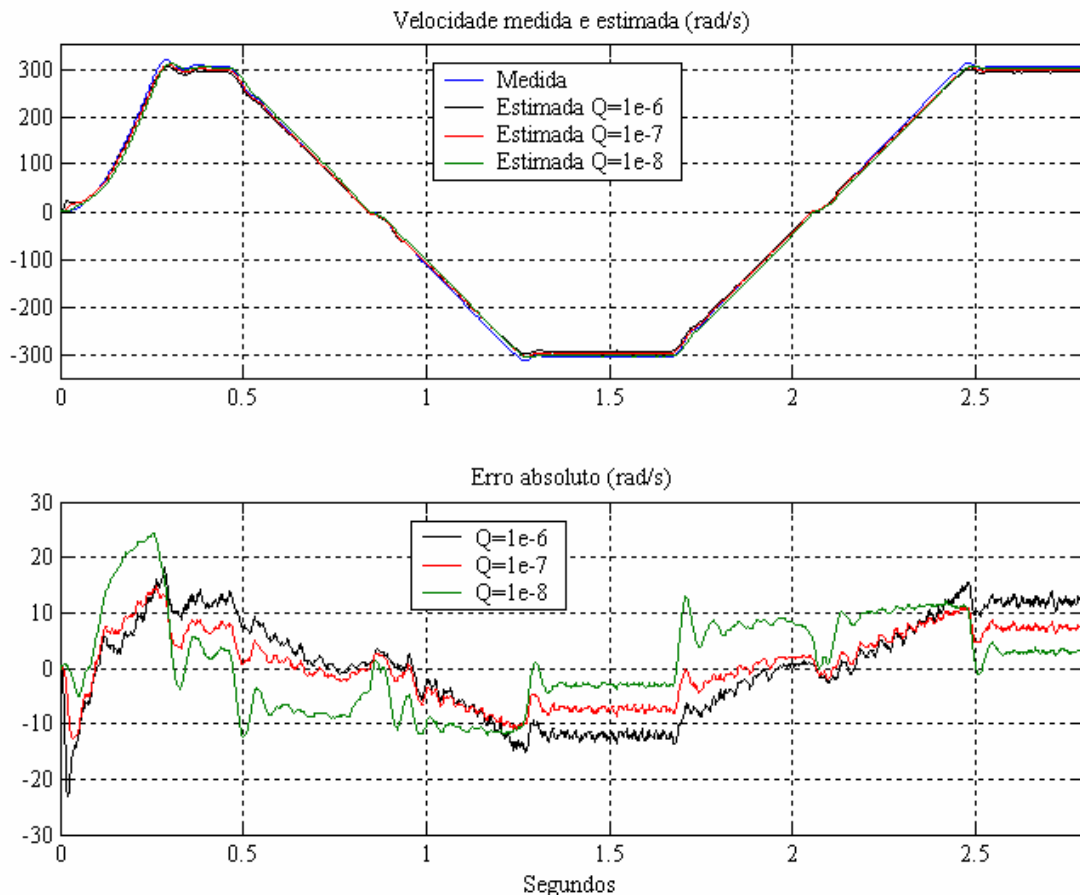


Figura 8.26: Comportamento do EKF na estimação da velocidade em regime transitório *versus* regime permanente.



Da análise da figura 8.26 constata-se que, tal como se havia verificado nos testes de simulação do capítulo 7, o desempenho do EKF na estimação da velocidade do motor de indução pode ser otimizado para regime transitório e para regime permanente, obtendo-se erros muito pequenos (inferiores a 1%), mas não para ambos em simultâneo. Neste caso o desempenho do EKF é um compromisso entre o erro em regime transitório e o erro em regime permanente.

### 8.5.3. Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico

Nesta secção vão ser apresentados os resultados da estimação da velocidade de rotação do motor de indução, com dados experimentais resultantes de um conjunto de testes representativo, de diversos pontos de funcionamento.

Uma série de testes de estimação da velocidade permitiu otimizar a matriz de covariância do erro de sistema:

$$Q = \text{diag}([1e-6 \quad 1e-6 \quad 1e-6], 0).$$

O desempenho do algoritmo de estimação da velocidade foi então testado em regime dinâmico com inversão contínua de velocidade numa gama suficientemente ampla.

Na figura 8.27 estão apresentados os sinais típicos que foram medidos e, neste caso, correspondem a inversões contínuas do sentido de rotação de  $\pm 500\text{rpm}$ , com binário de carga igual a  $8\text{Nm}$ , com as acelerações e desacelerações programadas no conversor de frequência do tipo “S”. A velocidade medida e estimada, para este teste, estão apresentadas no canto superior esquerdo da figura 8.28. Os restantes resultados, apresentados na figura 8.28, foram realizados com as acelerações e desacelerações do conversor de frequência programadas para o tipo “Linear”.

A figura 8.28 apresenta os resultados de um conjunto de testes com inversões contínuas da velocidade, com um leque de valores de velocidade e de binário de carga, suficientemente representativo em termos de pontos de funcionamento. Os tempos de aceleração e desaceleração foram programados para 0.2 segundos.

A comparação da velocidade medida e estimada na figura 8.28, mostra a grande robustez do algoritmo do EKF na estimação da velocidade em pontos do funcionamento muito diversificados, em termos de velocidade e binário de carga, e perante um regime dinâmico bastante exigente.

A figura 8.29 apresenta o resultado de um único teste de 40s com estimação em regime dinâmico numa ampla gama de limites de velocidade. O erro absoluto na velocidade estimada, em radianos eléctricos por segundo, é apresentado na figura 8.30. De um modo geral, pode verificar-se que o erro é inferior a  $10 \text{ rad/s}$  o que significa menos de 3% da velocidade nominal. Nos intervalos  $[5,5 \quad 6,5]$ ,  $[12 \quad 13]$  e  $[24 \quad 26]$ , por exemplo, os erros relativos médios são de -2,4%, 1,1% e 2.3%, respectivamente.

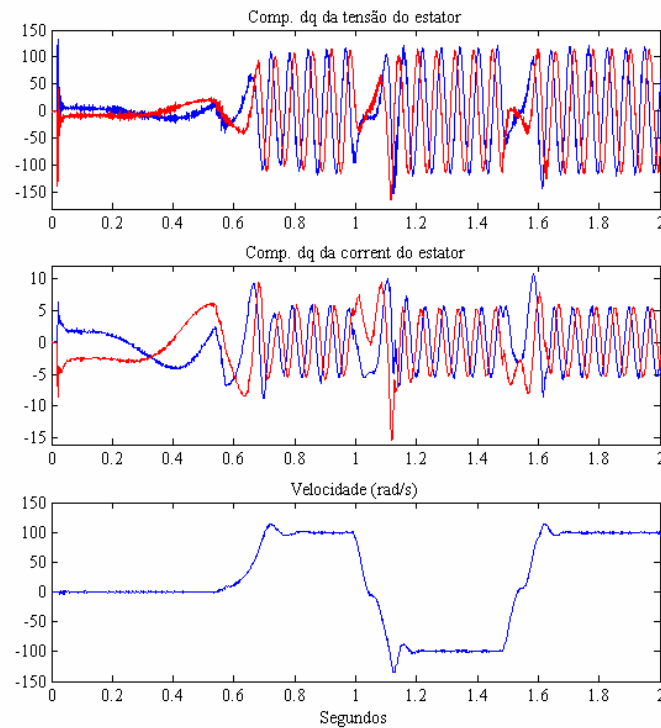


Figura 8.27: Conjunto de sinais medidos e utilizados na estimação de velocidade: primeiros 2s de uma série de inversões contínuas do sentido de rotação de  $\pm 500\text{rpm}$ , com binário de carga igual a  $8\text{Nm}$  e com programação de rampas do tipo “S”.

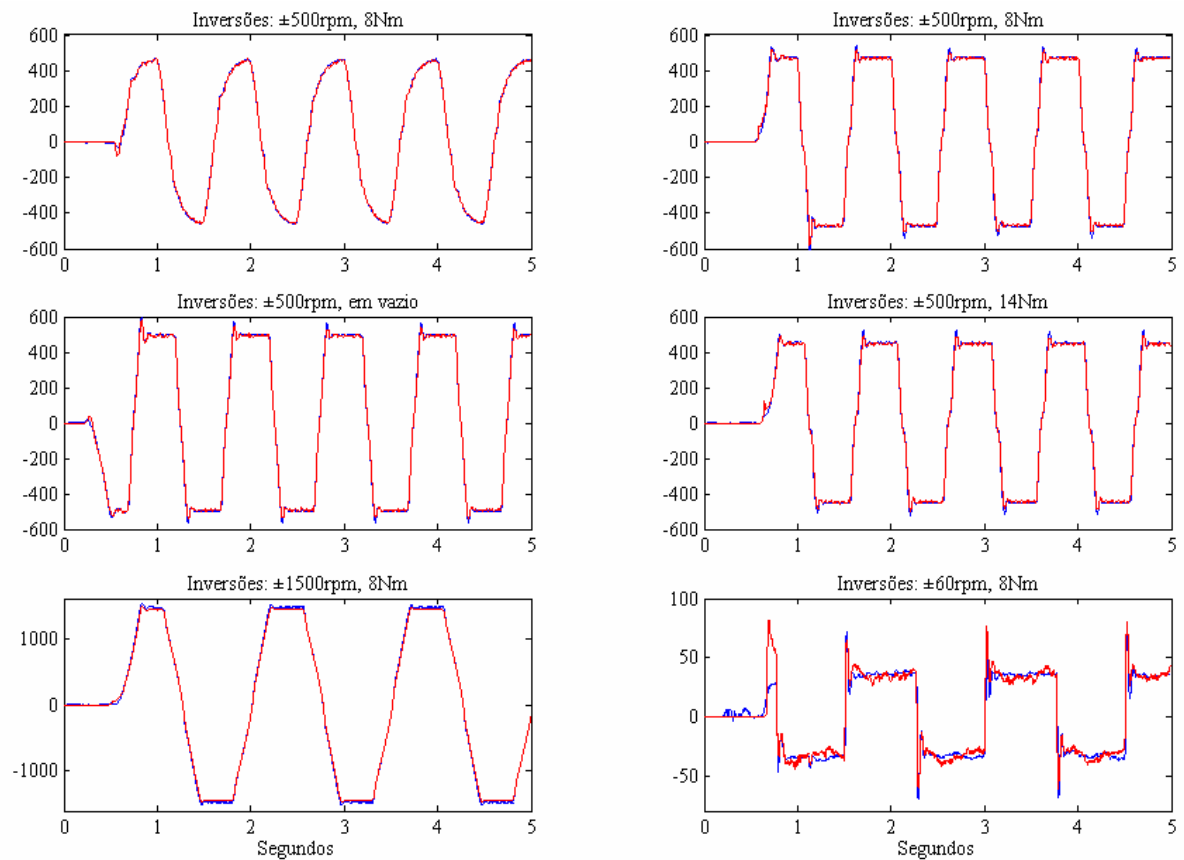


Figura 8.28: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em inversões contínuas de velocidade para diversos pontos de funcionamento. A azul está a velocidade medida e a vermelho a velocidade estimada.

Pela análise da figura 8.29 fica demonstrada uma vez mais a grande robustez do algoritmo do EKF de ordem reduzida na estimação conjunta do fluxo do rotor e da velocidade de rotação do motor de indução.

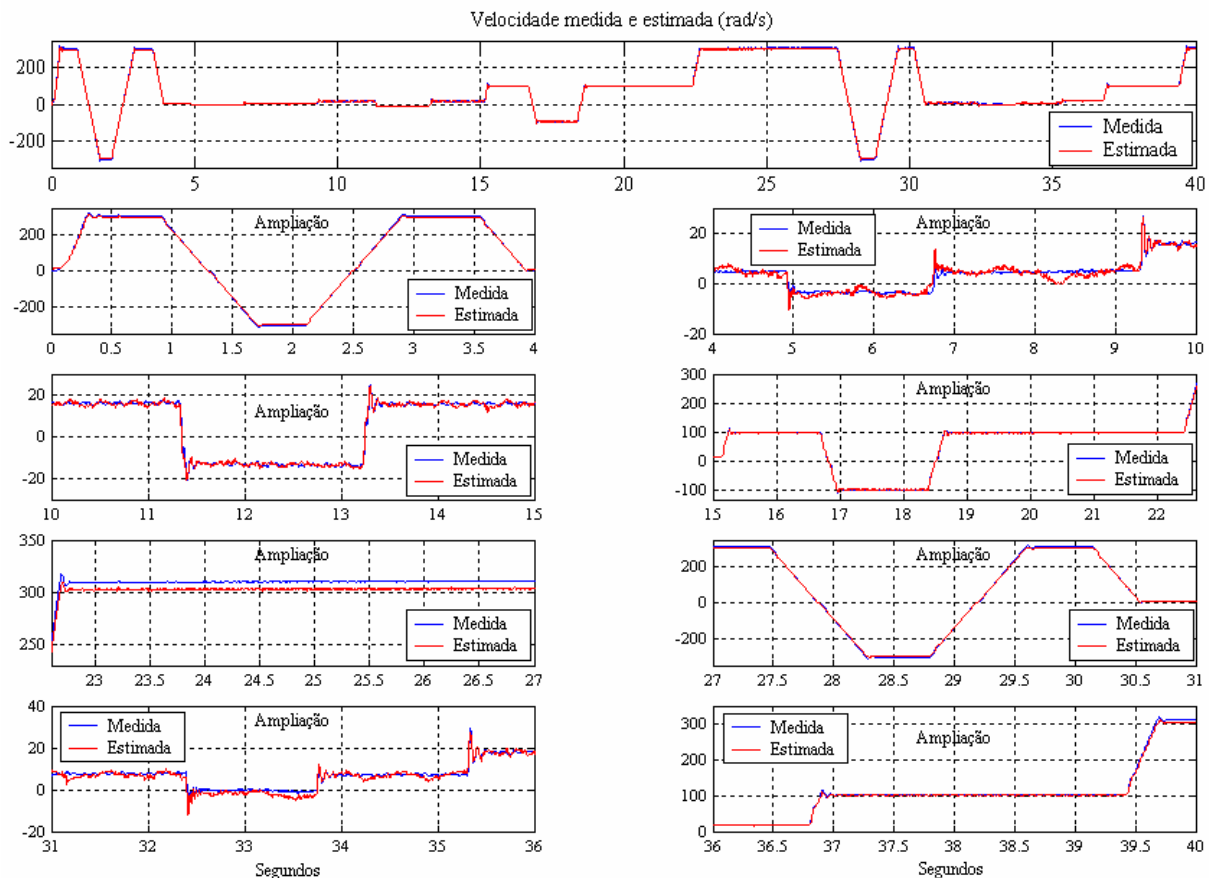


Figura 8.29: Desempenho do algoritmo de estimação da velocidade em regime dinâmico numa ampla gama de limites de velocidade durante um único teste.

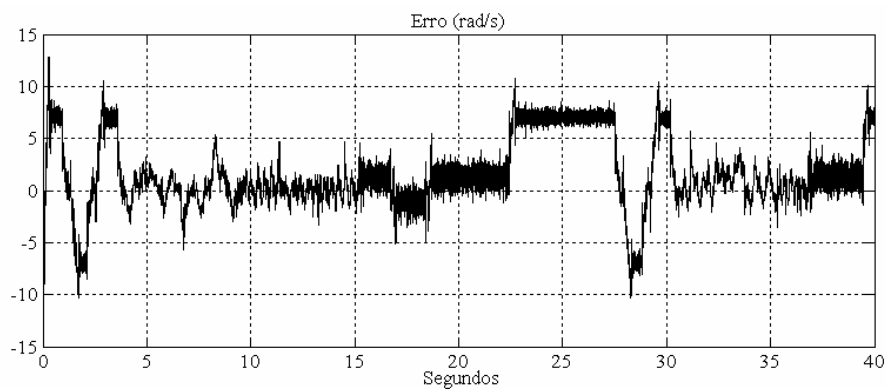


Figura 8.30: Erro absoluto, em rad/s, da velocidade estimada no teste da figura 8.29.

Para concluir, referem-se ainda dois factos importantes. O primeiro diz respeito ao processo de validação da estimação da velocidade que, ao contrário da estimação dos parâmetros e do fluxo do rotor, pode ser feito de forma directa uma vez que é possível medir a velocidade com bastante precisão, sendo, por isso, muito mais simples validar e analisar o desempenho do algoritmo, relativamente à estimação da velocidade. O segundo facto importante a referir é que a estimação da velocidade, utilizando os valores dos parâmetros do motor baseados nos resultados da estimação realizada neste capítulo é também uma forma adicional e fiável de validação dos próprios valores estimados dos parâmetros eléctricos do motor.

## 8.6. Resumo

Este capítulo final foi dedicado à apresentação dos resultados experimentais da estimação das componentes do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade de rotação do motor de indução utilizando os procedimentos de identificação investigados nos dois capítulos anteriores.

Os trabalhos desenvolvidos no contexto da presente dissertação e que foram integrados, em diferentes fases, na banca de testes utilizada na realização dos testes experimentais, foram descritos sumariamente na secção 8.2. De salientar, a constituição base da banca de testes, descrita na secção 8.2.5 e utilizada na realização dos testes experimentais, cujos resultados foram apresentados neste capítulo, e a configuração do sistema de aquisição e identificação, detalhada na secção 8.2.6.

Na secção 8.3 foram apresentados os resultados da investigação, em condições reais de funcionamento e em tempo real, da estimação simultânea de todos os parâmetros e fluxo do rotor. Foi possível validar experimentalmente o estudo efectuado, com dados de simulação, na secção 7.4.2. A inicialização exponencial dos elementos da diagonal da matriz de covariância do ruído de sistema permitiu reduzir significativamente o tempo de convergência. A estimação correcta dos parâmetros foi garantida pelo modelo de validação, pela convergência do algoritmo, pelo regime dinâmico do motor e pela comparação dos valores estimados com os valores obtidos pelos métodos clássicos, principalmente os valores medido e estimado da resistência do estator. Foi constatado que o valor estimado do coeficiente de fugas depende da frequência de corte do filtro e, portanto, do conteúdo harmónico contido nos sinais de tensão e corrente do estator. Verificou-se que o valor estimado de  $L_s'$  aumentou de 10mH para 20mH quando se diminuiu a frequência de corte de 500Hz para 50Hz, aproximando-se, assim, do valor obtido pelos ensaios clássicos, quando apenas é considerada a componente fundamental dos sinais de tensão e corrente do motor. Os resultados obtidos, com a introdução de um reóstato em série com o motor, mostraram que o algoritmo é capaz de acompanhar a variação temporal dos parâmetros do motor, o que foi amplamente demonstrado para o caso da resistência do estator.

As novas metodologias de identificação, propostas no capítulo 6, foram implementadas em condições reais de funcionamento, quer em tempo diferido quer em tempo real, e os resultados foram ilustrados na secção 8.4. Os resultados da estimação conjunta do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF, e da estimação dos parâmetros do estator via RPEM, no referencial do rotor, foram apresentados na secção 8.4.1. Esta metodologia produziu resultados consistentes com os valores estimados na secção 8.3, e permite estimar os parâmetros do estator de forma autónoma em relação ao fluxo e parâmetros do rotor,

utilizando estruturas de modelos muito simples e diversos métodos de identificação da família dos RPEM. De realçar o método do gradiente pela sua extrema simplicidade e reduzido tempo de cálculo relativamente aos restantes. Contudo, constata-se que existe uma ondulação de muito baixa frequência nos valores estimados dos parâmetros do estator. A mesma metodologia foi utilizada na secção 8.4.2 mas com a estimação dos parâmetros do estator, no referencial do estator. Ao contrário do que acontecia com a estimação no referencial do rotor, a sua estimação no referencial do estator não sofre o fenómeno de ondulação de muito baixa frequência. As metodologias validadas nestas duas secções permitem desacoplar a estimação das componentes do fluxo e parâmetros do rotor da estimação dos parâmetros do estator podendo, adicionalmente, desacoplar a estimação destes últimos como foi o caso. Isto torna possível, por exemplo, estimar continuamente o fluxo e parâmetros do rotor, mesmo em regime permanente, e congelar a estimação dos parâmetros do estator, cuja estimação seria activada apenas quando o ponto de funcionamento do motor fosse adequado para esse efeito. Por exemplo, a resistência do estator seria estimada apenas a baixas velocidades enquanto que o coeficiente de fugas deveria ser estimado em períodos de aceleração e desaceleração onde a derivada da corrente é mais significativa. Assim, os parâmetros do estator seriam estimados periodicamente, ou sempre que possível, e actualizados no EKF contribuindo para uma melhor precisão na estimação dos parâmetros do rotor e do fluxo do rotor. A implementação em *simulink* dos algoritmos da secção 8.4.2, encontra-se detalhada na secção 8.4.3. O sistema da dSPACE, descrito na secção 8.2, permite fazer a compilação do diagrama implementado em *simulink* directamente para o DSP da carta de controlo DS1103 a qual executa, em tempo real, os diversos algoritmos de estimação.

A estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e da velocidade de rotação foi validada em tempo real e os resultados experimentais, processados em tempo diferido, foram apresentados na secção 8.5. A secção 8.5.1 avaliou a influência dos erros e da variação dos parâmetros do motor na estimação da velocidade. Verifica-se que o algoritmo do EKF apresenta algumas dificuldades a baixas velocidades se os parâmetros eléctricos não forem conhecidos com alguma precisão. Quando, por exemplo, o motor roda às 100rpm, se a variação nos parâmetros for da ordem de  $\pm 50\%$ , nomeadamente na constante de tempo do rotor e no coeficiente de indução mútua, o erro na velocidade estimada pode atingir os 30%. Na secção 8.5.2 foi analisada a estimação da velocidade em regime transitório *versus* regime permanente. O desempenho do EKF na estimação da velocidade do motor de indução pode ser optimizado para regime transitório e para regime permanente, obtendo-se erros muito pequenos (inferiores a 1%), mas não para ambos em simultâneo. Neste caso o desempenho do EKF é um compromisso entre o erro em regime transitório e o erro em regime permanente. Por fim, na secção 8.5.3, foi avaliado o desempenho do algoritmo em regime dinâmico, tendo em conta os diversos pontos de funcionamento em termos de velocidade e binário de carga e os testes realizados permitiram confirmar a robustez do EKF de ordem reduzida na estimação da velocidade. O erro que pode ocorrer a baixas velocidades, devido à variação dos parâmetros, pode ser bastante atenuado, diminuindo a dinâmica do filtro relativamente à estimação da velocidade. Contudo, isso faz com que o algoritmo fique menos alerta em relação à variação da velocidade de rotação do motor. Efectivamente, a velocidade é uma variável com uma dinâmica difícil uma vez que tanto pode ser constante como variar subitamente e de forma relativamente brusca. Assim, a dinâmica do EKF não deverá ser nem demasiado rápida nem demasiado lenta, como ficou demonstrado.

# **Conclusão geral**



## Conclusão geral

Nesta dissertação foram desenvolvidas novas classes de estruturas de modelos na representação de espaço de estados e aplicados algoritmos baseados no EKF (*Extended Kalman Filter*) e nos RPEM (*Recursive Prediction Error Methods*), para a estimação dinâmica das componentes do fluxo do rotor, dos parâmetros eléctricos e da velocidade angular do motor de indução trifásico, em tempo real. O factor de maior relevância das novas estruturas de modelos de espaço de estados é o facto de nos vectores de estado correspondentes, não constarem as componentes da corrente do estator que podem ser medidas directamente. Consequentemente, as estruturas de modelos resultantes são designadas de ordem reduzida, com vantagens significativas em termos de esforço computacional, relativamente às de ordem completa, caracterizadas por incluírem as componentes da corrente do estator no vector de estado, para além das variáveis e parâmetros que se desejam estimar.

A par da simplificação referida no parágrafo anterior, foi introduzida uma metodologia inovadora no processo de discretização das estruturas de modelos de espaço de estados no tempo contínuo. Ao contrário do que é habitual neste contexto, antes de discretizar a estrutura de modelos de ordem completa e depois reduzir a sua ordem, neste caso partiu-se directamente duma estrutura de espaço de estados de ordem reduzida no tempo contínuo e a discretização das novas equações de estado e de saída foi tratada separadamente. Assim, conseguiu-se, por um lado, simplificar significativamente a discretização da equação matricial de estado, que passou a ser de ordem reduzida, podendo utilizar-se, facilmente, aproximações de ordem mais elevada e, por outro, efectuar o cálculo directo das derivadas das componentes da corrente do estator, com muito melhor aproximação do que com a fórmula de Euler, utilizando para o efeito filtros adequados. De realçar ainda que esta estratégia, além de permitir utilizar aproximações de ordem diferente e de modo independente, na discretização das equações de estado e da equação de saída, continua a garantir a aplicação directa do algoritmo do EKF sem qualquer modificação adicional. Assim, foi implementado um conjunto de novas metodologias para a estimação das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, através de algoritmos interligados com base no princípio de estimadores de estado adaptativos, como descrito no capítulo três. Foram desenvolvidas estruturas de modelos com vista à sua utilização em algoritmos RPEM e no algoritmo EKF, os quais foram interligados para estimação conjunta das componentes do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF, e dos parâmetros do estator através de algoritmos RPEM. Neste caso, foram propostas novas estruturas de modelos que consistem em regressões lineares muito simples, para a estimação dos parâmetros do estator, quer no referencial do rotor, quer no referencial do estator. Foi detalhada a sua utilização, em algoritmos baseados nos RPEM, nomeadamente, os algoritmos do gradiente, método recursivo de mínimos quadrados e KF (*Kalman Filter*). Estes algoritmos foram interligados com o algoritmo do EKF para a estimação conjunta, mas autónoma, dos parâmetros do estator, por um lado, e das componentes do fluxo do rotor e parâmetros do rotor, por outro, entre outras configurações investigadas. Entre elas deve salientar-se a utilização de uma estrutura de modelos, na representação de espaço de estados de ordem reduzida, para a estimação do fluxo do rotor e dos parâmetros do rotor via EKF, conjuntamente com estruturas lineares desenvolvidas para a estimação dos parâmetros do estator via RPEM. Com esta



metodologia, a equação de estado utilizada no EKF para a estimação dos parâmetros do rotor não depende da velocidade nem dos parâmetros do estator e as regressões lineares utilizadas para a estimação dos parâmetros do estator não dependem da velocidade nem dos parâmetros do rotor. Contudo, em ambos os casos, é utilizado o fluxo estimado do rotor e mantém-se a necessidade do transdutor de velocidade ou posição para as mudanças de referencial envolvidas. Foi também desenvolvida uma estrutura de modelos para estimação conjunta da velocidade de rotação do motor de indução e das componentes do fasor do fluxo do rotor. A estrutura de modelos resultante, consiste numa representação de espaço de estados de ordem reduzida, com vista à sua utilização no algoritmo do EKF, procurando atenuar significativamente duas dificuldades críticas: o tempo de cálculo exigido pelo EKF e a sua calibração inicial.

As potencialidades das metodologias de identificação investigadas, resultam, fundamentalmente, da constatação dos seguintes factos:

- o sucesso dos procedimentos de identificação é fortemente dependente da persistência dos sinais que, por sua vez, depende do ponto de funcionamento dinâmico do motor;
- os sinais adquiridos em funcionamento normal não são suficientemente informativos para a estimação simultânea e adequada de todos os parâmetros em certas zonas de funcionamento;
- diferentes parâmetros requerem diferentes condições dinâmicas durante o funcionamento normal;
- os modelos estimados podem não ser únicos, isto é, os valores dos vários parâmetros, quando estimados simultaneamente, podem ajustar-se entre si, de modo a produzir uma boa predição da corrente do estator;
- a sensibilidade das estruturas de modelos em relação aos diferentes parâmetros é significativamente diferente, particularmente em certas zonas de funcionamento;
- pode não ser absolutamente necessário, ou conveniente, estimar em tempo real todos os parâmetros, sendo suficiente a sua actualização periódica, devido, por exemplo, à própria dinâmica dos parâmetros.

A metodologia de identificação apresentada e desenvolvida nesta dissertação, quando gerida por um “algoritmo supervisor”, apresenta-se como uma estratégia capaz de introduzir toda a flexibilidade necessária para:

- utilizar estruturas de modelos específicas, juntamente com algoritmos adequados, para estimação de estados e/ou parâmetros em situações específicas;
- ajustar os algoritmos de estimação à dinâmica do motor;
- adaptar a estimação às condições de regime permanente e transitório, de modo a explorar ao máximo a informação contida nos sinais da tensão e da corrente do estator;
- ter em conta o ponto de funcionamento do motor, designadamente, as condições de carga e o valor da velocidade de rotação.

Na prática, os procedimentos de estimação adoptados devem ser orientados à aplicação em causa, incluindo os requisitos e o princípio da lei de controlo. A metodologia que é proposta, constitui uma base suficientemente genérica, flexível e configurável, para estimação de diferentes variáveis associadas ao controlo do motor de indução, em sistemas electrónicos de controlo vectorial do motor de indução, em aplicações de velocidade variável.

O desempenho das novas metodologias de identificação, desenvolvidas no capítulo seis, para a estimação das componentes do fluxo do rotor, parâmetros eléctricos e velocidade de rotação, foram analisadas e validadas através de um vasto conjunto de testes de simulação e

experimentais, nos capítulos sete e oito, respectivamente. Nos resumos finais destes dois capítulos, estão sumariados os resultados e conclusões mais importantes da aplicação das metodologias de identificação ao motor de indução trifásico.

Como conclusões finais e em termos gerais, os testes de identificação realizados, permitem concluir que a estimação simultânea do fluxo do rotor e dos parâmetros eléctricos do motor de indução, em qualquer ponto de funcionamento, não é absolutamente garantida. Contudo, foi possível concluir o seguinte:

- o fluxo do rotor pode ser estimado em cada iteração, para ser usado na lei de controlo, utilizando o algoritmo do KF ou EKF;
- a influência da variação temporal dos parâmetros eléctricos do motor sobre a estimação do fluxo do rotor pode e deve ser compensada pela actualização dos valores dos parâmetros;
- a actualização dos parâmetros eléctricos do motor, em tempo real e em funcionamento normal, pode ser realizada tendo em conta o ponto de funcionamento do motor;
- o coeficiente de indução mútua,  $L_M$ , não exige um ponto de funcionamento específico para ser correctamente estimado;
- a constante de tempo do rotor,  $\tau_r$ , poderá ser estimada conjuntamente com o coeficiente de indução mútua, mesmo em regime permanente, desde que se “congele” a sua estimação nos períodos de funcionamento em vazio ou de binário de carga muito baixo;
- os parâmetros do estator deverão ser estimados, preferencialmente, no referencial do estator, ao contrário do fluxo e parâmetros do rotor, os quais deverão ser estimados, preferencialmente, no referencial do rotor;
- o coeficiente de fugas,  $L_s'$ , deverá ser estimado em períodos de regime dinâmico importante, onde a derivada da corrente do estator seja significativa;
- a resistência do estator,  $R_s$ , deverá ser estimada em zonas de funcionamento de baixas velocidades, onde a tensão do estator é mais baixa e a queda de tensão devido à resistência do estator ganha uma importância relativa mais significativa.

Relativamente à estimação da velocidade de rotação foi proposto um algoritmo baseado no EKF e na estrutura de modelos de espaço de estados de ordem reduzida, discretizada como proposto no capítulo seis. A velocidade é estimada conjuntamente com o fluxo do rotor e em qualquer regime de funcionamento. Foram apresentados os principais resultados do estudo realizado sobre a influência da incerteza nos valores dos parâmetros na estimação da velocidade e foi investigado o desempenho do algoritmo em regime dinâmico *versus* regime permanente. Em relação à influência da variação dos parâmetros na estimação da velocidade de rotação, constatou-se que o erro pode ser significativo a baixas velocidades se os parâmetros do rotor não forem conhecidos com alguma precisão e se a sua variação temporal não for devidamente acompanhada. Em contrapartida, acima de algumas centenas de rpm o erro na velocidade estimada é reduzido mesmo com variação significativa dos parâmetros eléctricos do motor. Quanto ao desempenho do algoritmo do EKF na estimação da velocidade em regime dinâmico, verificou-se que o ajuste do algoritmo, no sentido de reduzir o erro em regime permanente, faz aumentar o erro em regime transitório e vice-versa. Assim, a calibração inicial do EKF consiste num compromisso entre o erro em regime permanente e o erro em regime transitório. Nas aplicações de controlo do motor de indução em que a referência corresponde à velocidade de rotação, o algoritmo pode ter em conta a referência de velocidade para reagir em antecipação às alterações mais significativas da velocidade real do

motor. Isto permitirá ao algoritmo ajustar-se automaticamente e em antecipação, à realidade dos instantes seguintes, sabendo à partida quando é que deve estar sensível em relação a variações de velocidade bruscas ou lentas.

As diferentes metodologias de identificação foram amplamente validadas experimentalmente, quer em tempo diferido, para análise sistemática dos resultados e recolha de dados, quer em tempo real, utilizando para o efeito o sistema de desenvolvimento da dSPACE, baseado na carta de controlo DS1103, no programa *Simulink* e outros programas específicos.

## Perspectivas de evolução e desenvolvimentos futuros

Relativamente à **estimação de parâmetros** pode-se considerar relevante a investigação e desenvolvimento dos seguinte tópicos sob a forma de desafios:

- ♦ aumentar a robustez, em quaisquer situações, estimando apenas os parâmetros que mais afectam negativamente o desempenho da lei de controlo;
- ♦ desenvolver a estimação em tempo real dos parâmetros com maior dinâmica e actualizar periodicamente os de menor dinâmica, estimando-os apenas quando for possível e/ou oportuno;
- ♦ utilizar sinais auxiliares, sobrepostos aos sinais de alimentação normal do motor, programados com características adequadas à excitação persistente de alguns parâmetros, desde que tal seja possível e tolerável pela lei de controlo;
- ♦ desenvolver a utilização conjunta de classes de estruturas de modelos distintas e independentes para a estimação de grandezas ou parâmetros distintos;
- ♦ desenvolver a aplicação do conceito de “algoritmo supervisor”, proposto nesta dissertação, para adaptar a estimação dos diversos parâmetros, ao regime dinâmico do motor e estudar a possibilidade de integrar os tópicos referidos nos pontos anteriores;
- ♦ testar os algoritmos com aplicações de controlo em malha fechada.

Uma perspectiva de evolução, um pouco diferente do actual contexto, mas com muito interesse do ponto de vista industrial, consiste na monitorização, diagnóstico e detecção de avarias do motor de indução, especialmente para potências elevadas.

Relativamente à **estimação da velocidade** angular, utilizando o EKF, apontam-se os seguintes tópicos:

- ♦ desenvolver o algoritmo utilizado nesta dissertação de modo a dotá-lo de uma “acção derivativa” que lhe permita extrapolar ou ter a capacidade previsão do modo como vai variar a velocidade nos instantes seguintes, para que possa ajustar, de forma automática e em antecipação, a sua dinâmica relativamente à da velocidade do motor;
- ♦ investigar a aplicação da metodologia de interligação de algoritmos, proposta para a estimação de parâmetros, para estimação do fluxo do rotor, via filtro de Kalman, e estimação da velocidade, utilizando um método recursivo de erro de predição, reduzindo ainda mais o tempo de cálculo;
- ♦ investigar a possibilidade de acompanhar a variação temporal de alguns parâmetros, estimando-os conjuntamente com a velocidade, particularmente aqueles cuja variação mais influencia negativamente a estimação da velocidade;
- ♦ otimizar a estimação a baixas velocidades, relativamente ao erro provocado pela variação temporal dos parâmetros, procurando torná-lo, tanto quanto possível, independente destes;
- ♦ implementar o algoritmo em aplicações de controlo em malha fechada.

# **Referências bibliográficas**



## Referências

- [Abrantes 00] S. A. Abrantes, *Processamento Adaptativo de Sinais*, Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.
- [Alonge 98a] F. Alonge, F. D'Ippolito, G. Ferrante F. M. Raimondi, "Parameter Identification of Induction Motor Model Using Genetic Algorithms", in Proceedings of IEE Control Theory Appl., vol. 145, n.º 6, November, 1998, pp. 587-593.
- [Alonge 98b] F. Alonge, F. D'Ippolito, F. M. Raimondi, "Parameter Identification of Induction Motors: Least Squares vs. Genetic Algorithms", in Proceedings of IFAC International Workshop on Motion Control - MC'98, Grenoble, France, September 21-23, 1998, pp. 373-378.
- [Aksoy 96] S. Aksoy, I. H. Altas, M. K. Eker, "A Reduced Order Rotor Time Constant and Flux Estimator for Vector Controlled Induction Motor", in Proceedings of MELECON'96, Bari, Italy, May 13-16, 1996, pp. 274-277.
- [Aquila 96] A. Dell'Aquila, S. Papa, L. Salvatore, S Stasi, "A Delayed Kalman Filter for On-Line Estimation of Induction Motor Parameters and Rotor Flux Space Vector Position", in Proceedings of MELECON'96, Bari, Italy, May 13-16, 1996, pp. 265-268.
- [Aquila 98] A. Dell'Aquila, F. Cupertino, L. Salvatore, S Stasi, "Kalman Filter Estimators Applied to Robust Control of Induction Motor Drives", in Proceedings of IECON'98, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 2257-2262.
- [Araújo 01] R. M. E. Araújo, *Modelação, Identificação e Controlo do Motor de Indução Trifásico*, dissertação de doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2001.
- [Araújo 02] R. M. E. Araújo, A V. T. Leite, D. R. S. Freitas, "Estimation of Physical Parameters of an Induction Motor Using an Indirect Method", in Proceedings of IEEE-ISIE'2002 - International Symposium on Industrial Electronics, L'Aquila, Italy, July 8-11, 2002, pp. 535-540.
- [Araújo 03] R. M. E. Araújo, A. V. T. Leite, D. R. S. Freitas, "A Low Cost Solution for Laboratory Experiments in Induction Motor Control", in Proceedings of 10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications – EPE 2003, Toulouse, France, September 2-4, 2003.
- [Åström 95] K. J. Åström, B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley, 1995.
- [Åström 97] K. J. Åström, B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems - Theory and Design*, Prentice Hall, 1997.
- [Attaianese 97] A. Attaianese, G. Tomasso, A. Damiano, I. Marongiu, A. Perfetto, "On Line Estimation of Speed and Parameters in Induction Motor Drives", in Proceedings of ISIE'97, Guimarães, Portugal, July 7-11, 1997, pp. 1054-1059.
- [Atkinson 91] D. J. Atkinson, P. P. Acarnley, J. W. Finch, "Observers for Induction Motor State and Parameter Estimation", in Proceedings of IEEE Transactions on Industry Applications., vol. 27, n.º 6, November/December, 1991, pp. 1119-1127.
- [Attaianese 98] C. Attaianese, A. Damiano, G. Gatto, I. Marongiu, A. Perfetto, "Induction Motor Drive Parameters Identification", in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 13, n.º 6, November, 1998, pp. 1112-1122.

- [Barut 02] M. Burat, O. S. Bogosyan, M. Gokasan, "EKF Based Estimation for Direct Vector Control of Induction Motors", in Proceedings of IECON'02, Sevilla, Spain, November 5-8, 2002, CD ROM.
- [Barut 03] M. Burat, M. Gokasan, O. S. Bogosyan, "An Extended Kalman Filter Based Sensorless Direct Vector Control of Induction Motors", in Proceedings of IECON'03, Virginia, USA, November 2-6, 2003, pp. 318-322.
- [Bose 97] B. K. Bose, *Power Electronics and Variable Frequency Drives, Technologies and Applications*, IEEE Press, New York, 1997.
- [Bose 02] B. K. Bose, *Modern Power Electronics and AC Drives*, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, 2002.
- [Bottiglieri 03] G. Bottiglieri, G. Scelba, G. Scarcella, A. Testa, A. Consoli, "Sensorless Speed Estimation in Induction Motor Drives", in Proceedings of IECON'03, Virginia, USA, November 2-6, 2003, pp. 624-630.
- [Boussak 92] M. Boussak, G. A. Capolino, "Recursive Least Squares Rotor Time Constant Identification for Vector Controlled Induction Machine", in Electric Machines and Power Systems, 20, 1992, pp. 137-147.
- [Brahim 93] L. B. Brahim, R. Kurosawa, "Identification of Induction Motor Speed Using Neural Networks", in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 242-247, (IEEE PCC – Yokohama, 1993).
- [Bühler 97a] H. Bühler, *Réglage de Systèmes d'Électronique de Puissance*, vol. 1, Press Polytechniques et Universitaires Romandes, 1997.
- [Bühler 97b] H. Bühler, *Réglage de Systèmes d'Électronique de Puissance*, vol. 2, Press Polytechniques et Universitaires Romandes, 1997.
- [Bühler 99] H. Bühler, *Réglage de Systèmes d'Électronique de Puissance*, vol. 3, Press Polytechniques et Universitaires Romandes, 1999.
- [Buja 95] G. Buja, R. Menis, M. Valla, "MRAS Identification of the Induction Motor Parameters in PWM Inverter Drives at Standstill", in Proceedings of IECON'95, Orlando, USA, November 6-10, 1995, pp. 1041-1047.
- [Cao 98] M. Ta-Cao, H. Le-Huy, "Rotor Resistance Estimation Using Fuzzy Logic for High Performance Induction Motor Drives", in Proceedings of IECON'98, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 303-308.
- [Carvalho 85] C. C. Carvalho, *Apontamentos para a disciplina de Complementos de Máquinas Eléctricas*, FEUP, 1985.
- [Caussat 95] T. Caussat, *Pilotage Vectoriel Autonome d'une Machine Asynchrone Alimentée par Convertisseur Statique*, Thèse de Docteur de L'INP de Toulouse, 1995.
- [Cecati 98] C. Cecati, N. Rotondale, "On-Line Identification of Electrical Parameters of the Induction Motor Using RLS Estimation", in Proceedings of IECON'98, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 2262-2268.
- [Chapman 99] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals*, McGraw Hill, 1999.
- [Cho 96] S. -B. Cho, D. -S. Hyun, "A Robust Indirect Vector control for the Rotor Time Constant Variation of Induction Machines", in Proceedings of 22<sup>nd</sup> International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation – IECON'96, vol. 2, pp 1240-1245.
- [Cirrincione 03] M. Cirrincione, M. Pucci, G. Cirrincione, G.-A. Capolino, "A New Application of Least-Squares Techniques for the Estimation of Induction Motor Parameters", in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 39, n.º 5, September/October, 2003, pp. 1247-1255.
- [Consoli 03] A. Consoli, G. Scarcella, A. Testa, "An Alternative to High Frequency Current Detection Techniques for Zero Speed Sensorless Control of AC Motor Drives", in EPE Journal, vol. 13, n.º 3, August 2003, pp. 30-35.

- [Diniz 97] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering - Algorithms and Practical Implementation*, Kluwer Academic publishers, 1997.
- [Drevenšek 03] D. Drevenšek, D. Žarko, T. A. Lipo, "A Study of Sensorless Control of Induction Motor at Zero Speed Utilizing High Frequency Voltage Injection", in *EPE Journal*, vol. 13, n° 3, August 2003, pp. 7-11.
- [Du 95] T. Du, P. Vas, F. Stronach, "Design and Application of Extended Observers for Joint State and Parameter Estimation in High-Performance AC Drives", in *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 142, n° 2, March, 1995, pp. 71-78.
- [Eykhoff 79] P. Eykhoff, *System Identification - Parameter and State Estimation*, John Wiley & Sons, 1979.
- [Finch 98] J. W. Finch, D. J. Atkinson, P. P. Acarnley, "Full-Order Estimator for Induction Motor States and Parameters", in *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 145, n° 3, May, 1998, pp. 169-179.
- [Forsythe 79a] W. Forsythe, "Digital Algorithms for Prediction, Differentiation and Integration, Part 1 – Determination of the Algorithm", in *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 1, n° 1, January/March, 1979, pp. 46-56.
- [Forsythe 79b] W. Forsythe, "Digital Algorithms for Prediction, Differentiation and Integration, Part 2 – Error Analysis, Prediction and Integration Algorithms", in *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 1, n° 2, April/June, 1979, pp. 67-78.
- [Freitas 90] D. R. S. Freitas, *Modelização Paramétrica de Funções de Transferência Electroacústica*, dissertação de doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1990.
- [Globevnik 98] M. Globevnik, "Induction Motor Parameters Measurement at Stand Still", in *Proceedings of 24<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society – IECON'98*, vol. 4, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 280-285.
- [Goodwin 84] G. C. Goodwin, K. S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice Hall, 1984.
- [Gorter 94] R. J. A. Gorter, A. Veltman, P. P. van den Bosh, "Parameter Estimation for Induction Motors, using the Output-Error Identification Method", in *Proceedings of European Power Electronics Chapter Symposium, Electric Drives Design and Applications*, Lausanne, Switzerland, October 19-20, 1994, pp. 209-214.
- [Grewal 93] M. S. Grewal, A. P. Andrews, *Kalman Filterin - Theory and Practice*, Prentice Hall, 1993.
- [Guedes 94] M. V. Guedes, *O motor de indução trifásico – modelização*, FEUP, 1994.
- [Harrison 95] A. J. L. Harrison, D. P. Stoten, "Generalized Finite Difference Methods for Optimal Estimation of Derivatives in Real-Time Control Problems", in *Proc. Instn Mech Engrs*, vol. 209, 1995, pp. 67-78.
- [Haykin 96] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, 1996.
- [Holtz 91] J. Holtz, T. Thimm, "Identification of the Machine Parameters in a Vector-Controlled Induction Motor Drive", in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 27, n° 6, November/December, 1991, pp. 1111-1118.
- [Holtz 98] J. Holtz, "Sensorless Position of Induction Motors – an Emerging Technology", in *Proceedings of AMC'98*, Coimbra, Portugal, June 29 – July 1, 1998, pp. 1-14.
- [Jayme 95] S. C. L. Jayme, *Identification des paramètres des machines électriques à courant alternatif*, Thèse de Docteur de L'INP de Toulouse, 1995.
- [Jelassi 93] K. Jelassi, D. B. Fornel, M. Pietrzak-David, "Influence of Quantization Effects and Parameters Deviations on the Performance of a Field Oriented Asynchronous Drive", in *Electric Machines and Power Systems*, 21, 1993, pp. 85-102.
- [Jemli 94] M. Jemli, M. Boussak, M. Gossa, A. Chaâri, "Rotor Time Constant Identification in Vector Controlled Induction Machine Applied Flux Model Reference Adaptive System (MRAS)", in *Proceedings of MELECON'96*, Bari, Italy, May 13-16, 1996, pp. 797-800.



- [Jezernik 02] K. Jezernik, G. Edelbaher, M. Rodič, “Sensorless Control of Induction Motor by Estimation of an Extended Electromotive Force”, in *Proceedings of IECON’02*, Sevilla, Spain, November 5-8, 2002, CD ROM.
- [Juang 94] J.-N. Juang, *Applied System Identification*, Prentice Hall, 1994.
- [Kerkman 03] R. Kerkman, G. Skibinski, *Issues Surrounding the Instalation and Application of IGBT Adjustable Speed Drives*, Tutorial of IEEE International Electric Machines and Drives Conference – IEMDC 2003, Madison WI, USA, June 1<sup>st</sup>, 2003.
- [Khambadkone 91] A. M. Khambadkone, J. Holtz, “Vector-Controlled Induction Motor Drive with a Self-Commissioning Scheme”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 38, n.º 5, October, 1991, pp. 322-327.
- [Kim 94] Y.-R. Kim, S.-K. Sul, M.-H. Park, “Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter”, in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 215-223, (IEEE Transactions on Industry Applications, September/October 1994).
- [Kim 98] Y.-H. Kim, S.-S. Kim, I.-P. Hong, “Speed sensorless Vector control of High-Speed Induction Motors Using Intelligent Control Algorithm”, in *Proceedings of IECON’98*, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 888-892.
- [Kovacs 84] P. Kovacs, *Transient Phenomena in Electrical Machines*, Elsevier, 1984.
- [Kowalska 02] T. Orłowska-Kowalska, “Rotor Flux Observers and Speed Estimators for Sensorless Induction Motor drives – Comparative Study”, in *Proceedings of EPE-PEMC’02*, Dubrovnic & Cavtat, September 9-11, 2002, CD ROM.
- [Kral 03] C. Kral, T. G. Habetler, R. G. Harley, F. Piker, G. Pascoli, H. Oberguggenberger, C. J. M. Fenz, “Rotor Temperature Estimation of Squirrel Cage Induction Motors by means of a Combined Scheme of Parameter Estimation and a Thermal Equivalent Model”, in *Proceedings of IEMDC’03*, Madison, Wisconsin, USA, June 1-4, 2003, pp. 931-937.
- [Krause 89] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*, McGraw Hill, 1986.
- [Krause 89] P. C. Krause, O. Wasynczuk, *Electromechanical Motion Devices*, McGraw Hill, 1989.
- [Krishnan 91] R. Krishnan, A. S. Bharadwaj, “A Review of Parameter Sensitivity and Adaptation in Indirect Vector Controlled Induction Motor Drive Systems”, in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 6, n.º 4, October, 1991, pp. 695-703.
- [Krishnan 01] R. Krishnan, *Electric Motor Drives: Modeling, Analysis, and Control*, Prentice Hall, 2001.
- [Krzemiński 02] Z. Krzemiński, “Estimation of Rotor Speed for Nonlinear Control of Induction Motor”, in *Proceedings of EPE-PEMC’02*, Dubrovnic & Cavtat, September 9-11, 2002, CD ROM.
- [Kubota 93] H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano, “DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor”, in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 152-156 (IEEE Transactions on Industry Applications, March/April 1994).
- [Laeuffer 03] J. Laeuffer, *Electromagnetic Compatibility withn Power Electronics*, Tutorial of 10th European Conference on Power Electronics and Applications – EPE 2003, Toulouse, French, September 1<sup>st</sup>, 2003.
- [Landau 98] I. D. Landau, R. Lozano, M. M’Saad, *Adaptive Control*, Springer-Verlag, 1998.
- [Lawson 74] C. L. Lawson, R. L. Hanson, *Solving Least Squares Problems*, Prentice Hall, 1974.
- [Leite 96] A. V. T. Leite, *Aplicação de Técnicas de Identificação Paramétrica ao Motor de Indução Trifásico*, dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1996.
- [Leite 99] A. V. T. Leite, H. J. A. Teixeira, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “Interface para Condicionamento das Tensões e Correntes à Saída de Conversores de Frequência”, *actas*

- das 6.<sup>as</sup> Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, EDINOVA, vol. 4, Lisboa, 7- 9 de Julho de 1999, pp. 195-202.
- [Leite 01] A V. T. Leite, H. J. A. Teixeira, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “Sistema Electrónico de Condicionamento e Processamento, em Tempo Real, das Tensões e Correntes do Motor de Indução Trifásico Alimentado por Conversores de Frequência”, actas das 7.<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, vol. IV, Madrid, Espanha, 4 a 6 de Julho de 2001, pp. 111-116.
- [Leite 02a] A. V. T. Leite, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “Flux and Parameters Identification of Vector-Controlled Induction Motor in the Rotor Reference Frame”, in Proceedings of AMC'02, pp. 263-268, Maribor, Slovenia, July 4-5, 2002.
- [Leite 02b] A. V. T. Leite, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “A Real-Time Estimator of Electrical Parameters for Vector Controlled Induction Motor using a Reduced Order Extended Kalman Filter”, in Proceedings of EPE-PEMC'02, paper T11-029, Cavtat & Dubrovnik, Croatia, September 9-11, 2002.
- [Leite 03a] A. V. T. Leite, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “A New Online Identification Methodology for Flux and Parameters Estimation of Vector Controlled Induction Motors”, in Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference – IEMDC 2003, Madison WI, USA, June 1-4, 2003.
- [Leite 03b] A. V. T. Leite, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “A Boot-Strap Estimator for Joint Flux and Parameters Online Identification for Vector Controlled Induction Motor Drives”, in Proceedings of 10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications – EPE 2003, Toulouse, França, September 2-4, 2003.
- [Leite 03c] A V. T. Leite, F. E. Casais, H. J. A. Teixeira, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “A Real-Time Monitoring Instrument of Induction Machines for an Integrated Teaching Test Bench”, in Proceedings of 8<sup>th</sup> Portuguese-Spanish Congress on Electrical Engineering - 8CLEEE, Vilamoura, Portugal, July 4-5, 2003.
- [Leite 03d] A V. T. Leite, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “Classes of Model Structures for State and Parameter Identification of Vector Controlled Induction Machines”, in Proceedings of 8<sup>th</sup> Portuguese-Spanish Congress on Electrical Engineering - 8CLEEE, Vilamoura, Portugal, July 4-5, 2003.
- [Leonhard 97] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [Levi 02] E. Levi, M. Wang, “A Speed Estimator for High Performance Sensorless Control of Induction Machines Above Base Speed”, in Proceedings of EPE-PEMC'02, Dubrovnic & Cavtat, September 9-11, 2002, CD ROM.
- [Lewis 86] F. L. Lewis, *Optimal Estimation - with an Introduction to Stochastic Control Theory*, John Wiley & Sons, 1986.
- [Lewis 92] F. L. Lewis, *Applied Optimal Control Estimation – Digital Design and Implementation*, Prentice Hall, 1992.
- [Li 96] F.-J. Lin, “Robust Speed-Controlled Induction-Motor Drive Using EKF and RLS Estimators”, in IEE Proc.-Electr. Power Appl., vol. 143, n.º 3, May, 1996, pp. 186-192.
- [Lima 97] A. M. N. Lima, C. B. Jacobina, E. B. S. Filho, “Nonlinear Parameter Estimation of Steady-State Induction Machine Models”, in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 44, n.º 3, June, 1997, pp. 390-397.
- [Lin 99] Y.-N. Lin, C.-Lin, “Automatic IM Parameter Measurement Under Sensorless Field-Oriented Control”, in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 46, n.º 1, February, 1999, pp. 111-118.
- [Ljung 79] L. Ljung, “Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems”, in IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-24, 1979, pp. 36-50.
- [Ljung 83] L. Ljung, T. Söderström, *Theory and Practice of Recursive Identification*, The Massachusetts Institute of Technology Press, 1983.

- [Ljung 99] L. Ljung, *System Identification - Theory for the User*, Prentice Hall, 1999.
- [Ljung 00] L. Ljung, *System Identification Toolbox for use with MATLAB – User's Guide*, The MathWorks Inc., 2000.
- [Loron 93] L. Loron, G. Laliberté, "Application of the Extended Kalman Filter to Parameters Estimation of Induction Motors", in Proceedings of. EPE'03, Brighton, September 13-19, 1993, pp. 85-90.
- [Loukil 96] I. Loukil, M. Gossa, A. Caâri, M Jemli, K. Jarray, M. Boussak, "Induction Machine Parameters and State estimation Using Kalman Filter Approach", in Proceedings of MELECON'96, Bari, Italy, May 13-16, 1996, pp. 265-268.
- [Maaziz 02] M. K. Maaziz, E. Mendes, P. Boucher, "A New Nonlinear Control of Induction Motors", in Control Engineering Practice, 10, 2002, pp. 605-613.
- [Martinez 97] L. Z. Martinez, A. Z. Martinez, "Identification of Induction Machines Using Artificial Neural Networks", in Proceedings of ISIE'97, Guimarães, Portugal, July 7-11, 1997, pp. 1259-1264.
- [Moons 95] C. Moons, B. Moor, "Parameter Identification of Induction Motor Drives", in Automatica, vol. 31, nº 8, 1995, pp. 1137-1147.
- [Moraes 03] R. M. Moraes, L. A. S. Ribeiro, C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, "Parameter Estimation of Induction Machines by Using its Steady-State Model and Transfer Function", in Proceedings of IEMDC'03, Madison, Wisconsin, USA, June 1-4, 2003, pp. 1965-1971.
- [Nangsue 99] P. Nangsue, P. Pillay, S. E. Conry, "Evolutionary Algorithms for Induction Motor Parameter Determination", in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, nº 3, September, 1999, pp. 447-453.
- [Noguchi 97] T. Noguchi, S. Kondo, I. Takahashi, "Field-Oriented Control of an Induction Motor with Robust On-Line Tuning of Its Parameters", in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 33, nº 1, January/February, 1997, pp. 35-42.
- [Novotny 00] D. W. Novotny, T. A. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford University Press, New York, 2000.
- [Oliveira 98] P. J.-R. Oliveira, Z. M. A. Peixoto, "Parameter Estimation of a Induction Machine Using a Continuous Time Model", in Proceedings of IECON'98, Aachen, Germany, August 31-September 4, 1998, pp. 292-296.
- [Ong 98] C.-M. Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery Using MATLAB/Simulink*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1998.
- [Orfanidis 90] S. J. Orfanidis, *Optimal Signal Processing, An Introduction*, McGraw Hill, 1990.
- [Palma 99] J. C. P. Palma, *Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- [Pena] R. S. Pena, G. M. Asher, "Parameter Sensitivity Studies for Motor Parameter Identification Using Extended Kalman Filter", in Proceedings of. EPE'03, Brighton, September 13-19, 1993, pp. 306-311.
- [Peng 94] F.-Z. Peng T. Fukao, "Robust Speed Identification for Speed-Sensorless Vector Control of Induction Motors ", in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 195-201, (IEEE Transactions on Industry Applications, September/October, 1994).
- [Pilay 97] P. Pillay, R. Nolan, T. Haque, "Application of Genetic Algorithms to Motor Parameters Determination for Transient Torque Calculations", in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 33, nº 5, September/October, 1997, pp. 1273-1282.
- [Proca 03] A. B. Proca, A. Keyhani, J. M. Miller, "Sensorless Sliding-Mode Control of Induction Motors Using Operating Condition Dependent Models", in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, nº 2, June, 2003, pp. 205-212.

- [Raina 01] M. Raina, H. A. Toliyat, "Parameter Estimation of Induction Motors – A Review and Status Report", in Proceedings of IECON'01, Denver, Colorado, USA, November 29 – December 2, 2001, pp. 1327-1332.
- [Rajashekara 96] K. Rajashekara, A. Kawamura, K. Maytsuse, in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996.
- [Rashed 03] M. Rashed, F. Stronach, P. Vas, "A Stable MRAS-Based Sensorless Control Induction Motor Drive at Low Speeds", in Proceedings of IEMDC'03, Madison, Wisconsin, USA, June 1-4, 2003, CD ROM.
- [Razzouk 02] A. Ba-Razzouk, A. Chériti, P. Sicard, "Implementation of a DSP Real-Time Estimator of Induction Motors Rotor Time Constant", in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 17, n.º 4, July, 2002, pp. 534-542.
- [Ribeiro 99] L. A. S. Ribeiro, C. B. Jacobina, A. M. N. Lima, "Linear Parameter Estimation for Induction Machines Considering the Operating Conditions", in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 14, n.º 1, January, 1999, pp. 62-72.
- [Roboam 95] X. Roboam, *De la Modélisation à la Command des Machines Asynchrones*, INPT, ENSEEIHT, Mai, 1995.
- [Rossetto 99] L. Rossetto, P. Tenti, A. Zuccato, "Electromagnetic Compatibility Issues, in Industrial Equipment", in IEEE Ind. Applications Magazine, Novembro/Dezembro, 1999, pp. 34-46.
- [Rub 03] H. Abu-Rub, J. Guzinski, Z. Krzeminski, H. A. Toliyat, "Speed Observer System for Advanced Sensorless Control of Induction Motor", in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, n.º 2, June, 2003, pp. 219-224.
- [Sá 88] C. A. Sá, *Método de Estimação dos Parâmetros do Motor de Indução Trifásico para Modelização de Instalações Industriais*, dissertação de doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1988.
- [Santos 94] P. L. Santos, *Identificação de sistemas através de diagramas de bode*, dissertação de doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1994.
- [Scharf 91] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing*, Addison-Wesley, 1991.
- [Ségard 94] C. Ségard, J. P. Caron, J. P. Hautier, "Mathematical Estimation for Induction Motor Parameters", in Proceedings of EPE Symposium on Electric Drives Design and Applications, Lausanne, 1994.
- [Shaw 99] S. R. Shaw, S. B. Leeb, "Identification of Induction Motor Parameters from Transient Stator Current Measurements", in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 46, n.º 1, February, 1999, pp. 139-149.
- [Shi 02] K. L. Shi, T. F. Shan, Y. K. Wong, S. L. Ho, "Speed Estimation of an Induction Motor Drive Using an Optimized Extended Kalman Filter", in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 49, n.º 1, February, 2002, pp. 124-133.
- [Shieh 98] H.-J. Shieh, K.-K. Shyyu, F.-J. Lin, "Adaptive Estimation of Rotor Time Constant for Indirect Field-Oriented Induction Motor Drive", in IEE Proc.-Electr. Power Appl., vol. 145, n.º 2, March, 1998, pp. 111-118.
- [Simões 95] M. G. Simões, B. K. Bose, "Neural Network Based Estimation of Feedback Signals for a Vector Controlled Induction Motor Drive", in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 248-257, (IEEE Transactions on Industry Applications, May/June, 1993).
- [Skibinski 99] G. L. Skibinski, R. J. Kerkman, D. Schlegel, "EMI Emissions of Modern PWM ac Drives", in IEEE Ind. Applications Magazine, Novembro/Dezembro, 1999, pp. 47-81.
- [Sobczuk 98] D. L. Sobczuk, P. Z. Grabowski, "DSP Implementation of Neural Network Speed Estimation for Inverter Fed Induction Motor", in Proceedings of IECON'98, Aachen, Germany, August 31 – September 4, 1998, pp. 981-985.
- [Söderström 89] T. Söderström, P. Stoica, *System Identification*, Prentice Hall, 1989.

- [Solo 95] V. Solo, *Adaptive Signal Processing Algorithms – Stability and Performance*, Xuan Kong, Prentice Hall, 1995.
- [Soto 99] G. Soto, E. Mendes, A. Razek, “Reduced-Order Observers for Rotor Flux, Rotor Resistance and Speed Estimation for Vector Controlled Induction Motor Drives Using the Extended Kalman Filter Techniques”, in IEE Proc.-Electr. Power Appl., vol. 146, n.º 3, May, 1999, pp. 282-288.
- [Stephan 94] J. Stephan, M. Bodson, J. Chiasson, “Real-Time Estimation of the Parameters and Fluxes of Induction Motors”, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 30, n.º 3, May/June, 1994, pp. 746-759.
- [Sybille 00] P. Brunelle, R. Champanhe, L. Dessaint, H. Lehuy, P. Mercier, *Power System Blockset for use with Simulink – User’s Guide*, G. Sybille, The MathWorks Inc., 2000.
- [Tayie 97] J. K. Al-Tayie, P. P. Acarnley, “Estimation of Speed, Stator Temperature and Rotor Temperature in Cage Induction Motor Drive Using the Extended Kalman Filter Algorithm”, in IEE Proc.-Electr. Power Appl., vol. 144, n.º 5, September, 1997, pp. 301-309.
- [Teixeira 03] H. J. A. Teixeira, A. V. T. Leite, J. Batista, R. M. E. Araújo, D. R. S. Freitas, “An Integrated Test Bench for Research, Study or Demonstration of Variable Speed Drives of Induction Motors”, in Proceedings of 8<sup>th</sup> Portuguese-Spanish Congress on Electrical Engineering - 8CLEEE, Vilamoura, Portugal, July 4-5, 2003.
- [Telford 03] D. Telford, M. W. Dunnigan, B. W. Williams, “Online Identification of Induction Machine Electrical Parameters for Vector Control Loop Tuning”, in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 50, n.º 2, April, 2003, pp. 253-261.
- [Thomas 79] W. Forsythe, “Digital Algorithms for Prediction, Differentiation and Integration, Part 3 – Error Analysis for Differentiation Algorithms”, in Trans. Inst. Meas. Control, vol. 1, n.º 3, July/September, 1979, pp. 154-158.
- [TI 97] Texas Instruments Europe, *Sensorless Control with Kalman Filter on TMS320 Fixed-Point DSP*, in Literature n.º BPRA057, July, 1997.
- [Tzou 96] Y.-Y. Tzou, S.-T. Yeh, H. Wu, “DSP-Based Rotor Time Constant Identification and Slip Gain Auto-Tuning for Indirect Vector-Controlled Induction Drives”, in Proceedings of 22<sup>nd</sup> International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation – IECON’96, vol. 2, pp. 1228-1233.
- [Vas 93] P. Vas, *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*, Oxford University Press, New York, 1993.
- [Vas 96] P. Vas, *Electrical Machines and Drives – A space-Vector Theory Approach*, Oxford University Press, New York, 1996.
- [Vas 98] P. Vas, *Sensorless Vector and Direct Torque Control*, Oxford University Press, New York, 1998.
- [Wade 94] S. Wade, M. W. Dunnigan, B. W. Williams, “Parameter Identification for Vector Controlled Induction Machines”, in Conf. Rec. IEE Control’94, vol. 2, n.º 389, pp. 1187-1192.
- [Wade 95] S. Wade, M. W. Dunnigan, B. W. Williams, “Comparison of Stochastic and Deterministic Parameter Identification Algorithms for Indirect Vector Control”, in Proceedings of IEE Colloquium on Vector Control and Direct Torque Control of Induction Machines, London, UK, 1995.
- [Wade 97a] S. Wade, M. W. Dunnigan, B. W. Williams, “Modeling and Simulation of Induction Machine Vector Control with Rotor Resistance Identification”, in IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 12, n.º 3, May, 1997, pp. 495-506.
- [Wade 97b] S. Wade, M. W. Dunnigan, B. W. Williams, “A New Method of Rotor Resistance Estimation for Vector-Controlled Induction Machines”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 44, n.º 2, April 1997, pp. 247-257.

- [Walter 97] È. Walter, L. Pronzato, *Identification of Parametric Models from Experimental Data*, Masson, 1997.
- [Wolbank 03] T. Wolbank, R. Woehrschimmel, J. Machl, "Lamination Design Variations for Improved Performance of Zero Speed sensorless Controlled Induction Machines", in *EPE Journal*, vol. 13, n° 3, August 2003, pp. 36-42.
- [Yu 02] Xing Yu, Matthew W. Dunnigan, Barry W. Williams, "A Novel Rotor Resistance Identification Method for an Indirect Rotor Flux-Oriented Controlled Induction Machine System", in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, n.º 3, May, 2002, pp. 353-364.
- [Zinger 90] D. S. Zinger, et al., "A Direct Field-Oriented Controller for Induction Motor Drives Using Tapped Stator Windings", in *Sensorless Control of AC Motor Drives – Speed and Position Sensorless Operation*, IEEE Press, 1996, pp. 63-70 (*IEEE Transactions on Power Electronics*, October, 1990)

